Utrecht University

Dichtheidseffecten

Bram van Dijk (hij/hem)

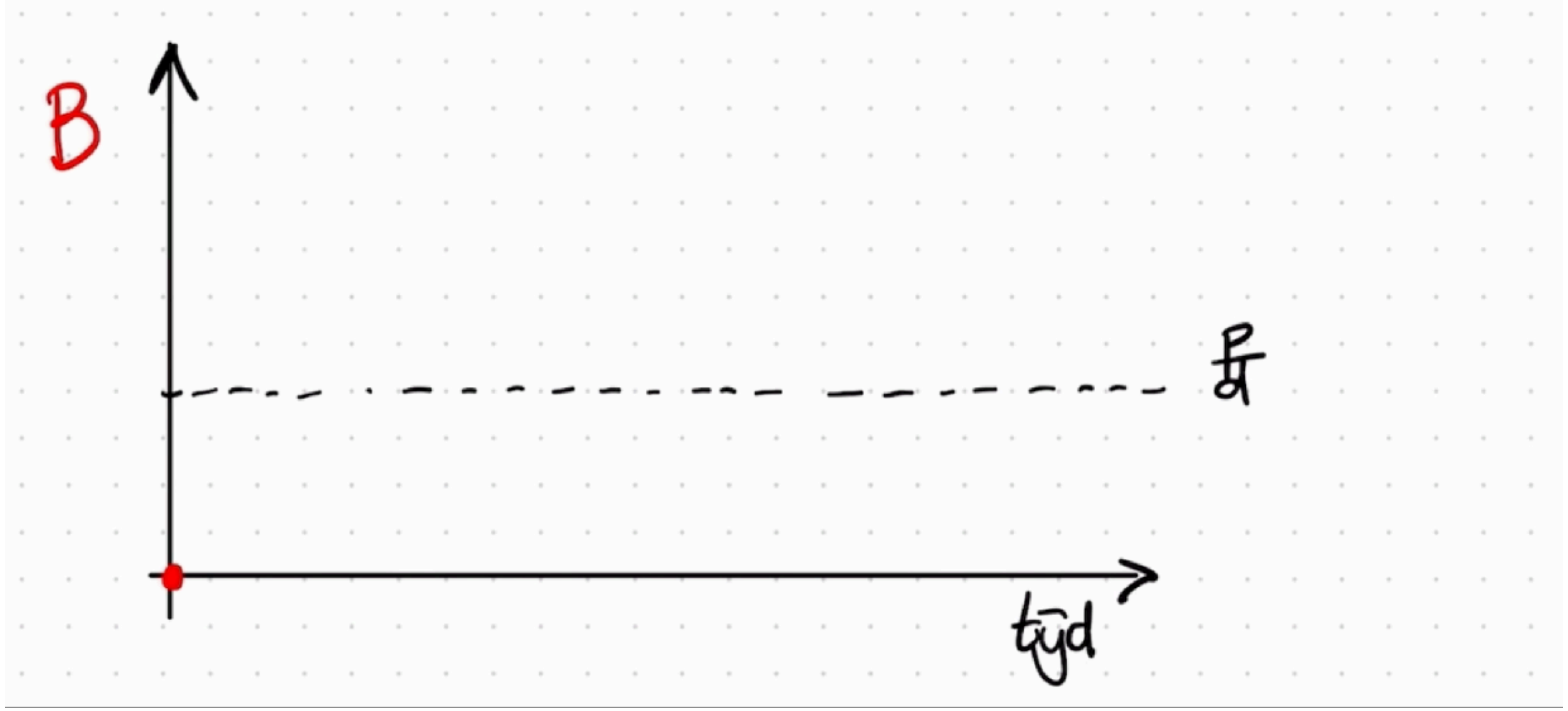
Bloed doneren in Rstudio

Bloed doneren in Rstudio

➔ RStudio®

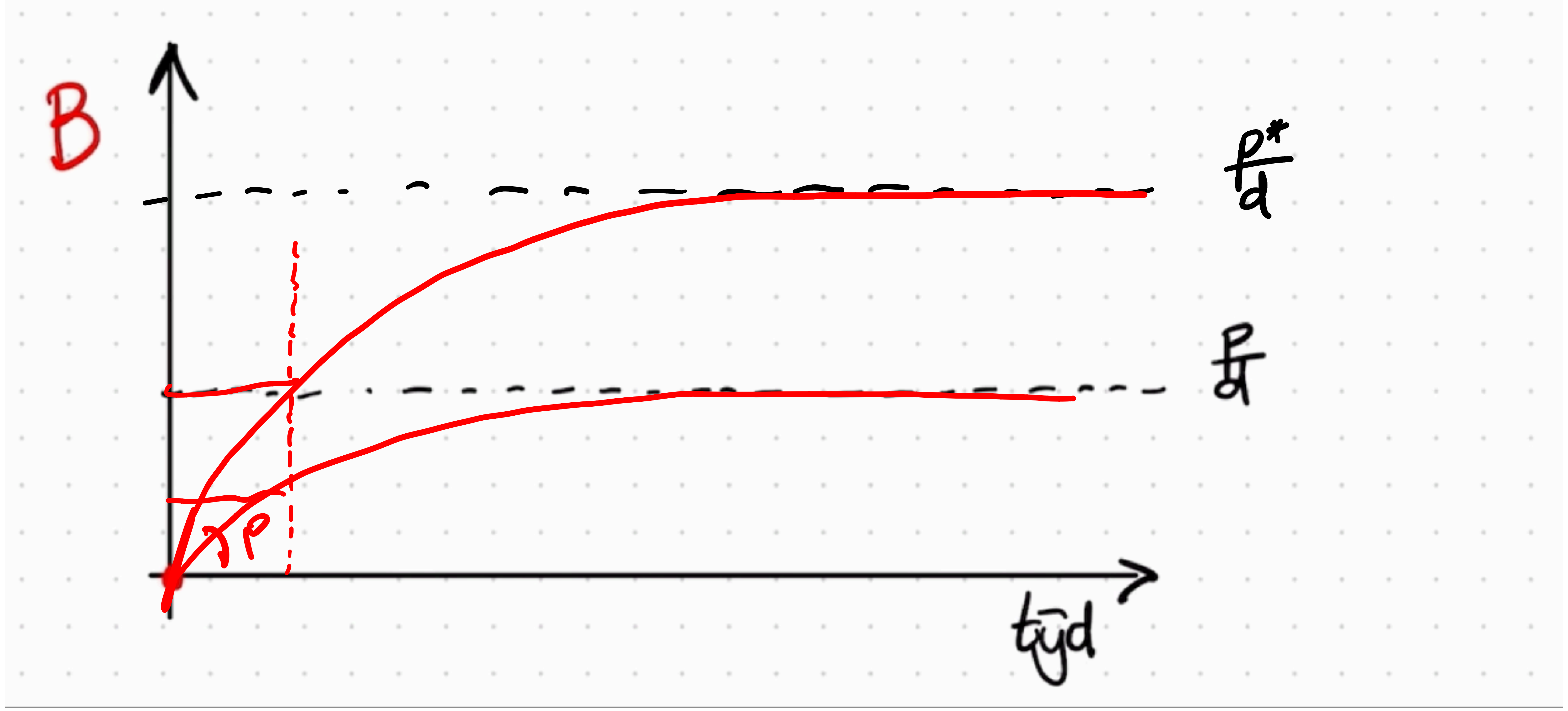
Kennisclip: bloed doneren / ontvangen

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = p - dB$$



Kennisclip: bloed doneren / ontvangen

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = p - dB \longrightarrow p^* = 2 \cdot p$$

