



Kansverdelingen

Zie ook:
Cursusboek hoofdstuk 23

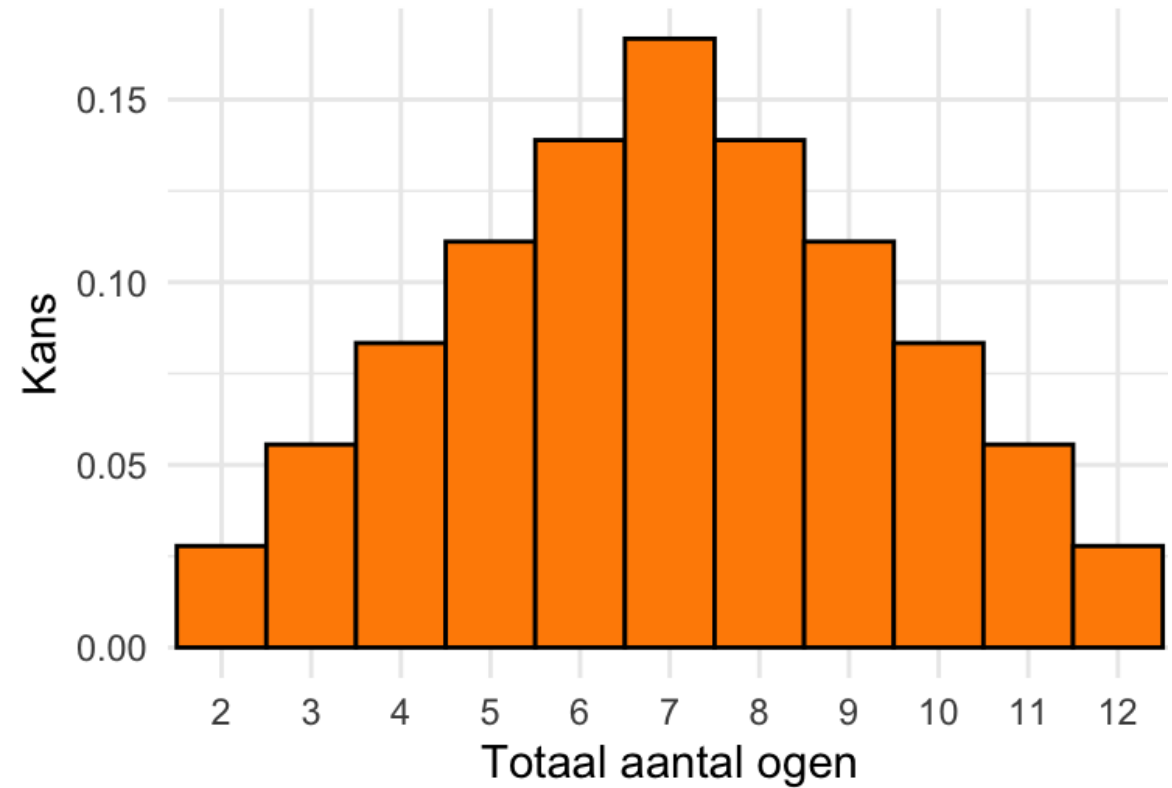
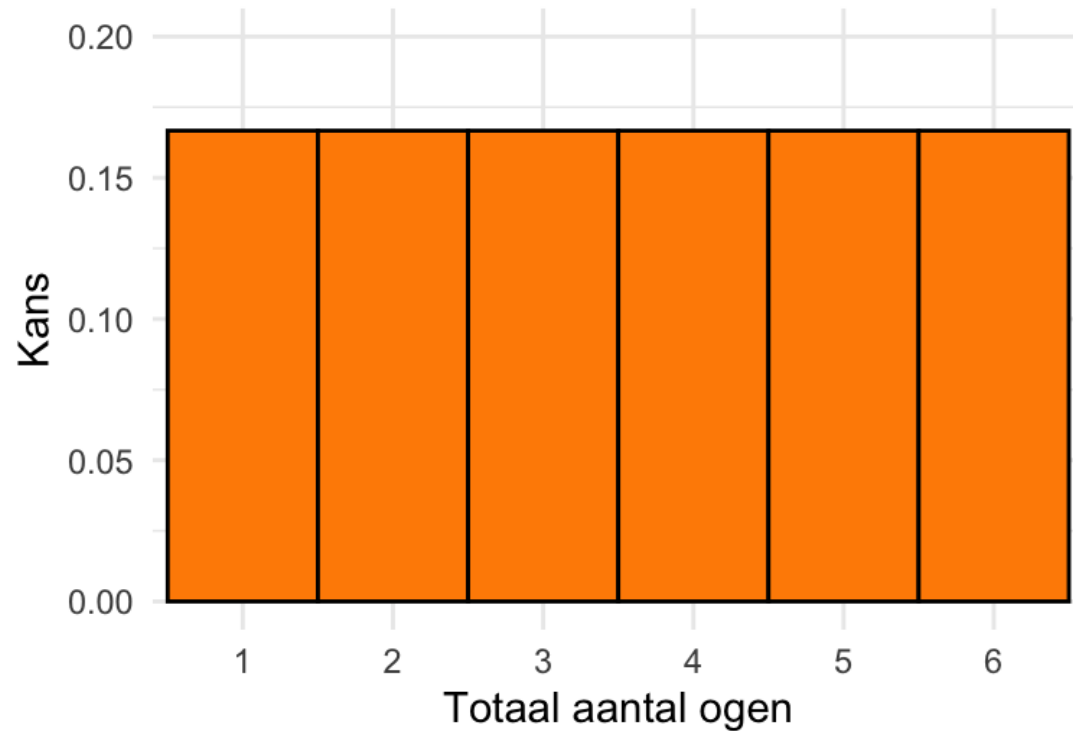
Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