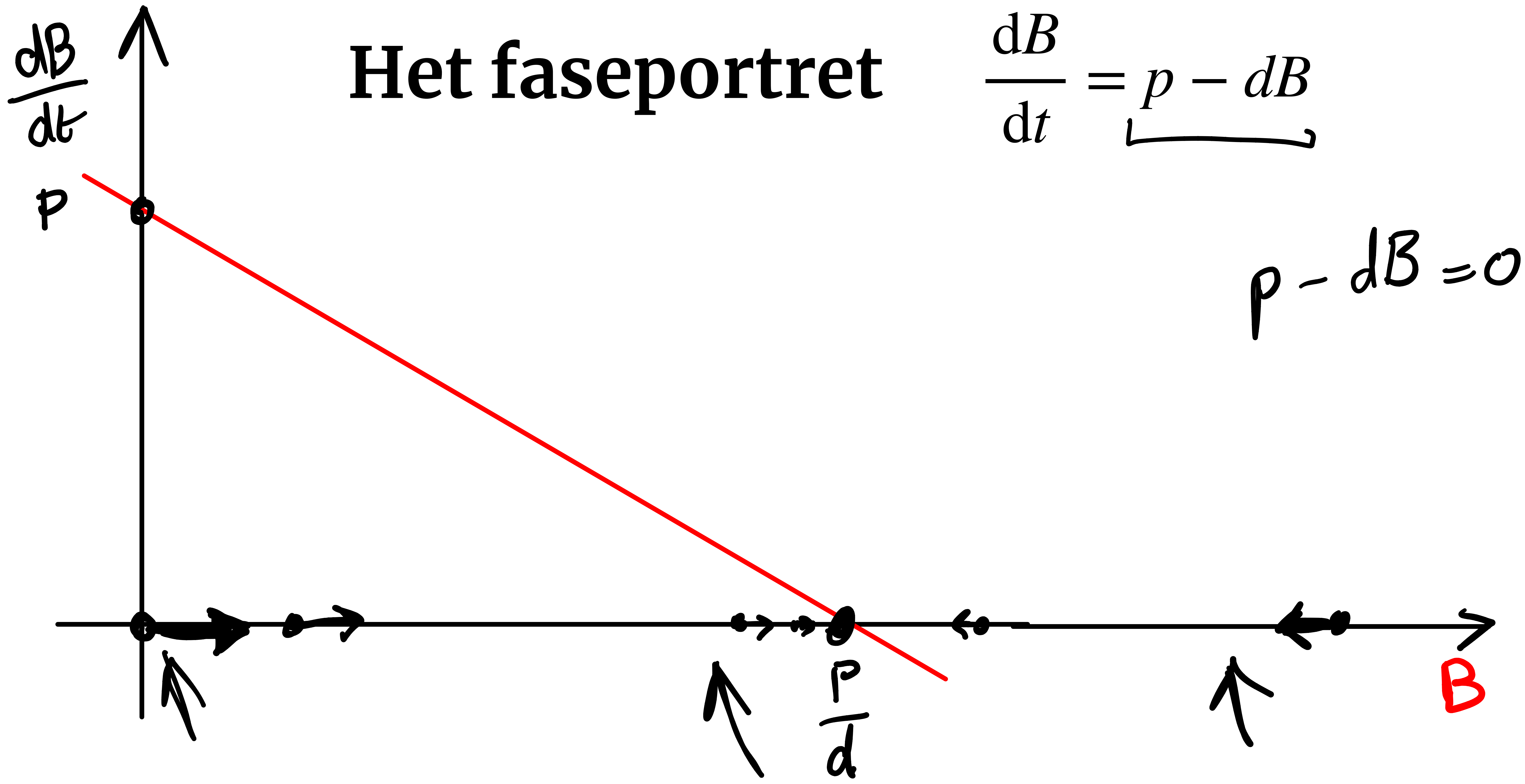


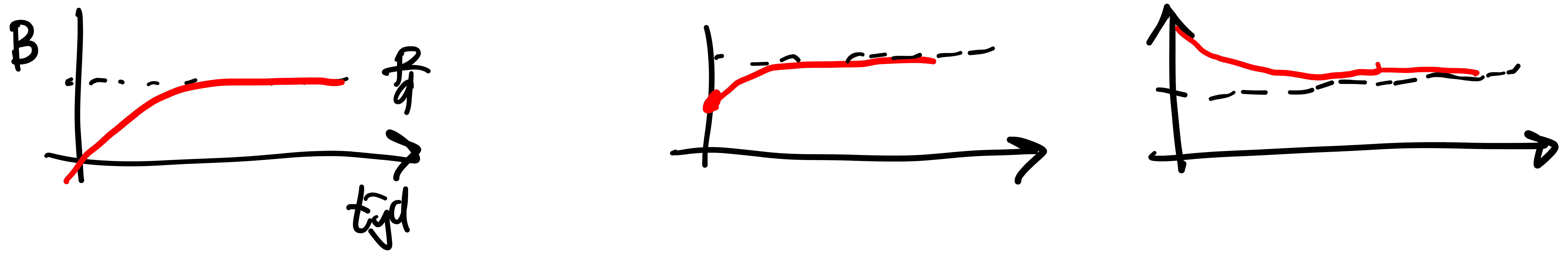
Het faseportret

$$\frac{dB}{dt} = \underbrace{p - dB}$$

$p - dB = 0$ als $p = dB$

$B = \frac{p}{d}$



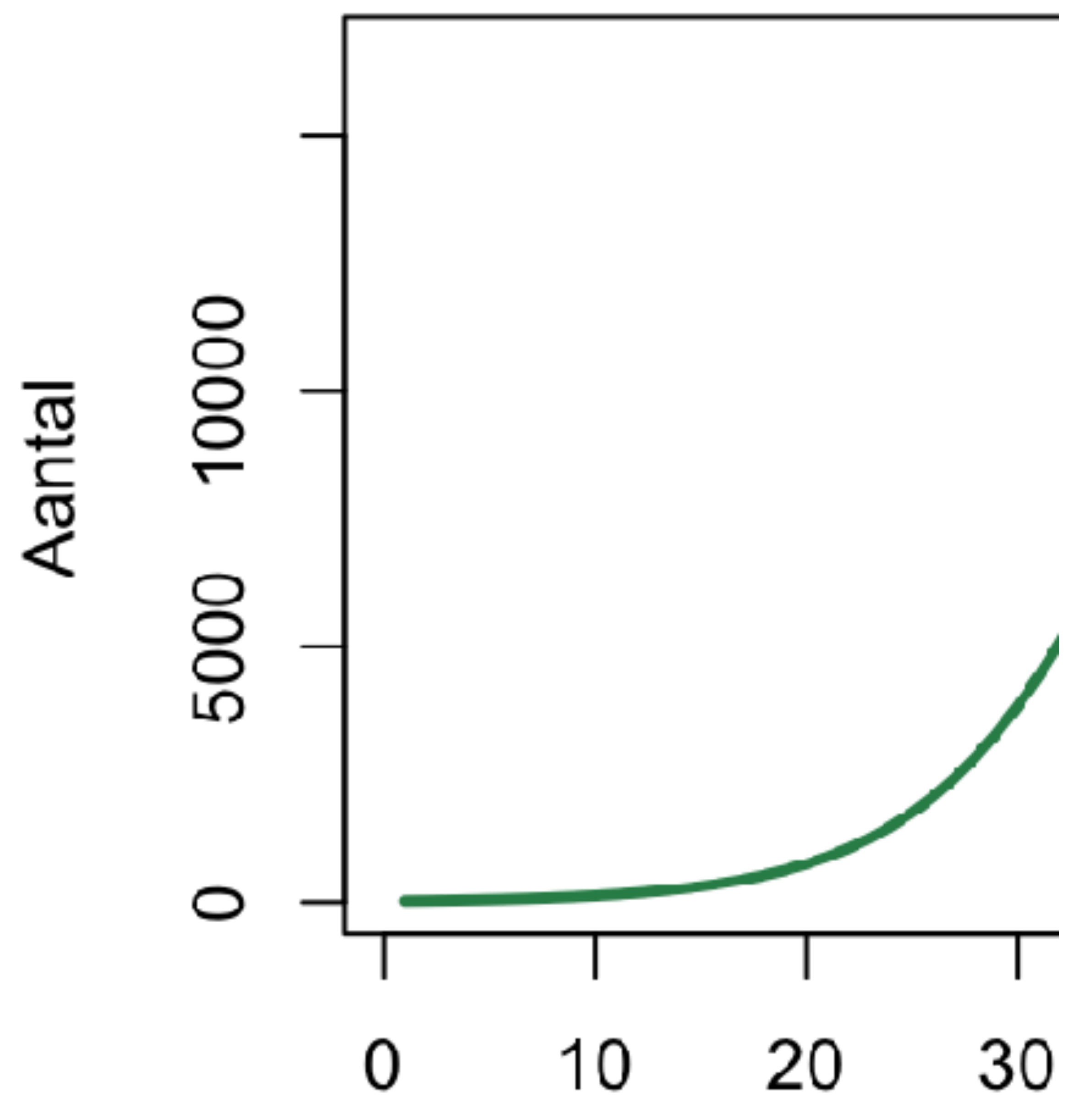


Exponentiële groei

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN$$

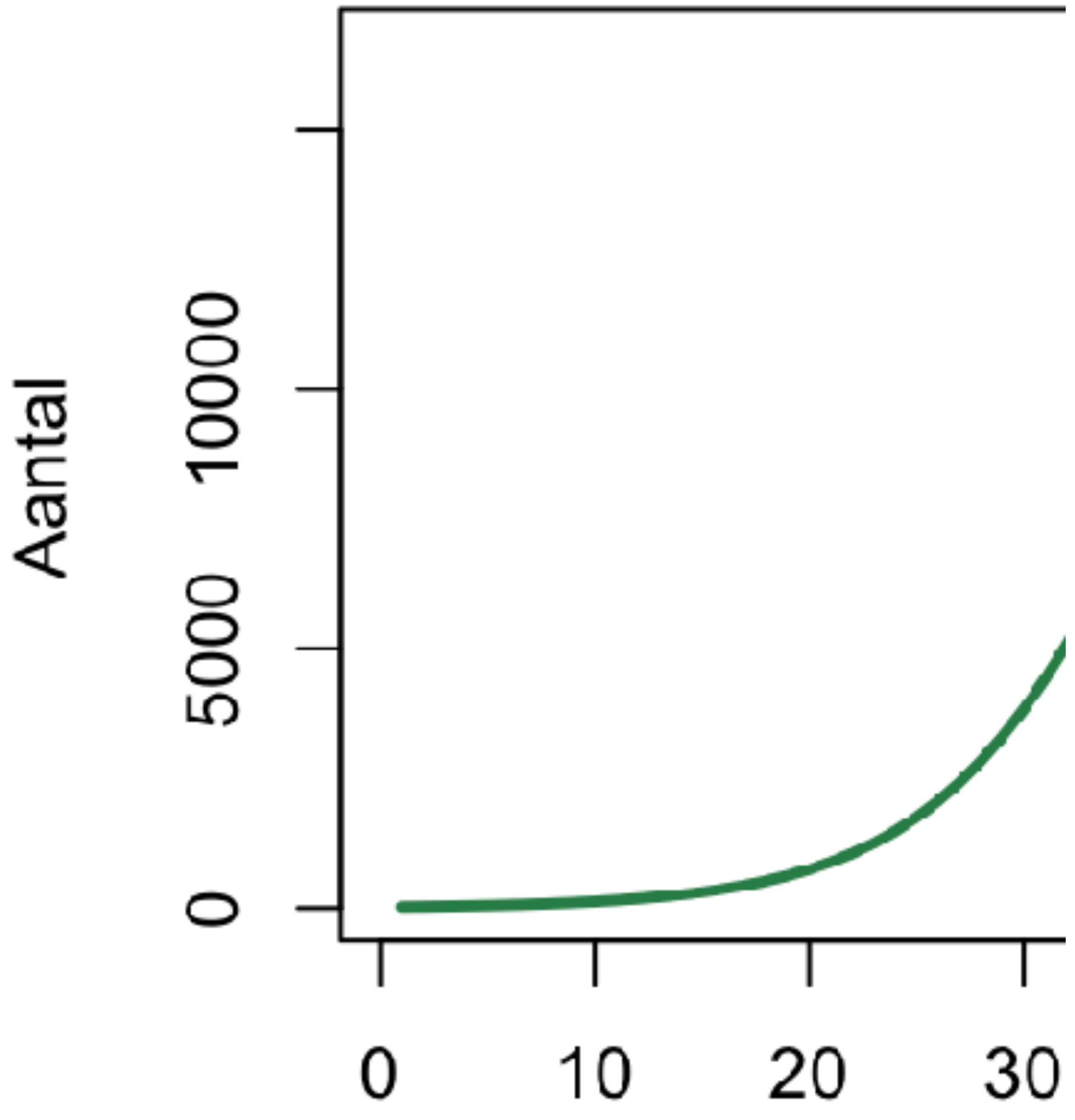
Exponentiële groei

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN$$



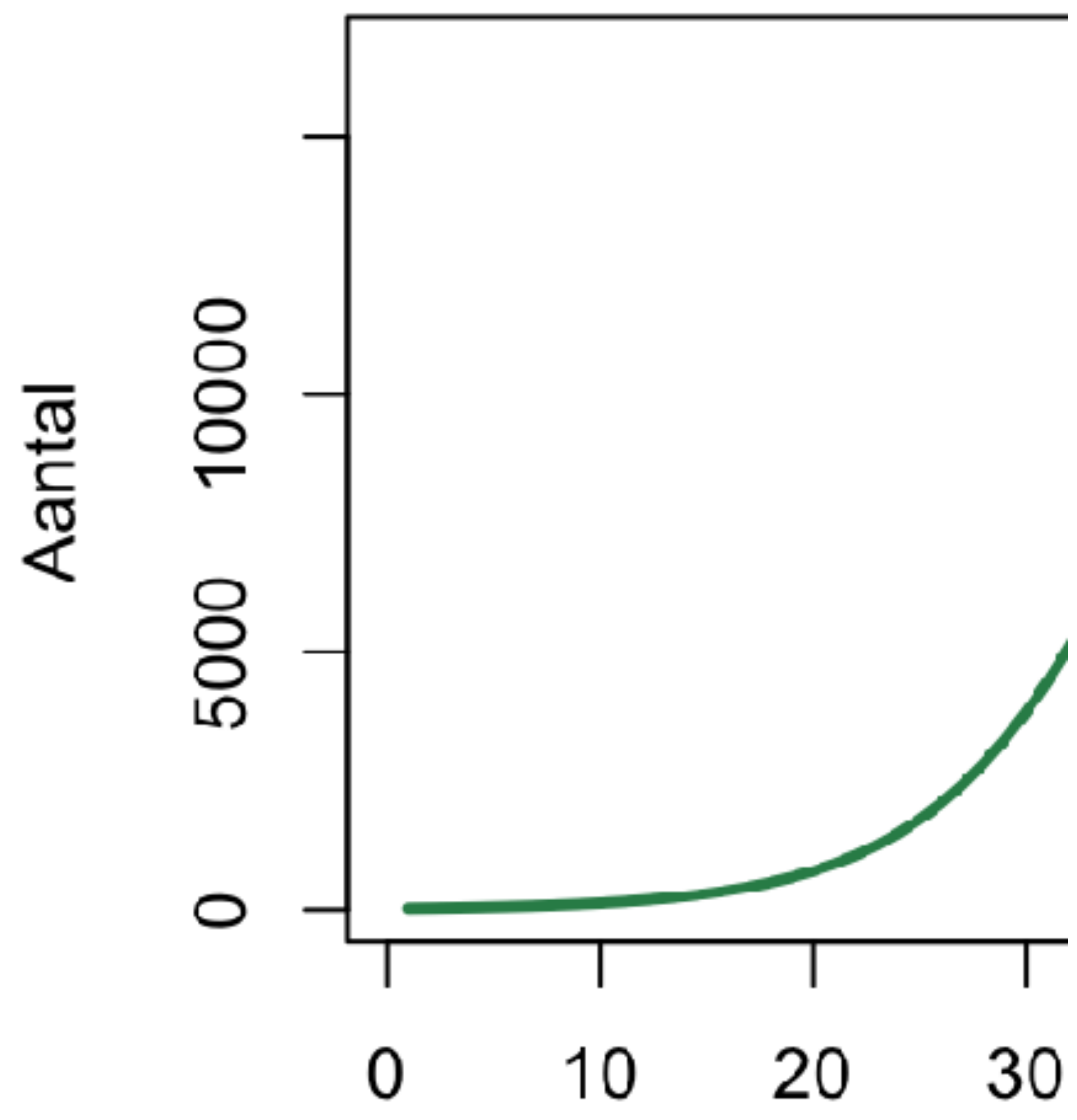
Een andere differentiaalvergelijking

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN$$



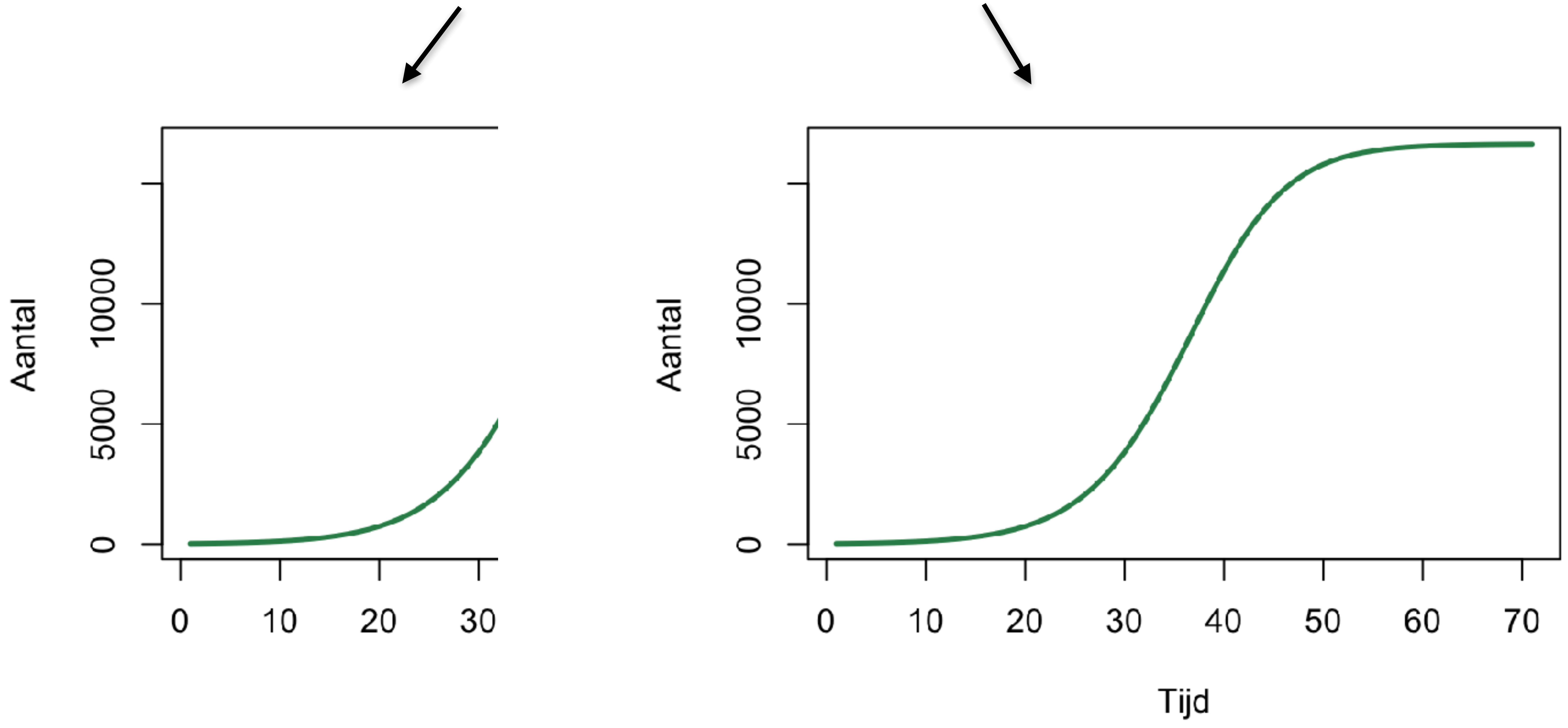
Een <u>andere</u> differentiaalvergelijking

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN(1 - \frac{N}{K})$$



Een <u>andere</u> differentiaalvergelijking

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN(1 - \frac{N}{K})$$



Deze stap is **niet** algebra!

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