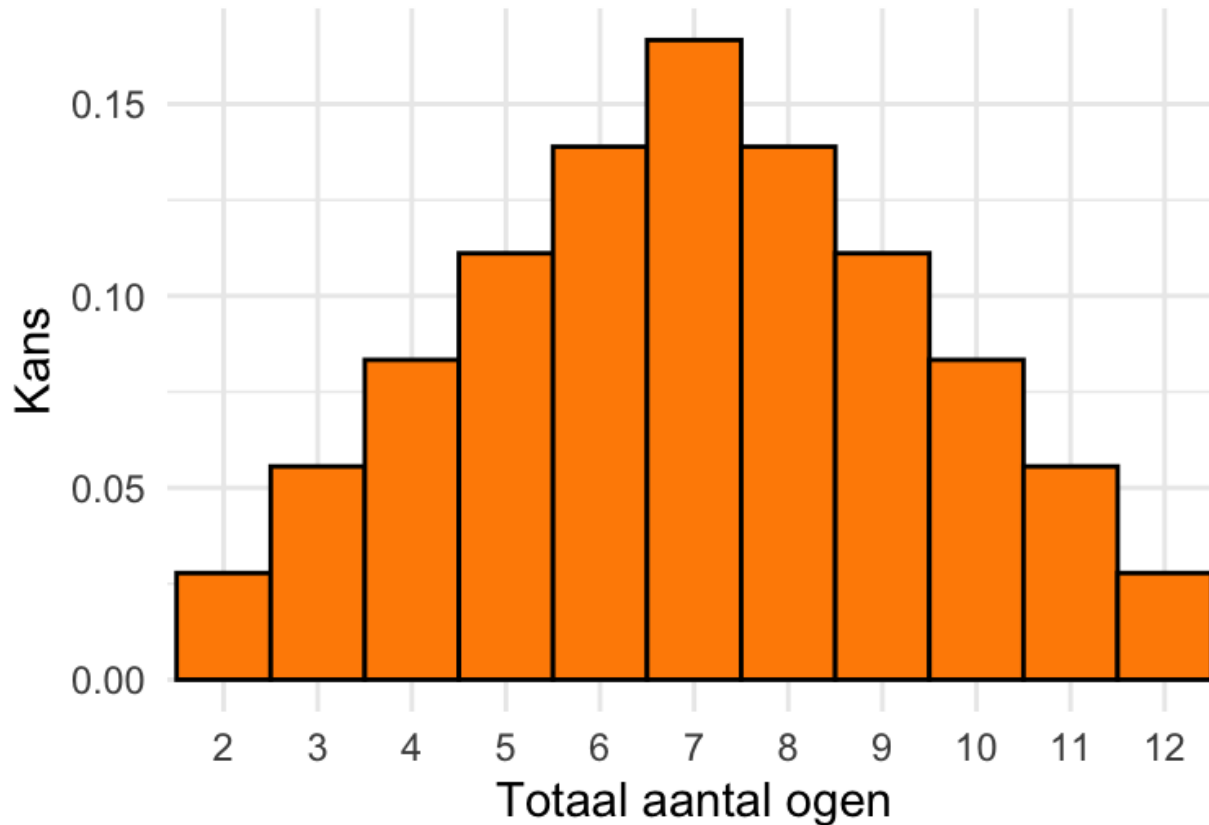
Kansverdelingen bij discrete variabelen



Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

De kans op een uitkomst in een interval



$$\Pr[7 < X < 11] =$$

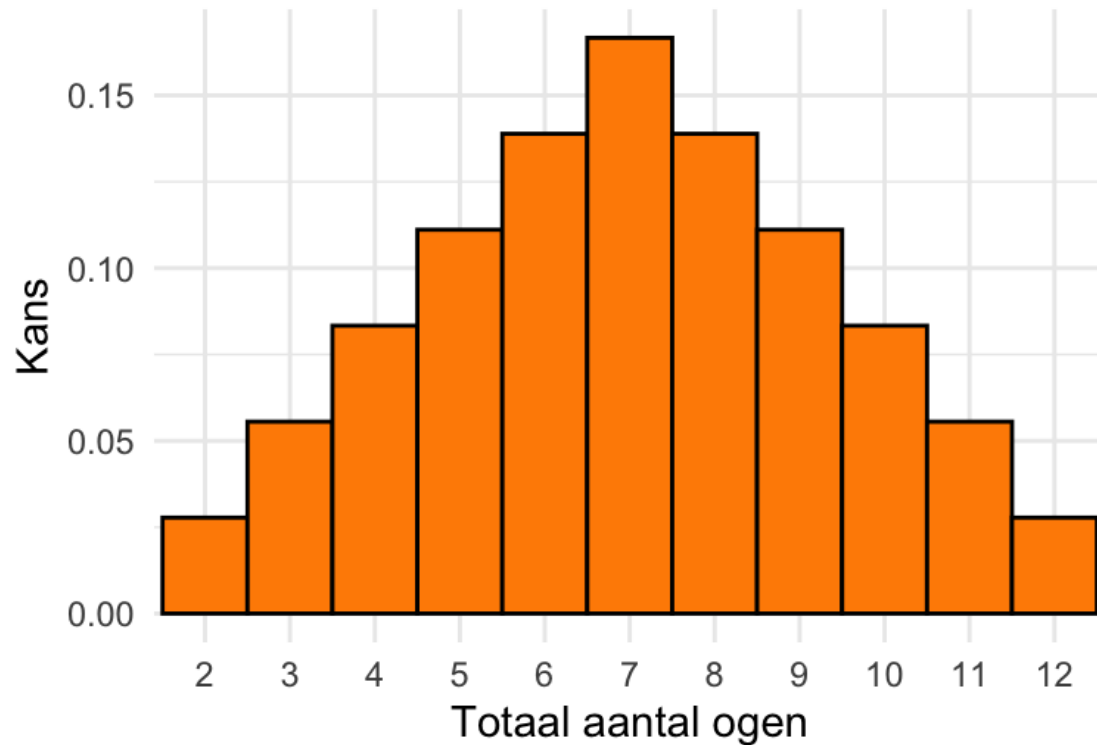
$$\Pr[X = 8] + \Pr[X = 9] + \Pr[X = 10]$$

Oppervlakte onder de curve.

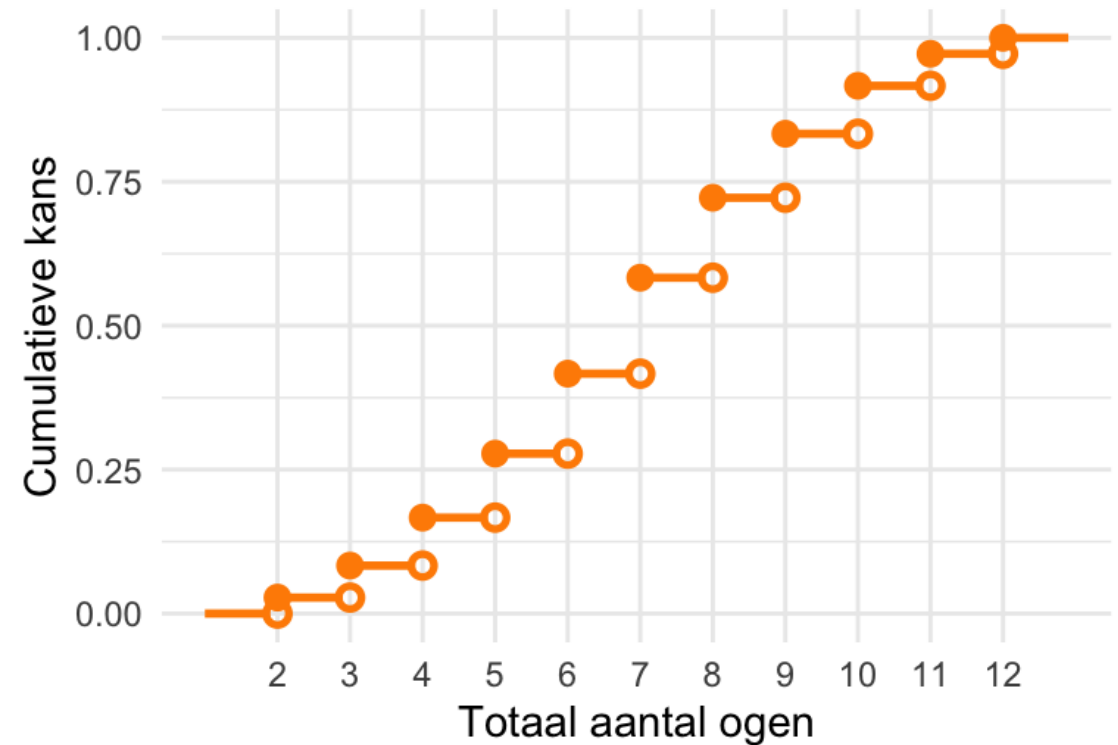
Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

De cumulatieve verdeling

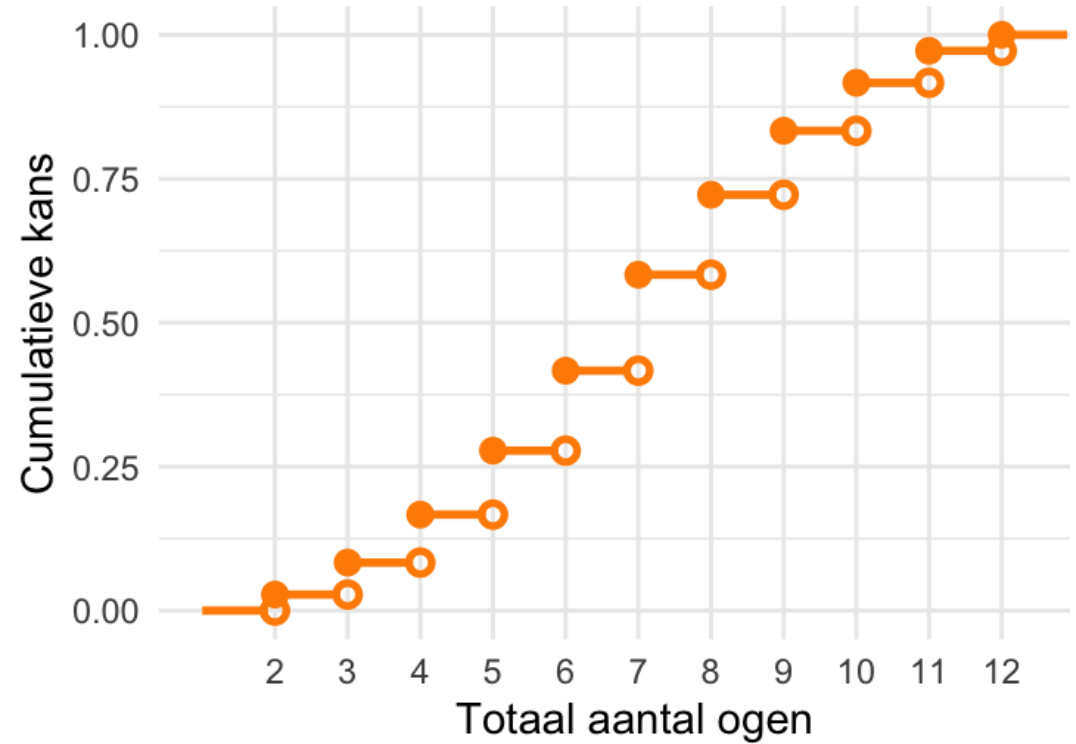
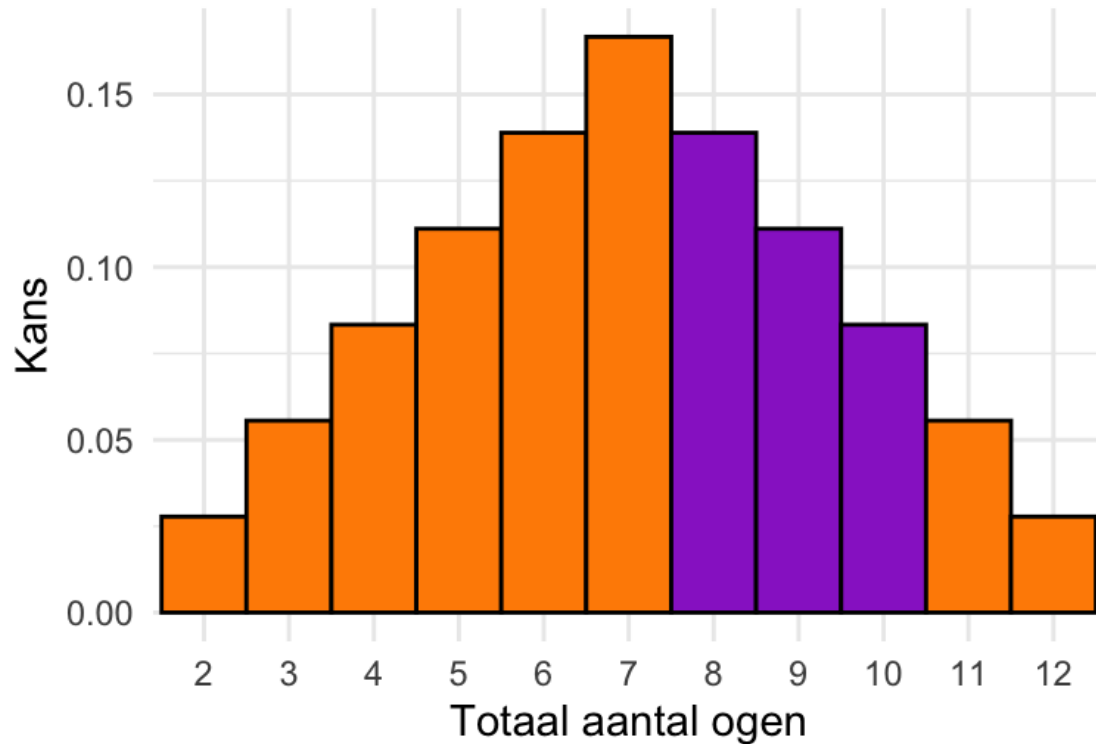