$$rN \neq rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

Werkcollege H11

$$\frac{dN}{dt} = \text{migratie} + \text{geboorte} - \text{death} - \text{predatie}$$

$$\frac{dN}{dt} = m + b \cdot N - dN^2 - aNV$$

$$\frac{dN}{dt} = bN - dN^2 = 0 \qquad \bar{N} = 0$$

$$N(b - dN) = 0 \qquad \bar{N} = 0$$

$$\frac{b = dN}{N = \frac{b}{d}}$$

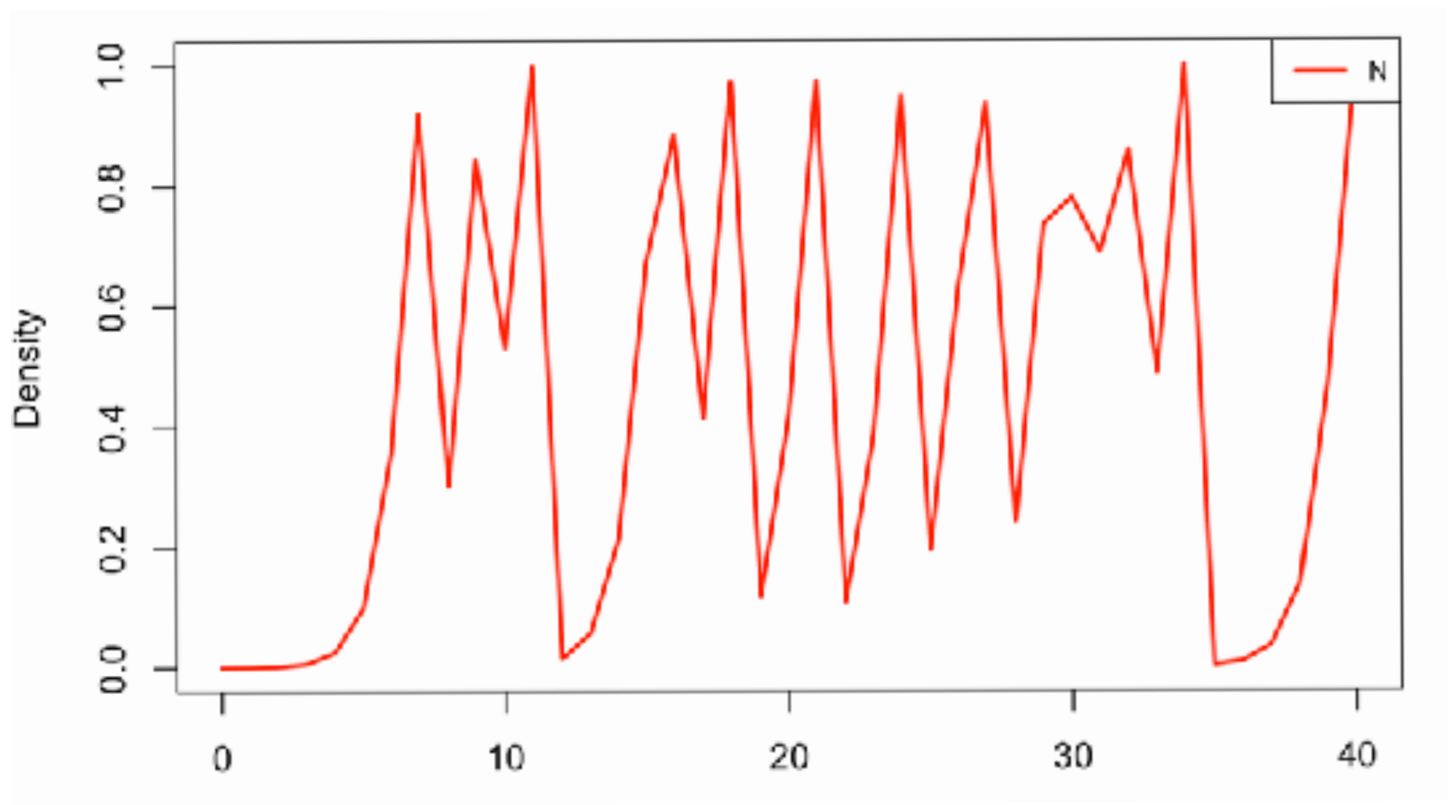
Werkcollege H11

$$\frac{dN}{dt} = \text{migratie} + \text{geboorte} - \text{death} - \text{predatie}$$