$$F_X(x) = \Pr[X \leq x]$$



Kansen berekenen met de cumulatieve verdeling

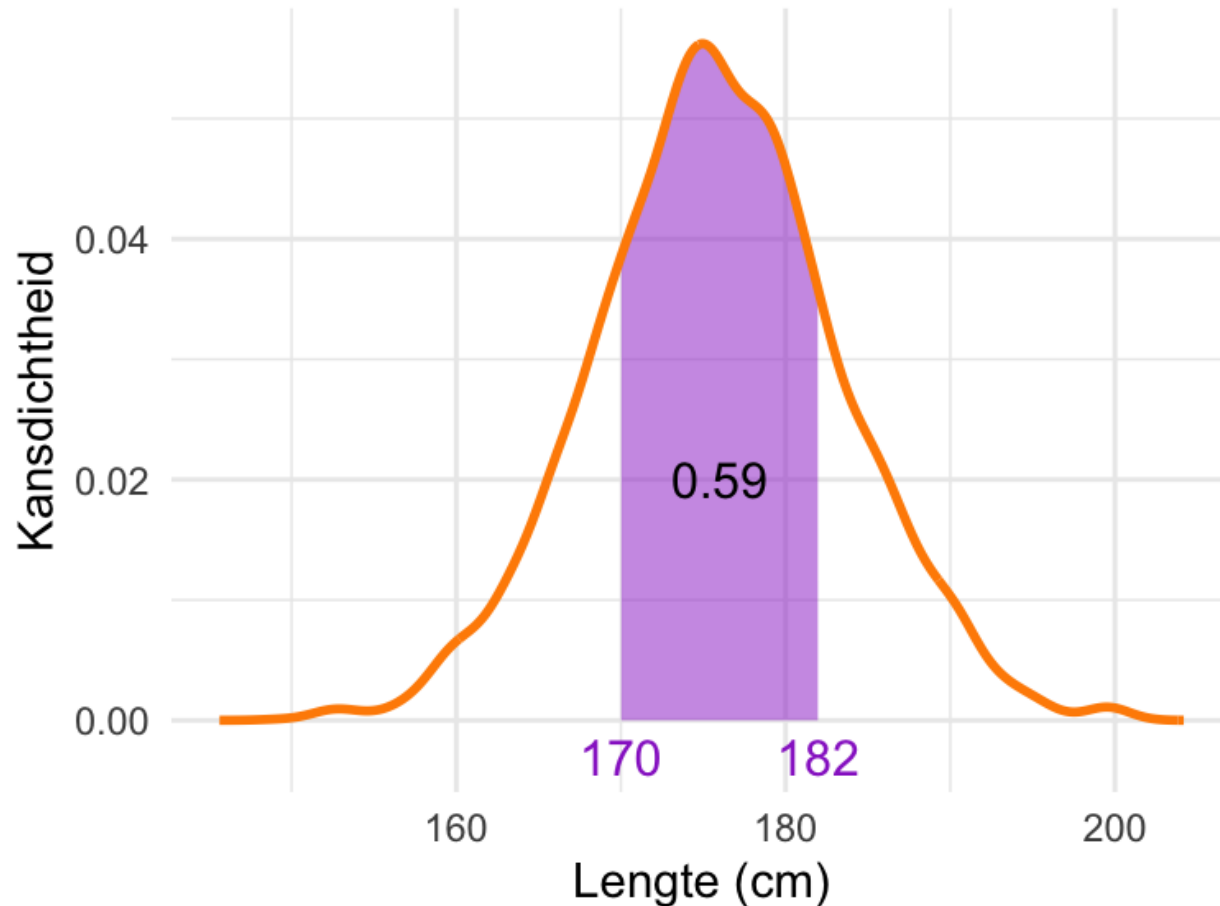
$$\Pr[7 < X < 11] = F_X(10) - F_X(7)$$



Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

Kansenverdelingen voor continue variabelen



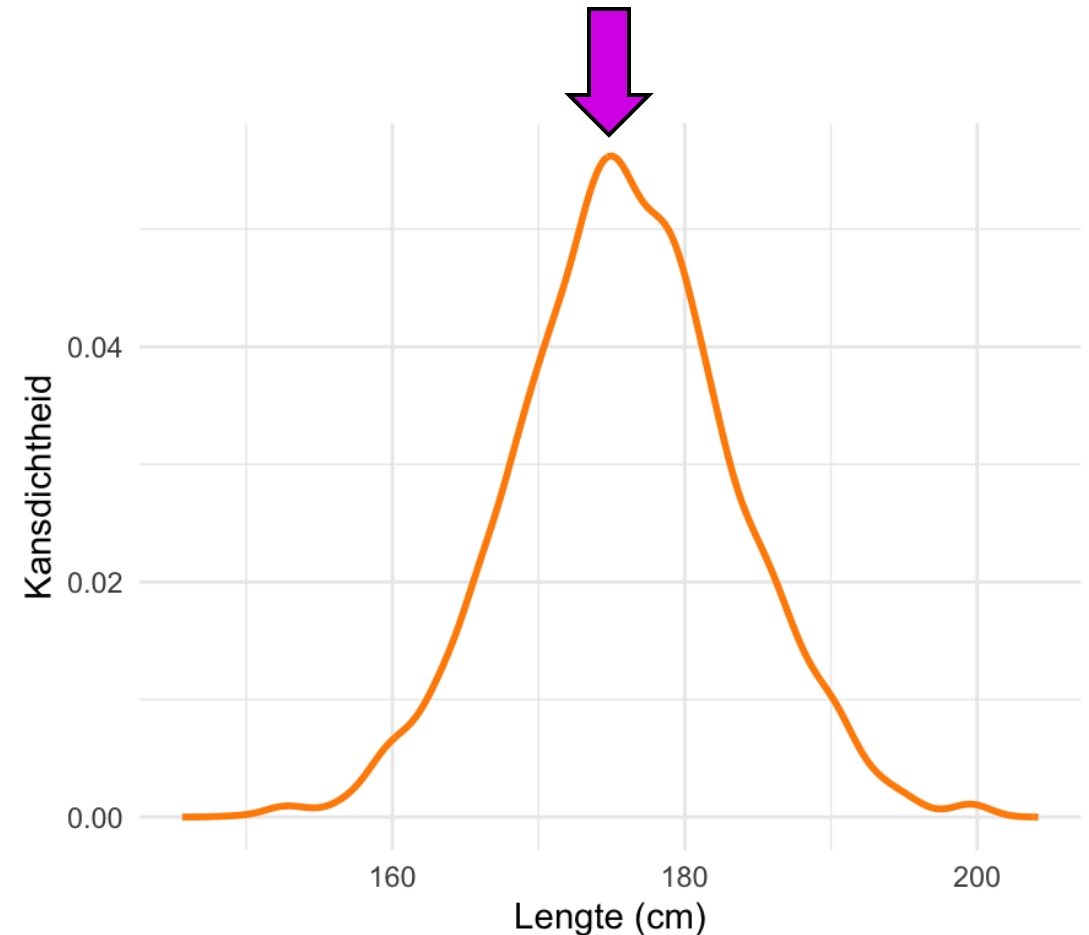
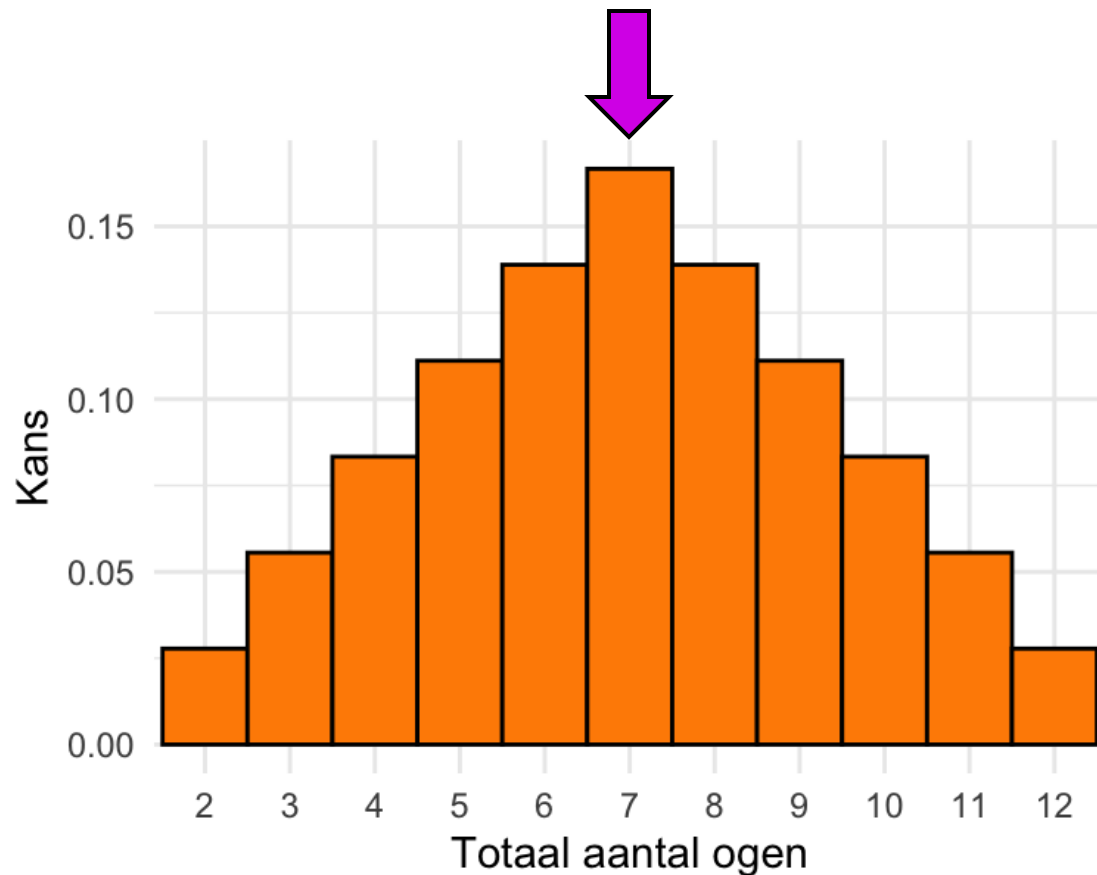
- Oneindig aantal mogelijk uitkomsten
- Kans op iedere specifieke lengte is daardoor 0
- Kans op een uitkomst *in een interval* is niet 0, maar...
- ... oppervlakte onder de curve!
- *Kansdichtheid* i.p.v. kans
- Oppervlakte onder gehele curve = 1.

Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

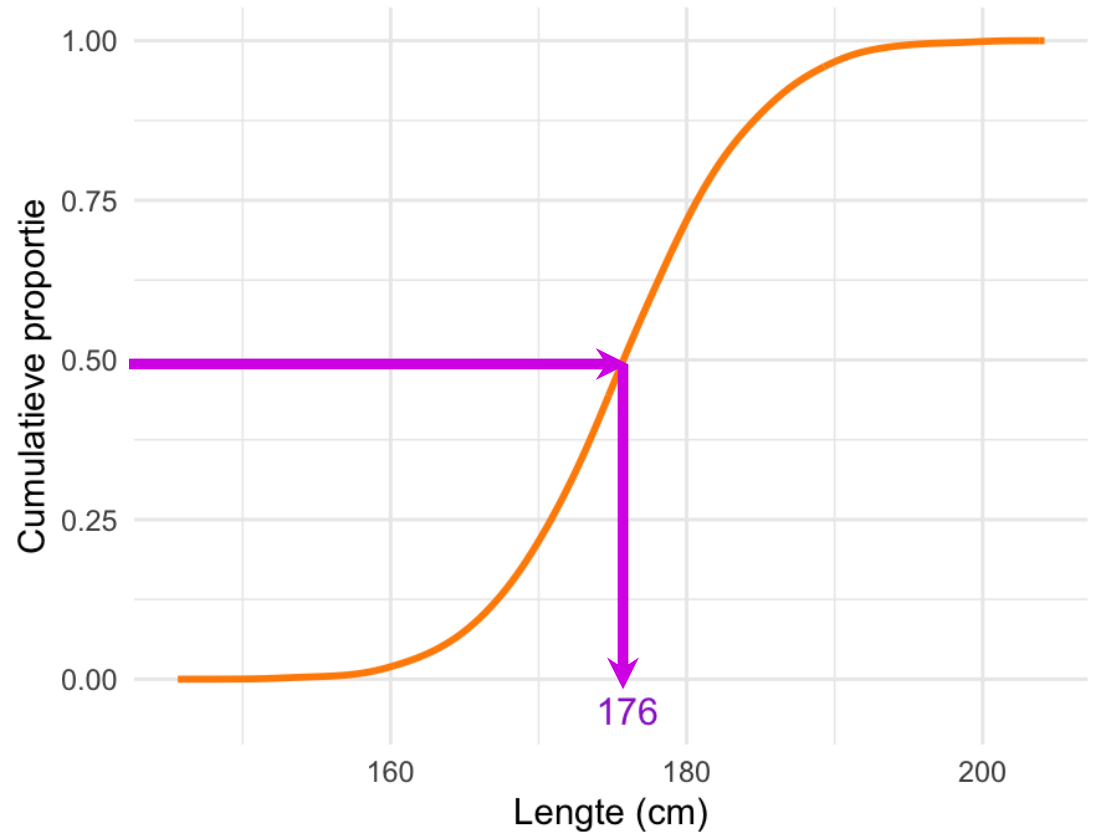
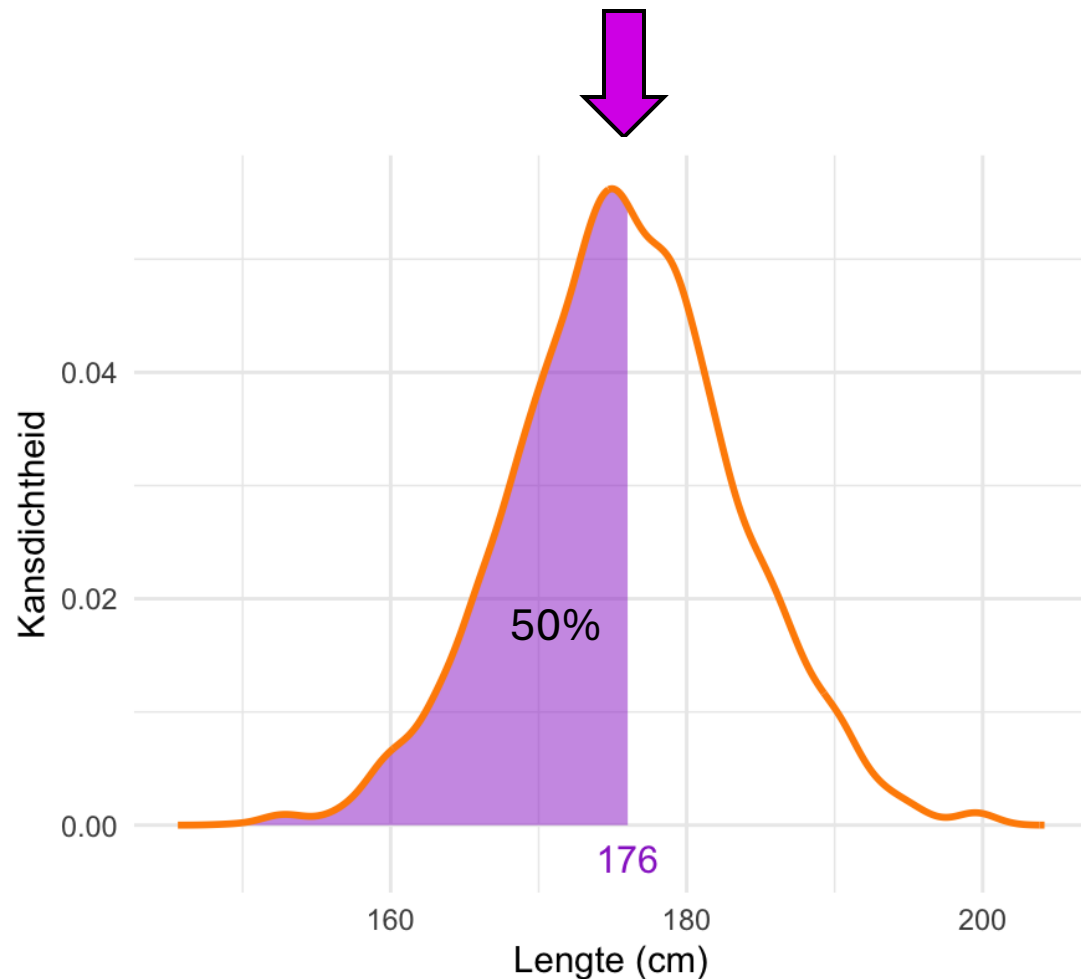
Maten voor de ligging van een kansverdeling:

modus



Maten voor de ligging van een kansverdeling:

mediaan

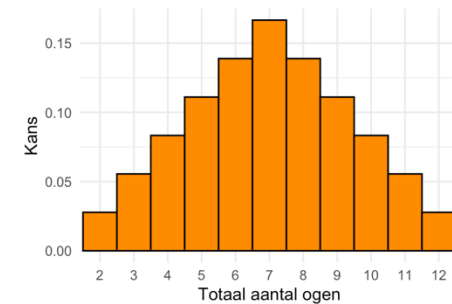


Maten voor de ligging van een kansverdeling van een numerieke variabele: verwachtingswaarde

Verwachtingswaarde = gemiddelde van een kansverdeling:

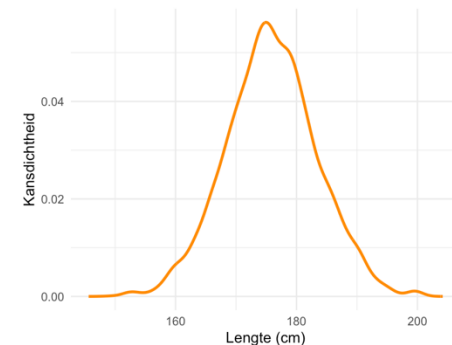
Voor discrete variabelen:

$$\mu_X = \mathbb{E}[X] = \sum_x \Pr[X = x] x$$



Voor continue variabelen:

$$\mu_X = \mathbb{E}[X] = \int \Pr[X = x] x \, dx$$



Maten voor de spreiding van een kansverdeling: variantie en standaarddeviatie

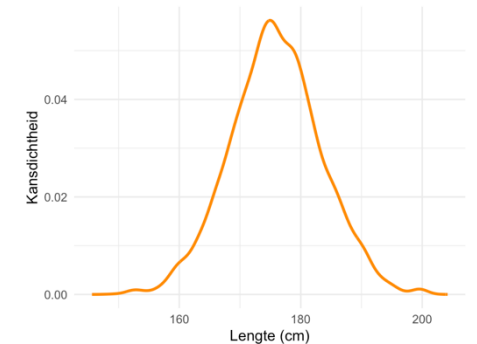
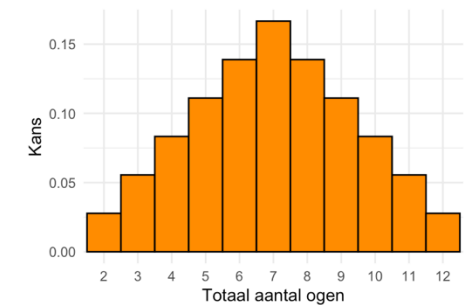
$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}[(X - \mu_X)^2]$$

Voor discrete variabelen:

$$\text{Var}(X) = \sum_x \Pr[X = x] (X - \mu_X)^2 = \sigma_X^2$$

Voor continue variabelen:

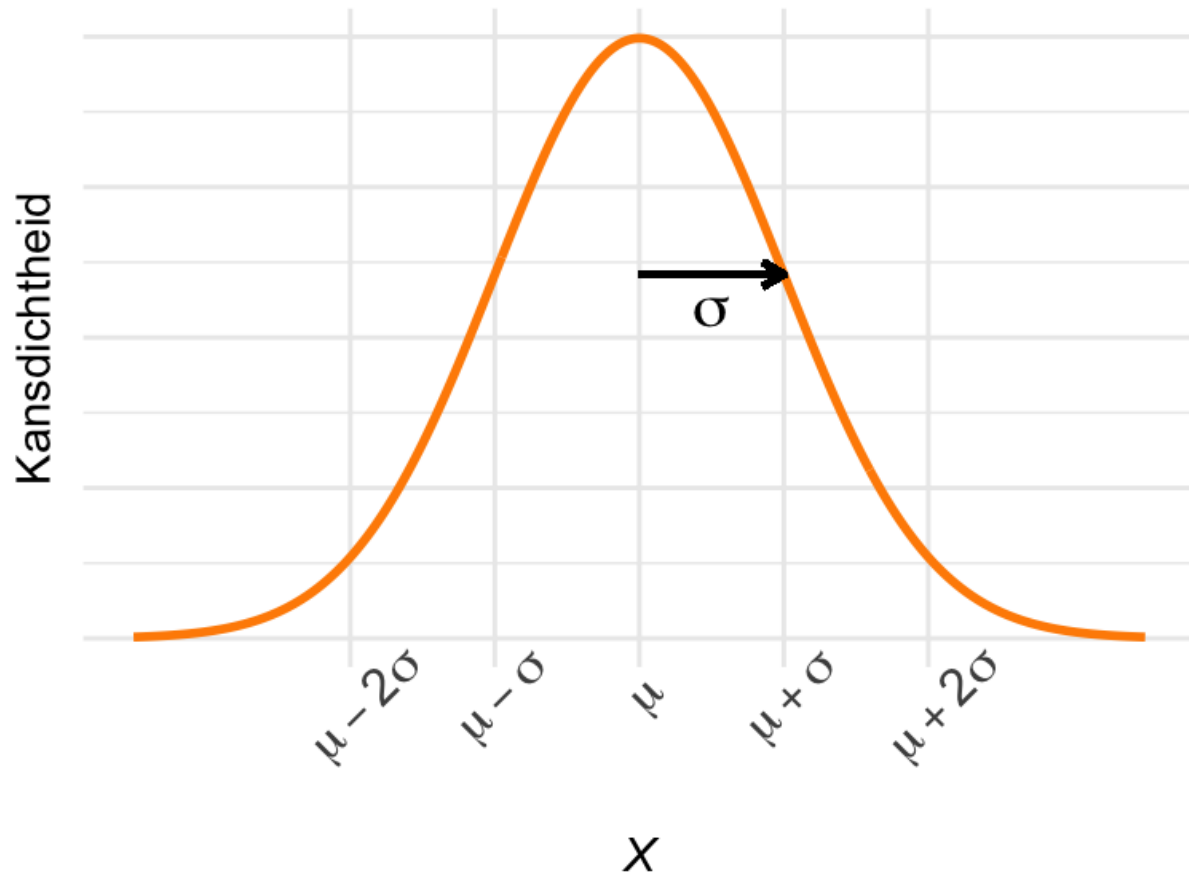
$$\text{Var}(X) = \int \Pr[X = x] (X - \mu_X)^2 dx = \sigma_X^2$$



Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

De "familie" van normale verdelingen

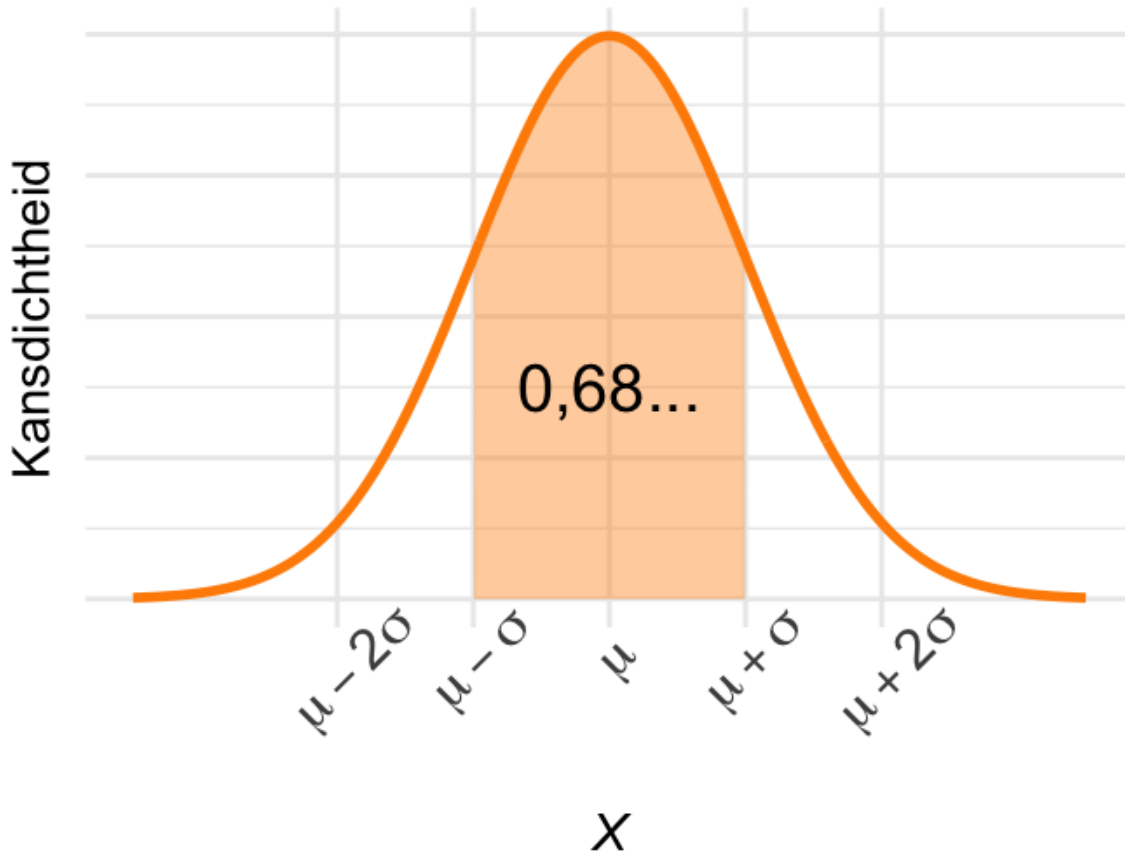


- Specifieke wiskundige formule:

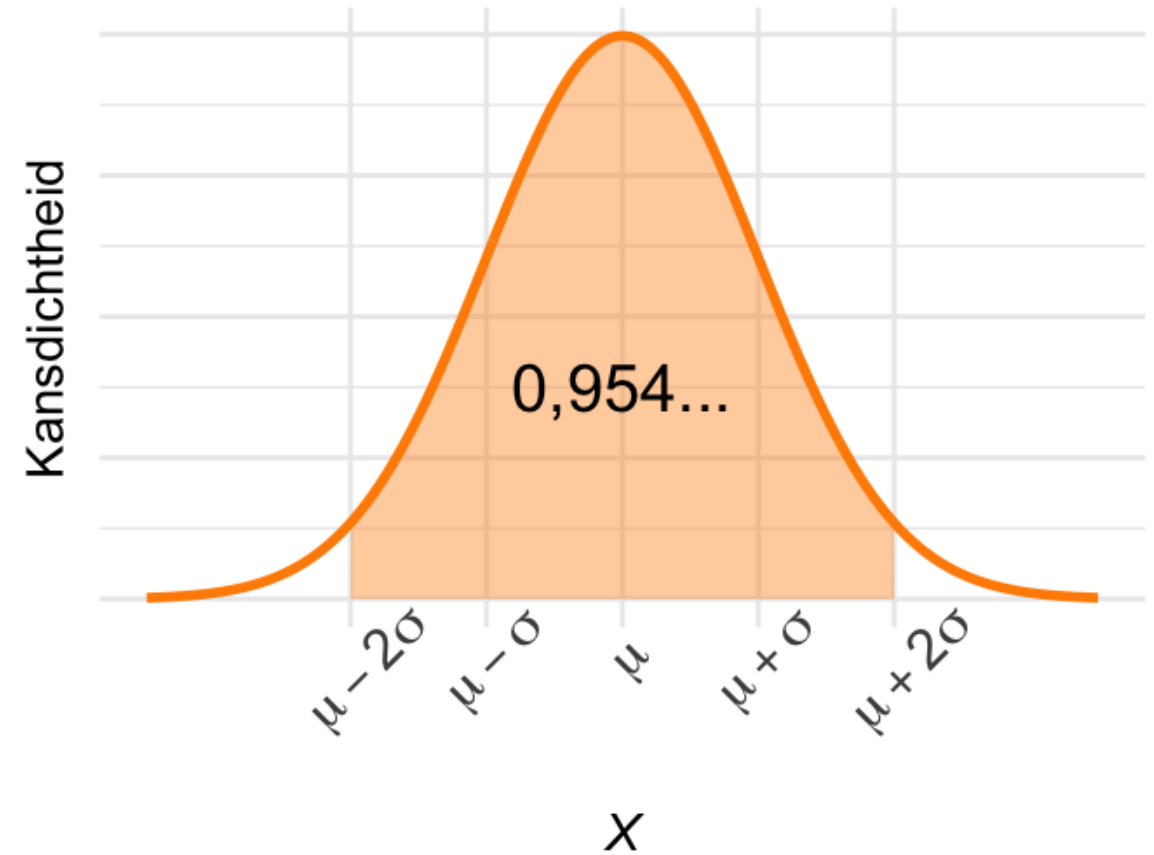
$$\Pr[X = x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

- Klokvormig
- Twee parameters: μ en σ .

Vuistregels voor de normale verdeling

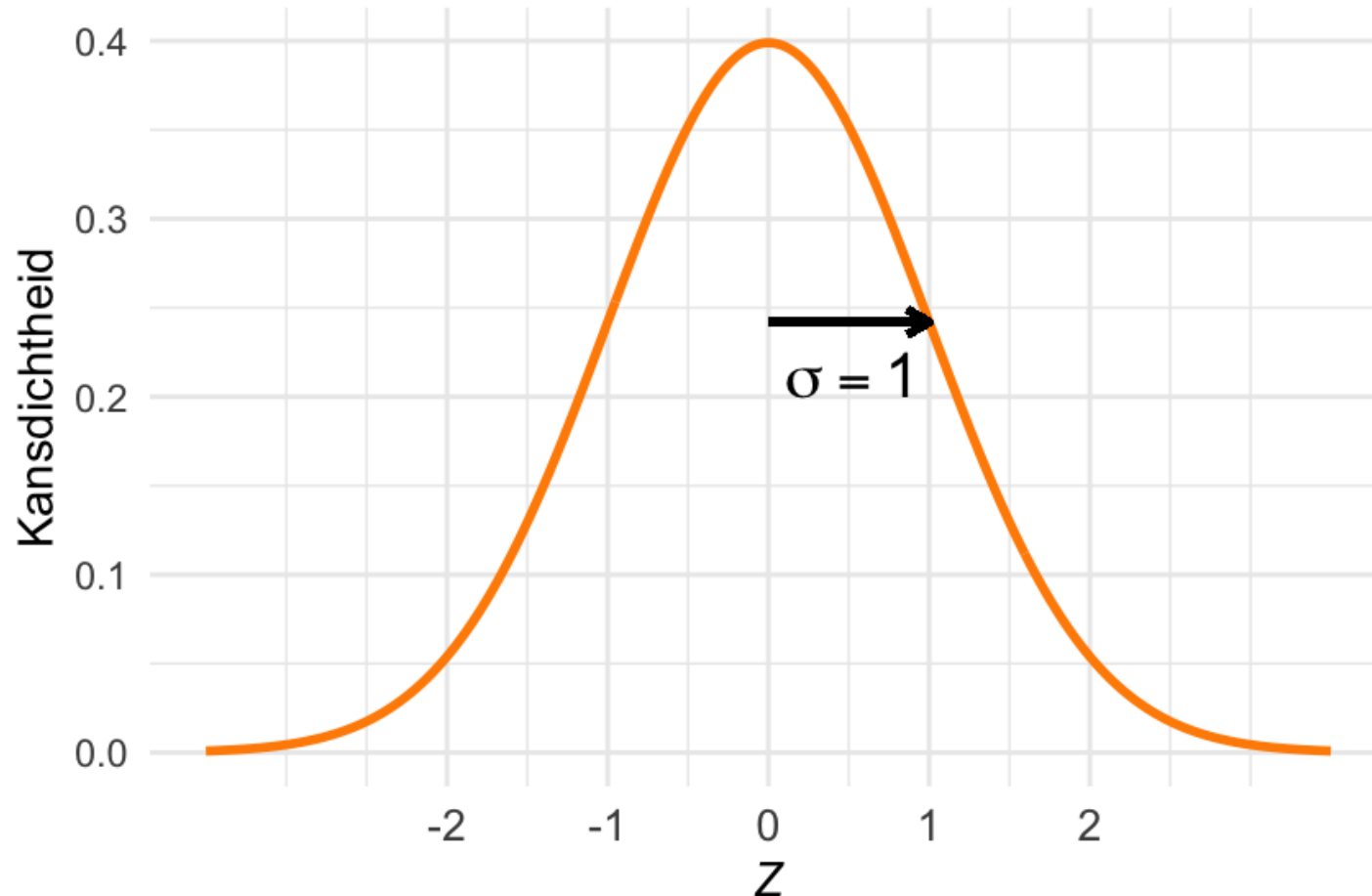


$$\Pr[\mu - \sigma < X < \mu + \sigma] = 0,683 \dots$$

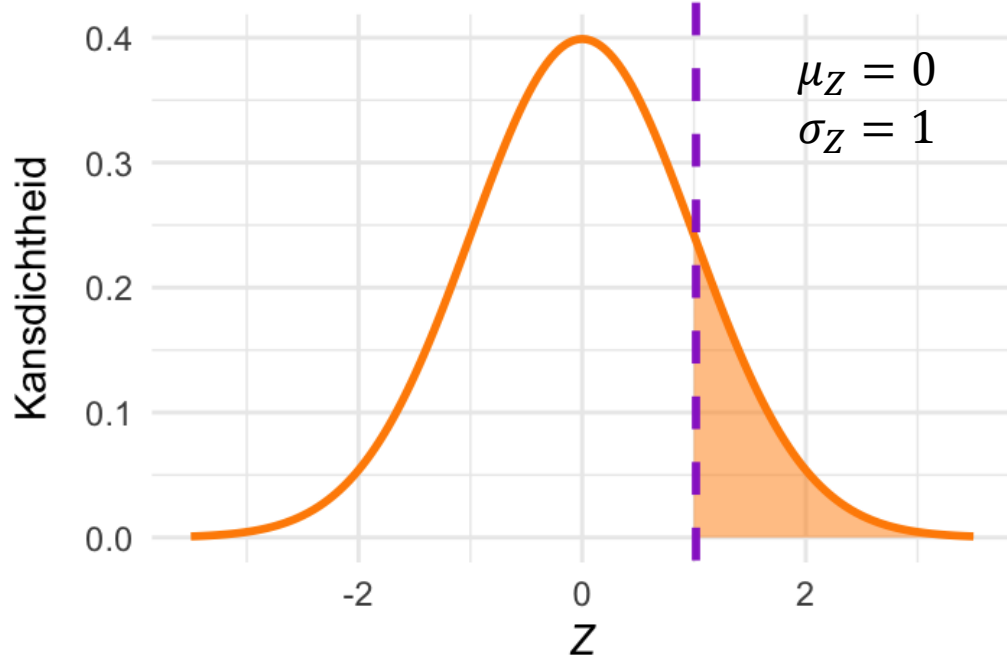
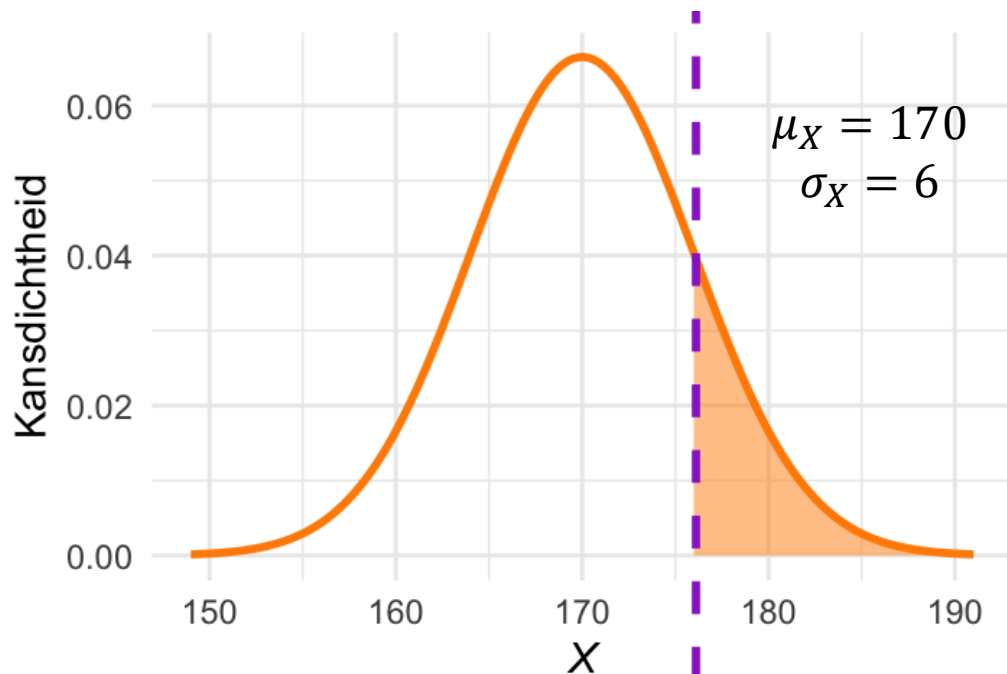