$$\frac{dN}{dt} = m + b \cdot N - dN^2 - aNV$$

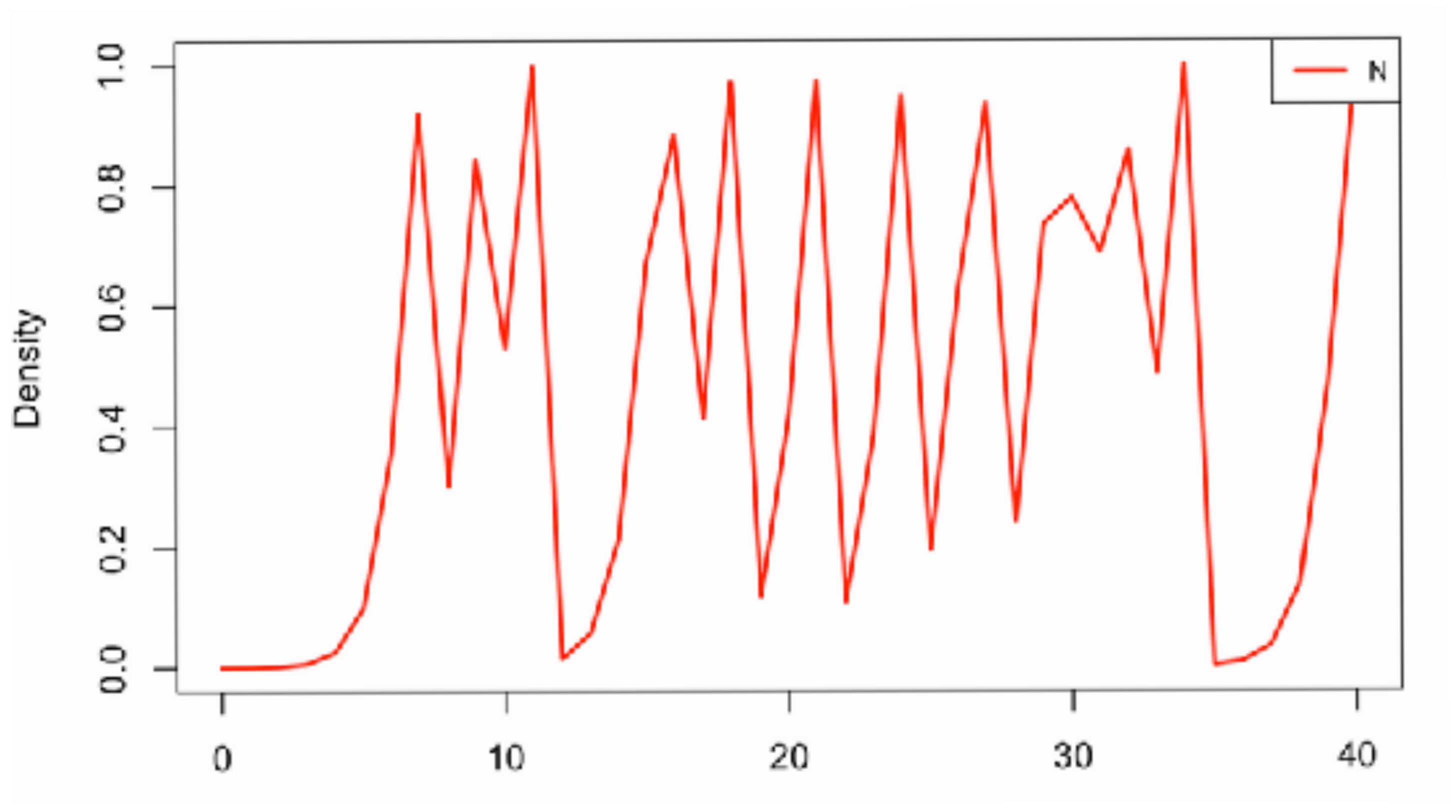
Werkcollege H11

Differentievergelijking met r=4

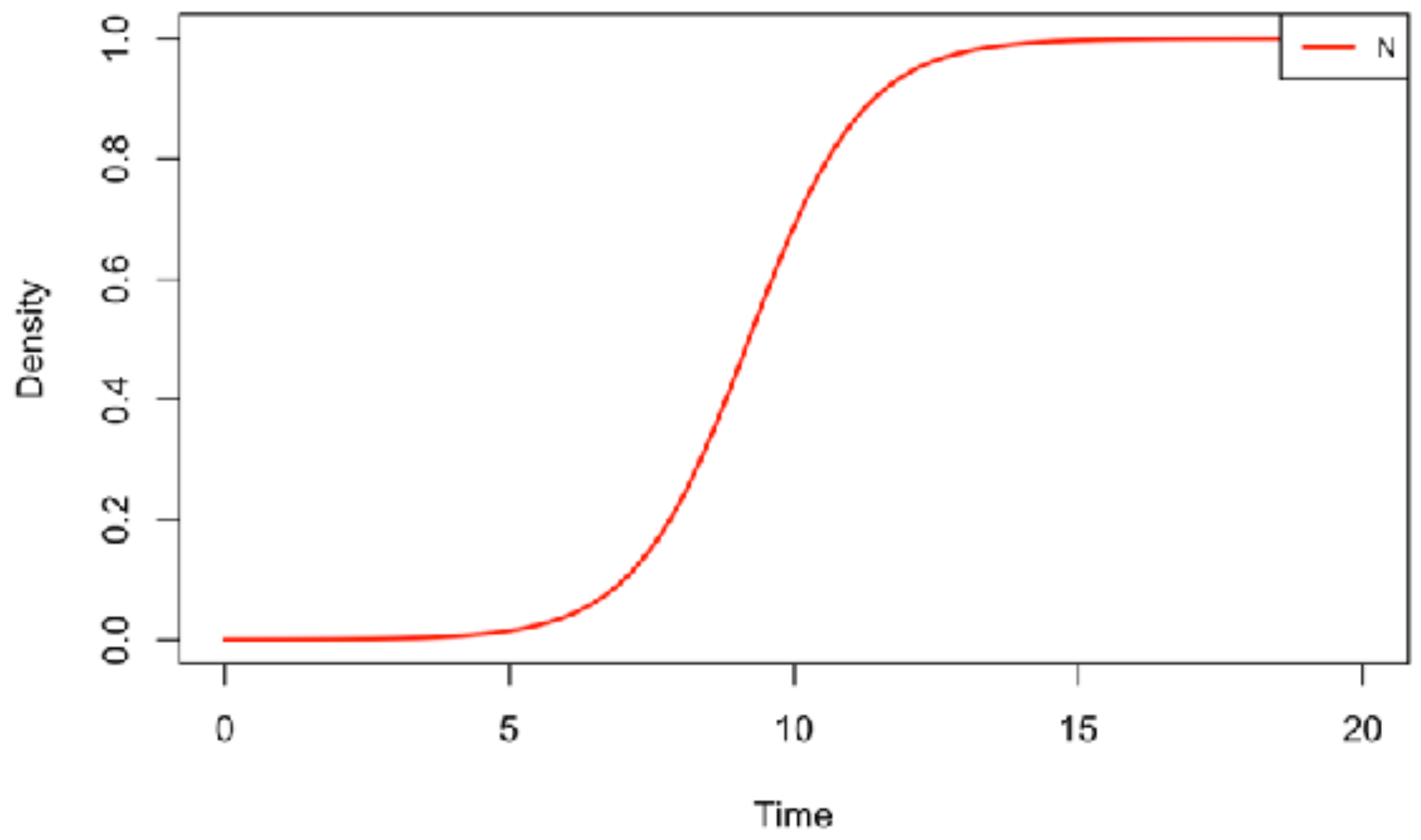


Werkcollege H11