$$\Pr[\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma] = 0,954 \dots$$

Standaardnormale verdeling



- Speciaal geval:
 $\mu = 0$
 $\sigma = 1$
- Variabele wordt vaak Z genoemd



Transformeren naar de standaardnormale verdeling

$$\Pr[X > 176] = \Pr[X - 170 > 176 - 170]$$

$$= \Pr\left[\frac{X - 170}{6} > \frac{176 - 170}{6}\right] = \Pr[Z > 1]$$

Als X normaal verdeeld is,
dan is

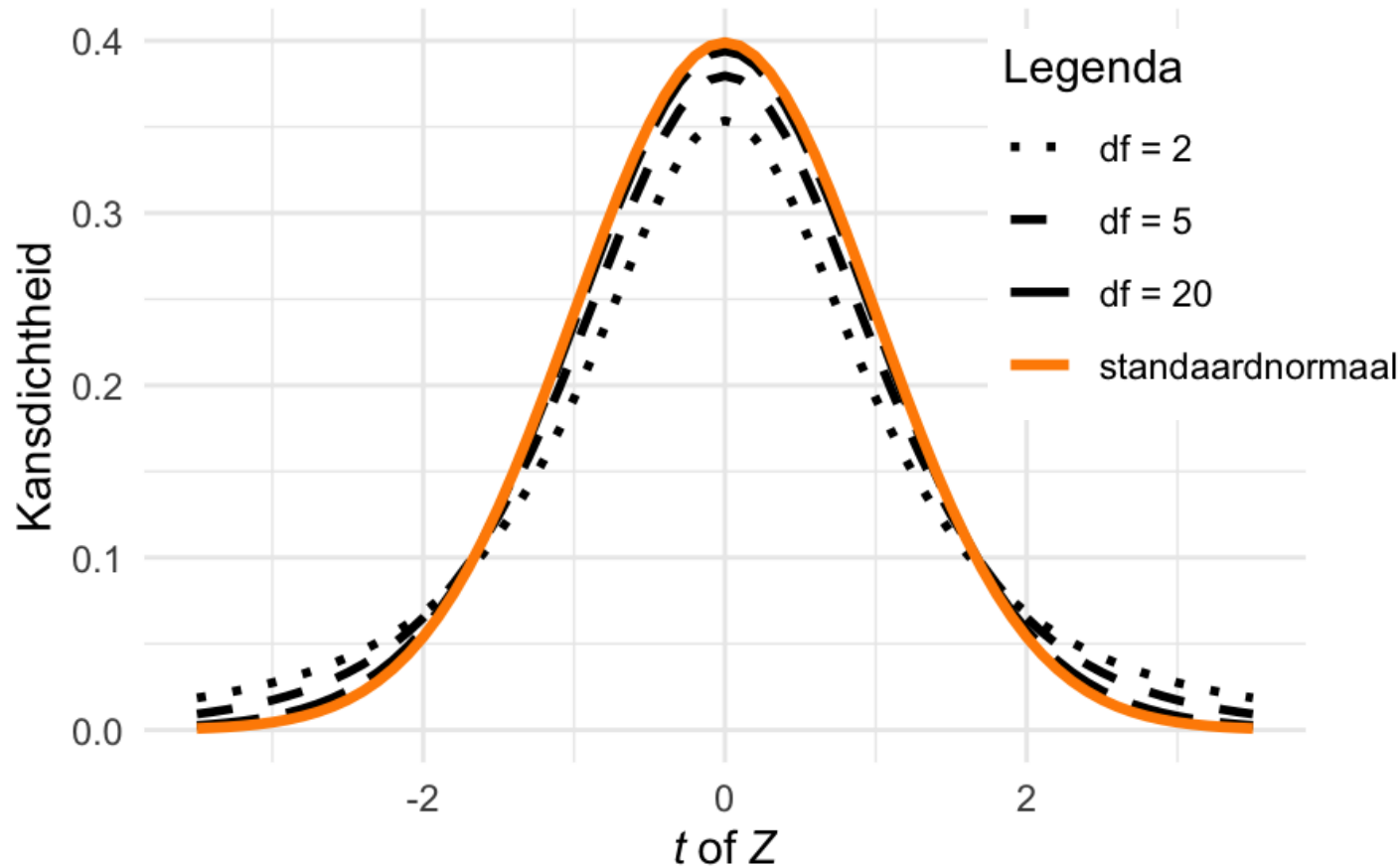
$$Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$

standaardnormaal verdeeld.

Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

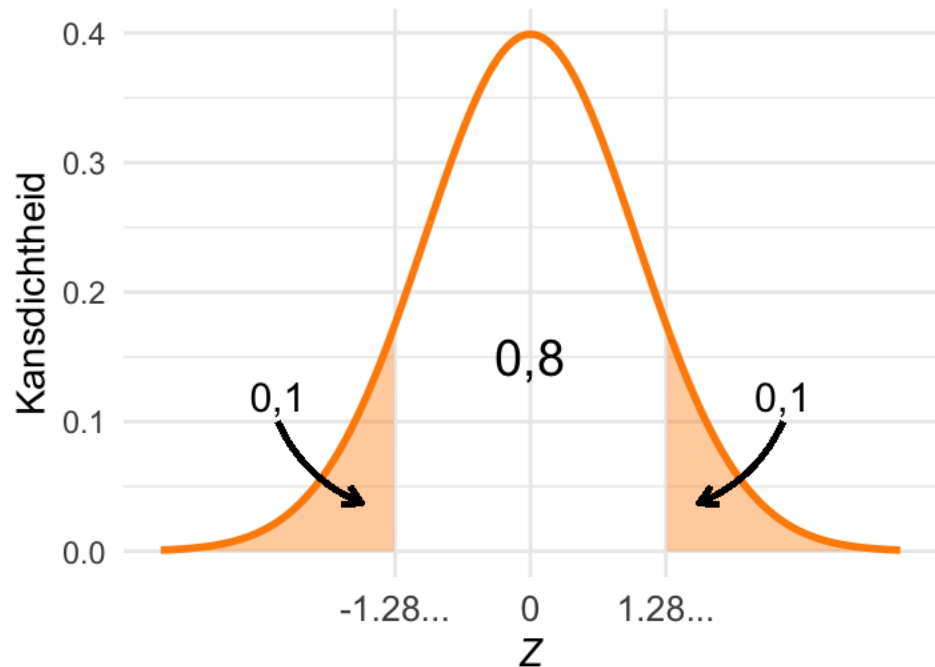
De “familie” van t -verdelingen



- Parameter: df
aantal vrijheidsgraden
- Lijkt op de standaard-normale verdeling,
- maar “dikkere staarten”, dus meer spreiding.
- Wordt standaardnormaal als $df \rightarrow \infty$.

Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

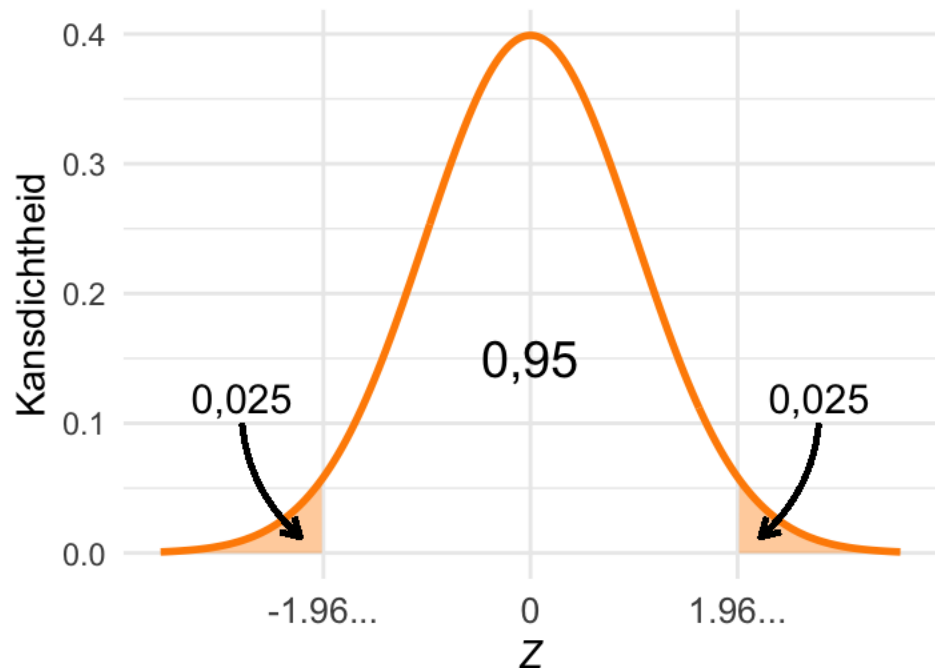


Kritieke waarden van de standaardnormale verdeling

Totale kans in de staarten 0,2.