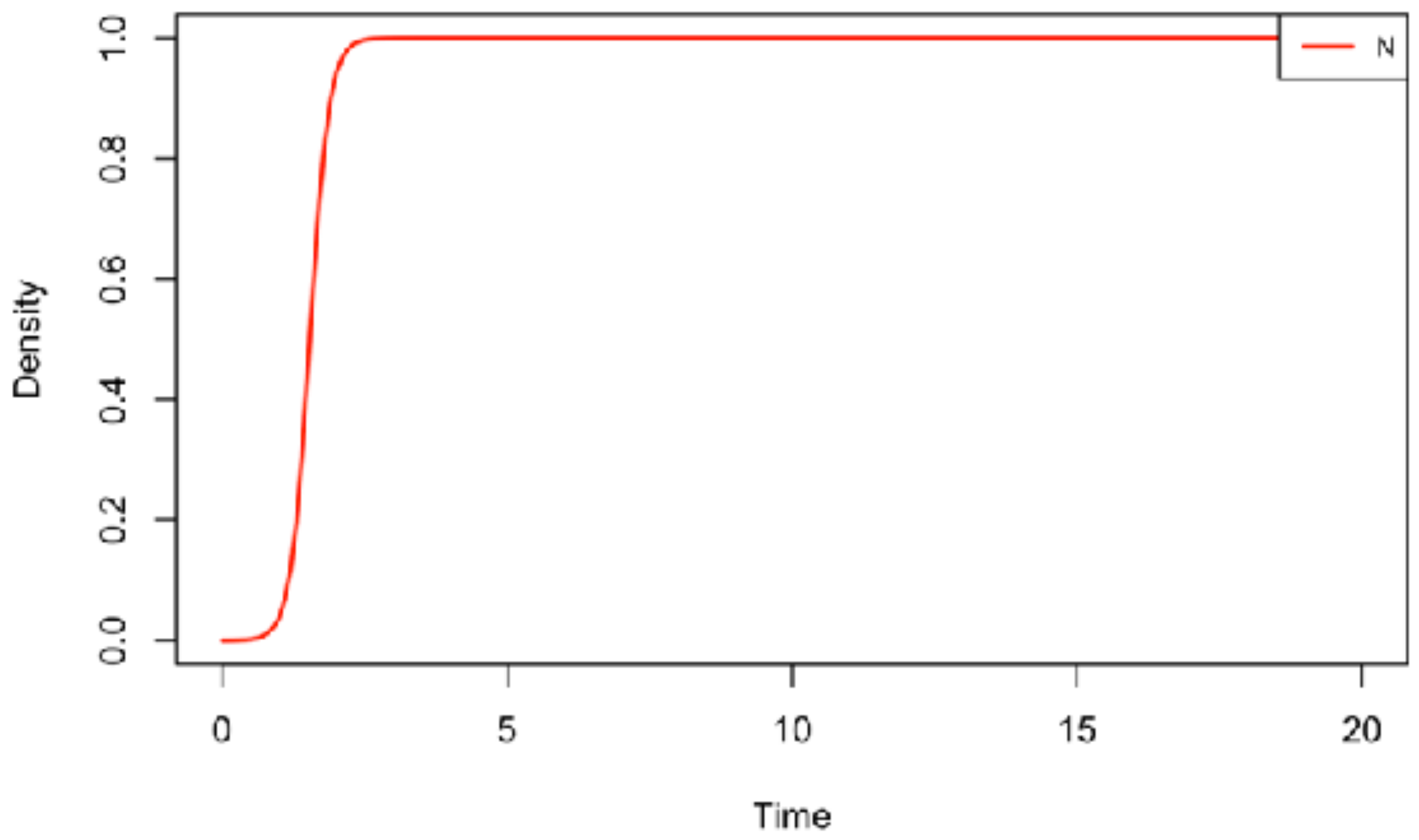
Differentievergelijking met r=4



Logistische groei in ODE met r=1

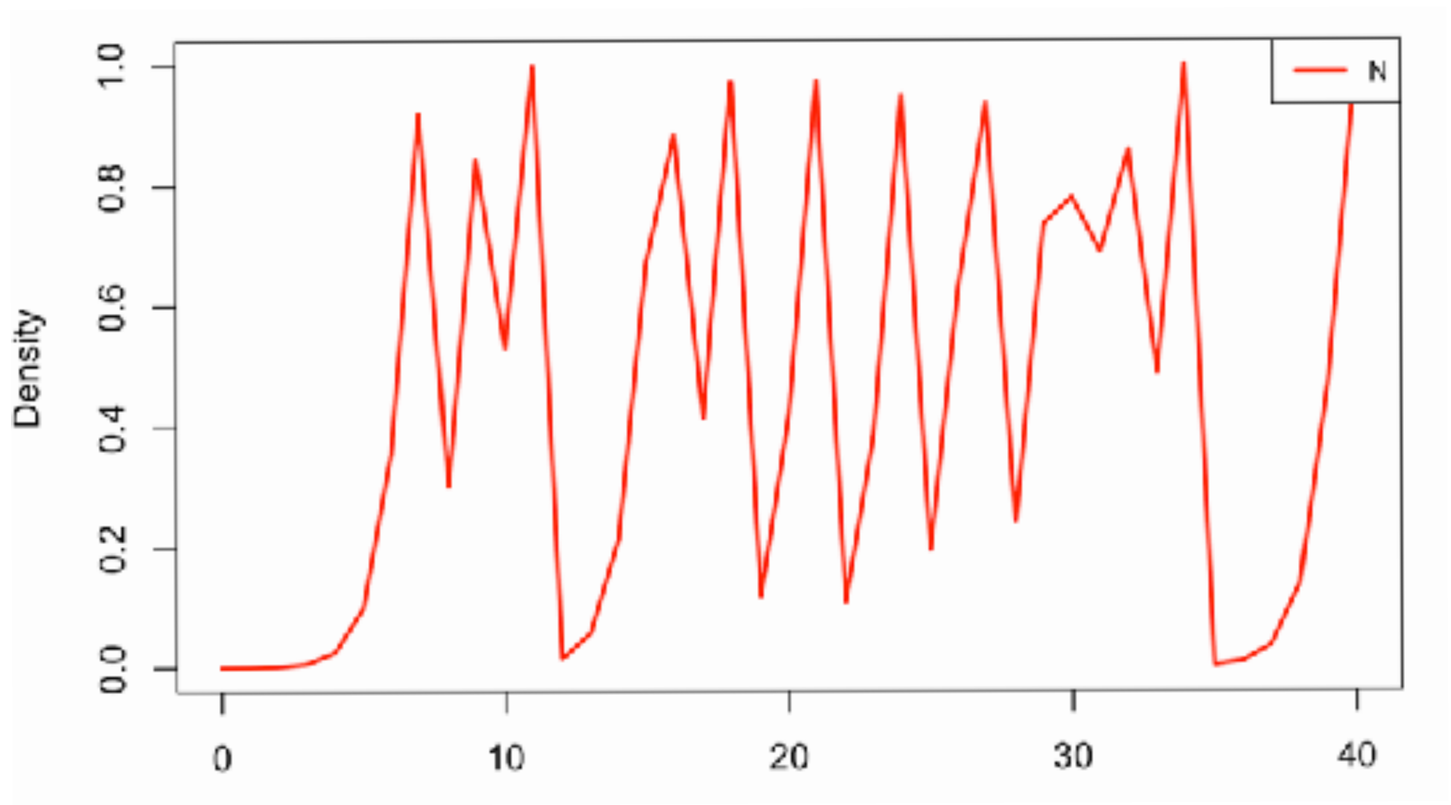


Logistische groei in ODE met r=6

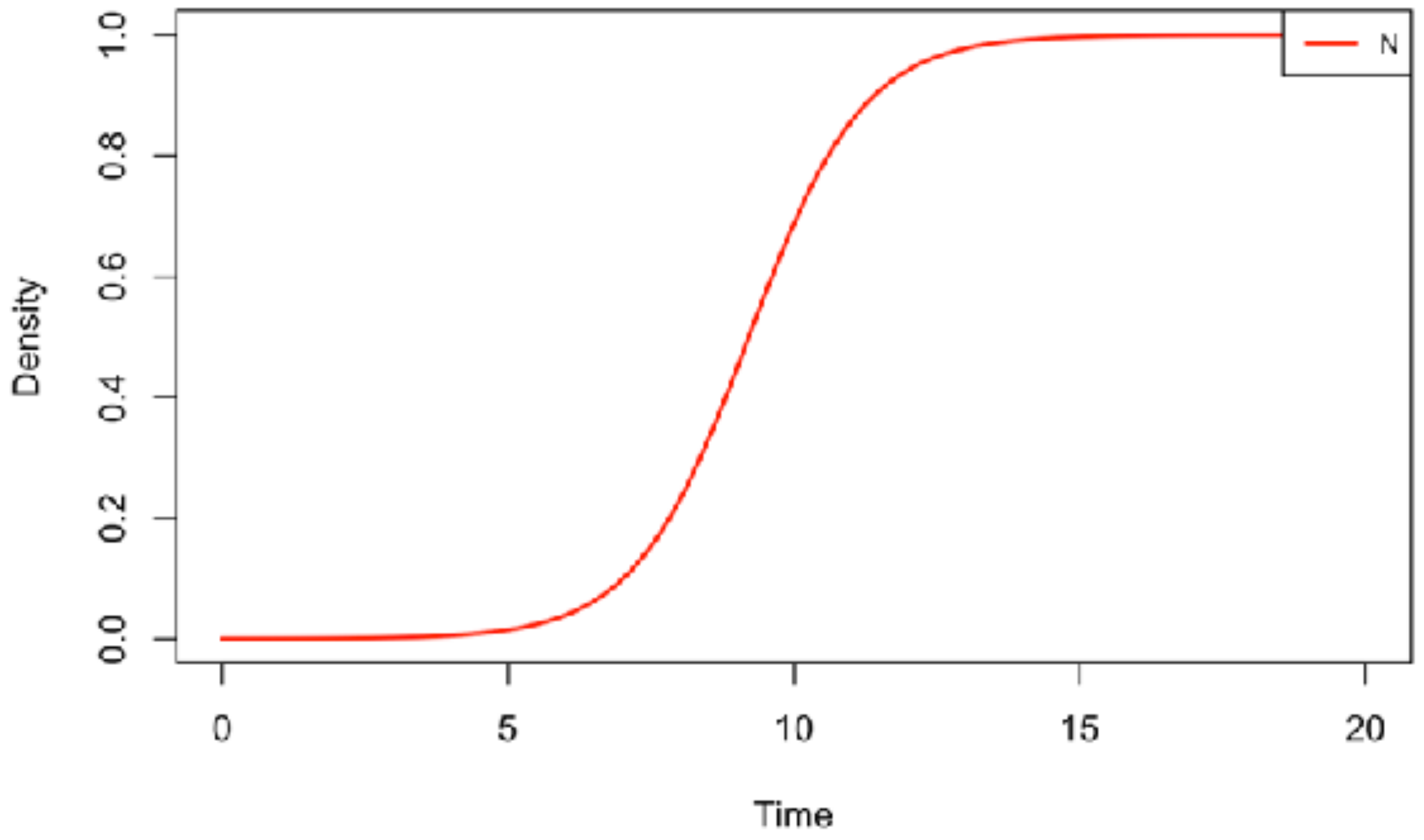


Werkcollege H11

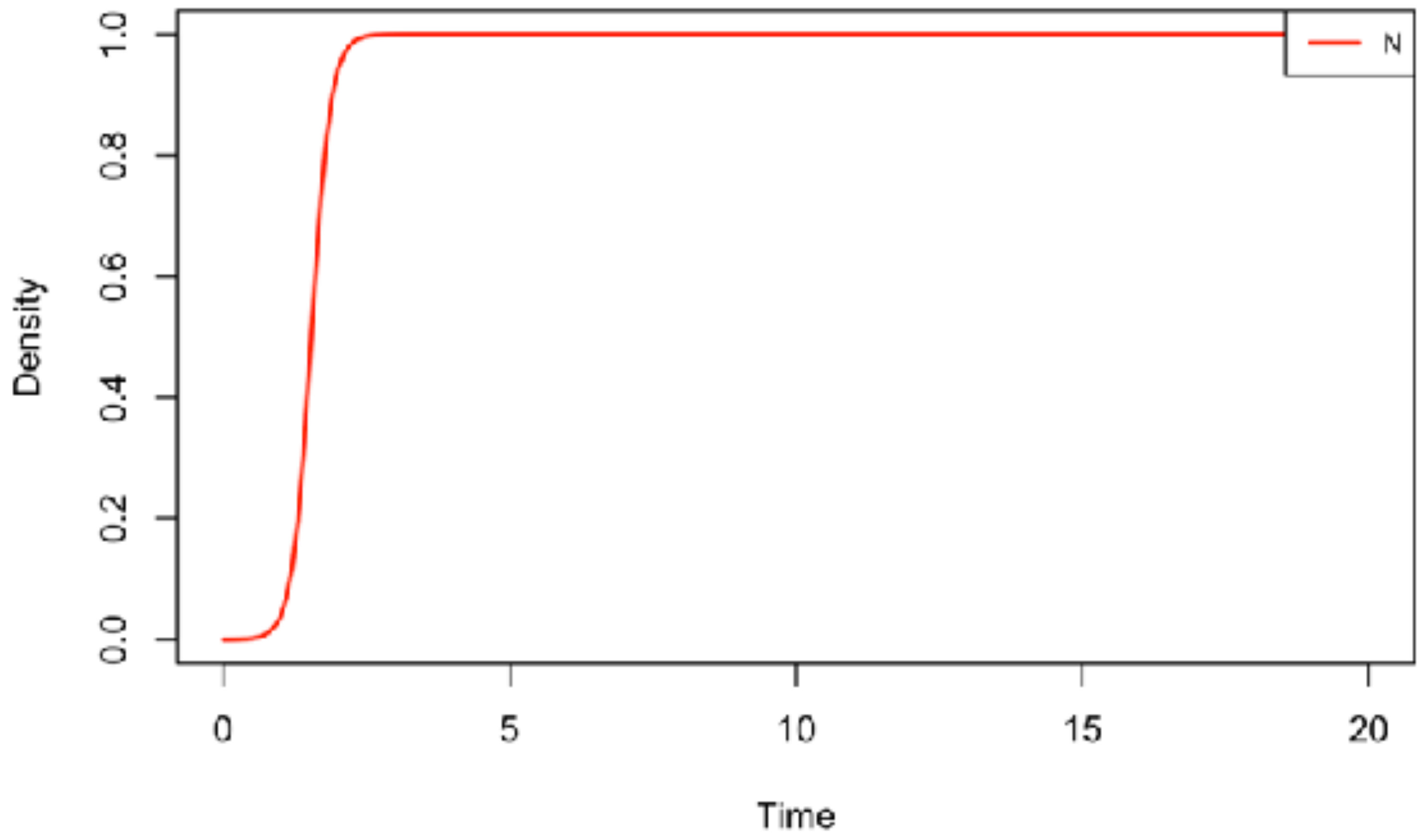
Differentievergelijking met r=4



Logistische groei in ODE met r=1



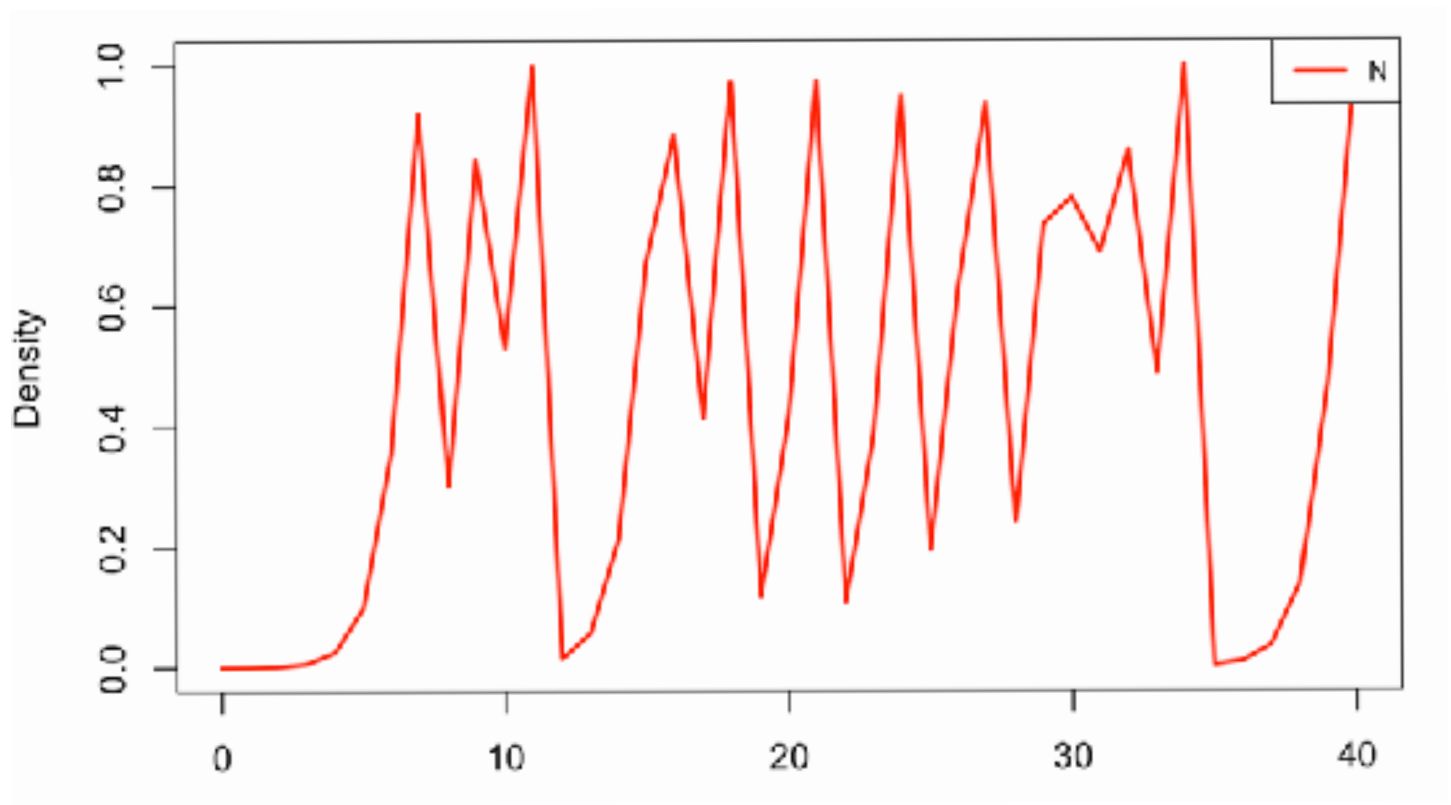