Grens: 1,28.

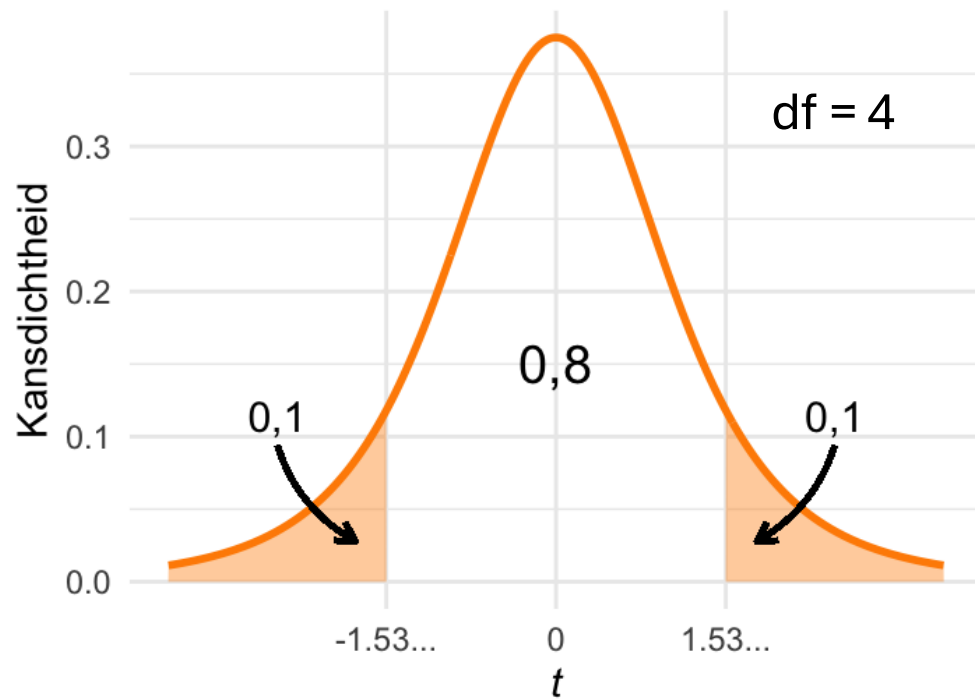
Dus kritieke waarde $Z_{0.2(2)} = 1,28 \dots$



Totale kans in de staarten 0,05.

Grens: 1,96.

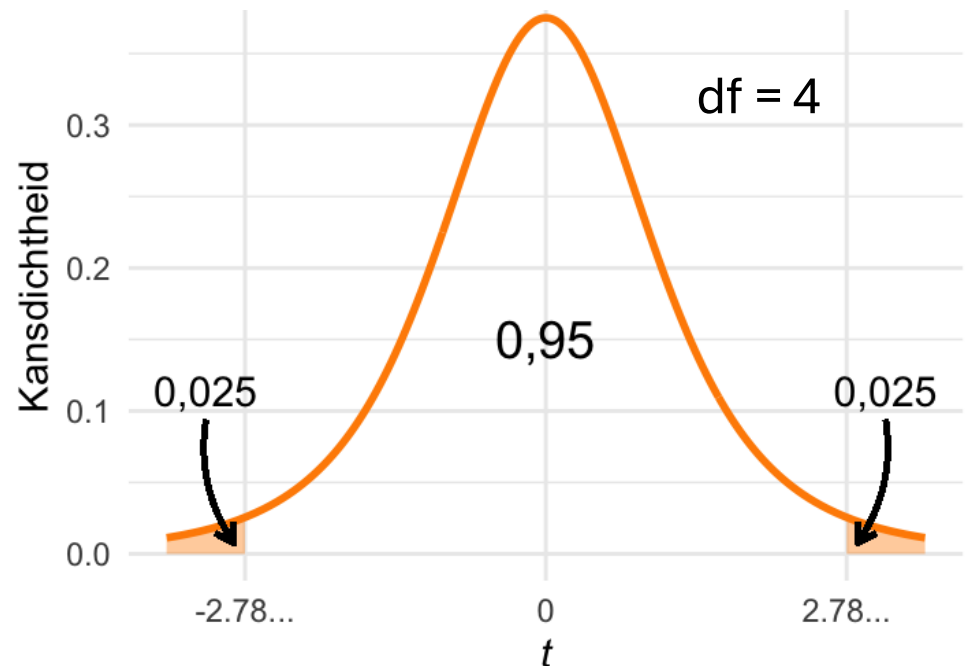
Dus kritieke waarde $Z_{0.05(2)} = 1,96 \dots$



Kritieke waarden van de *t*-verdeling

Totale kans in de staarten 0,2 en $df = 4$.
Grens: 1,53...

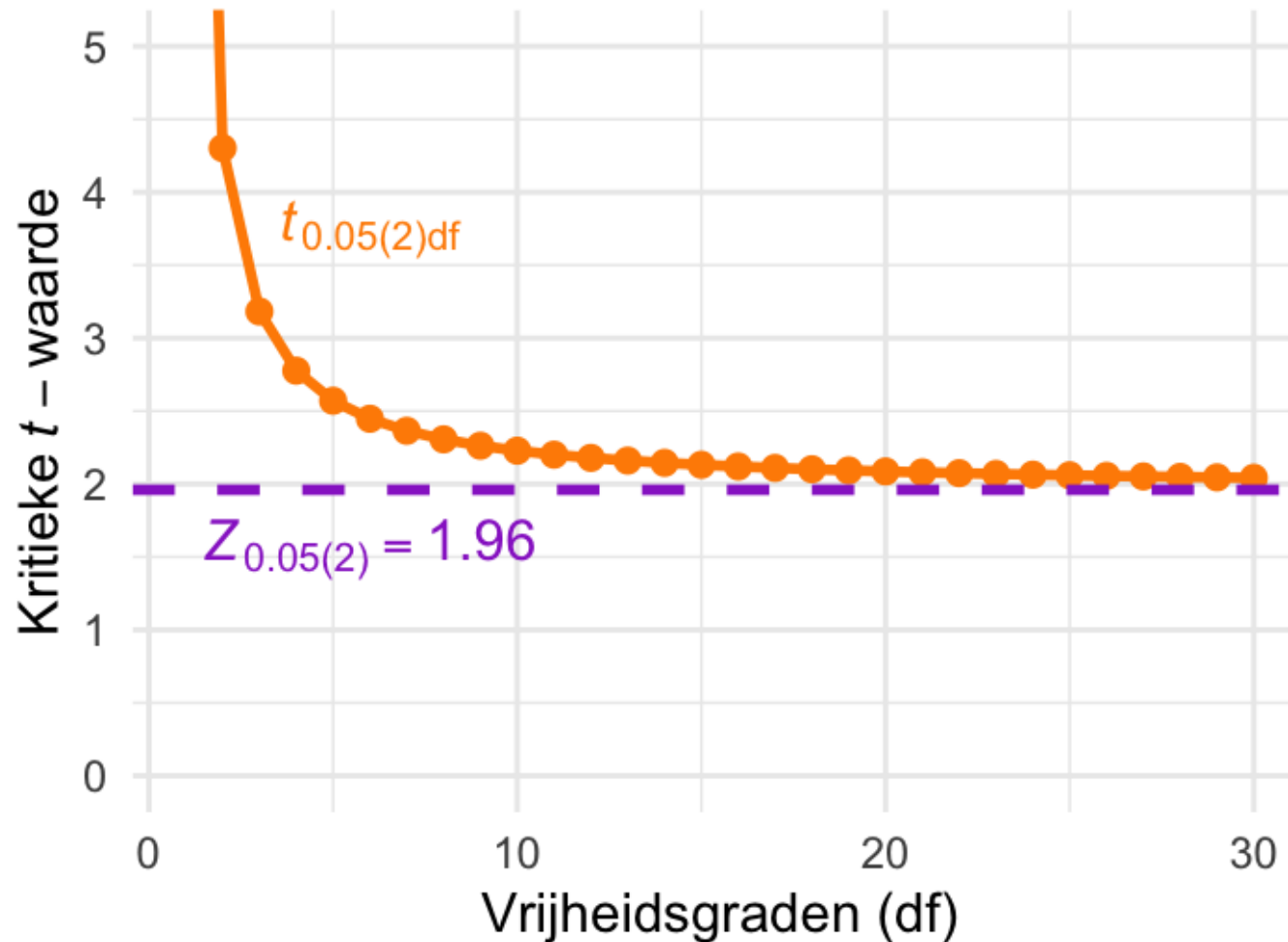
Dus kritieke waarde $t_{0.2(2)_4} = 1,53 \dots$



Totale kans in de staarten 0,05 en $df = 4$.
Grens: 2,78...

Dus kritieke waarde $t_{0.05(2)_4} = 2,78 \dots$

Kritieke waarden van de t -verdeling convergeren naar die van de standaardnormale verdeling



Inhoud

1. Wat zijn kansverdelingen?
2. Kansen als oppervlaktes “onder de grafiek”
3. De cumulatieve kansverdeling
4. Kansenverdelingen voor continue variabelen
5. Maten voor ligging en spreiding van kansverdelingen
6. De normal verdeling
7. De t -verdeling
8. Kritieke waarden
9. Andere kansverdelingen

Andere kansverdelingen