Logistische groei in ODE met r=6



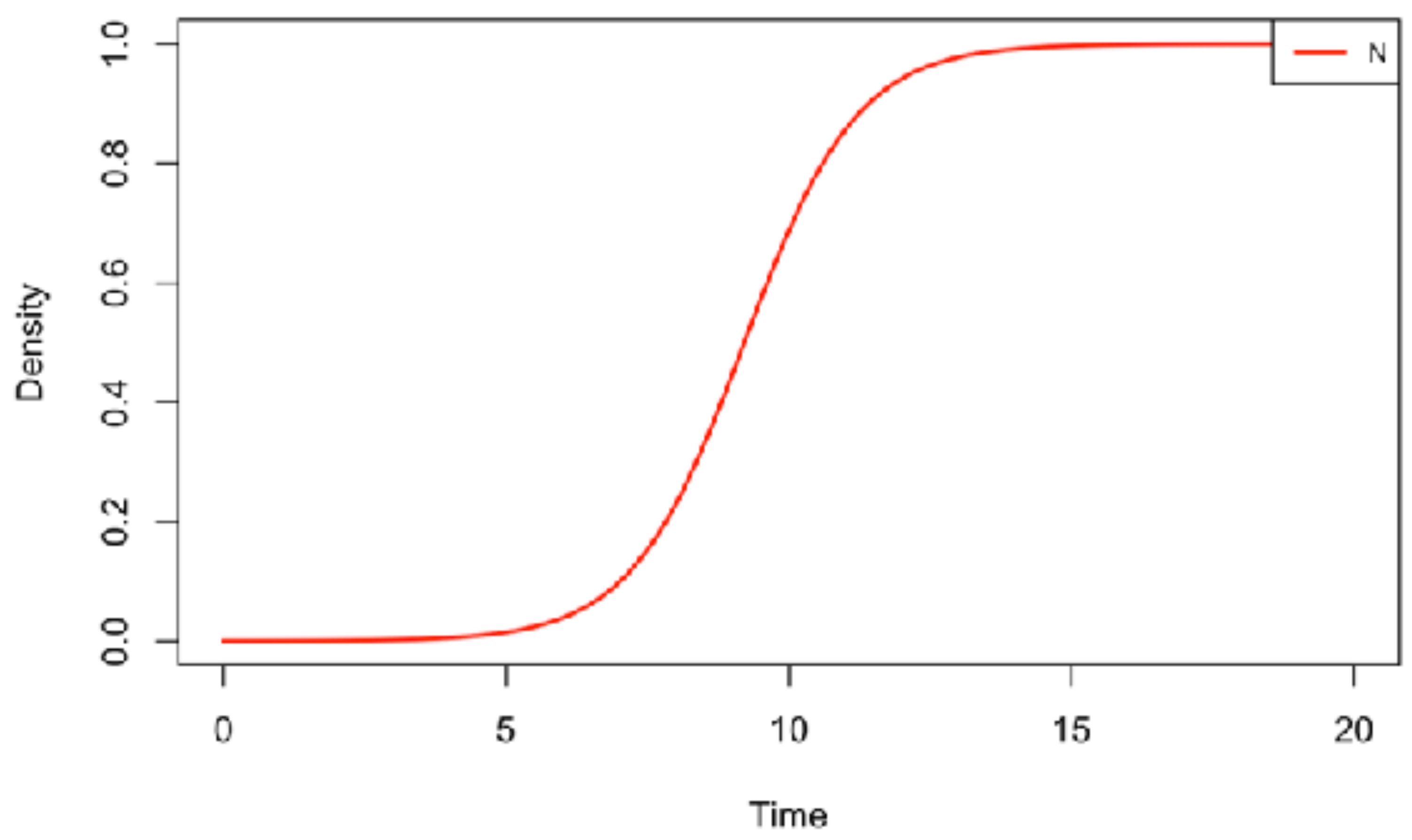
$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right) \qquad N(t) = \frac{N(0)}{N(0) + e^{-rt}\big(1 - N(0)\big)}$$

Werkcollege H11

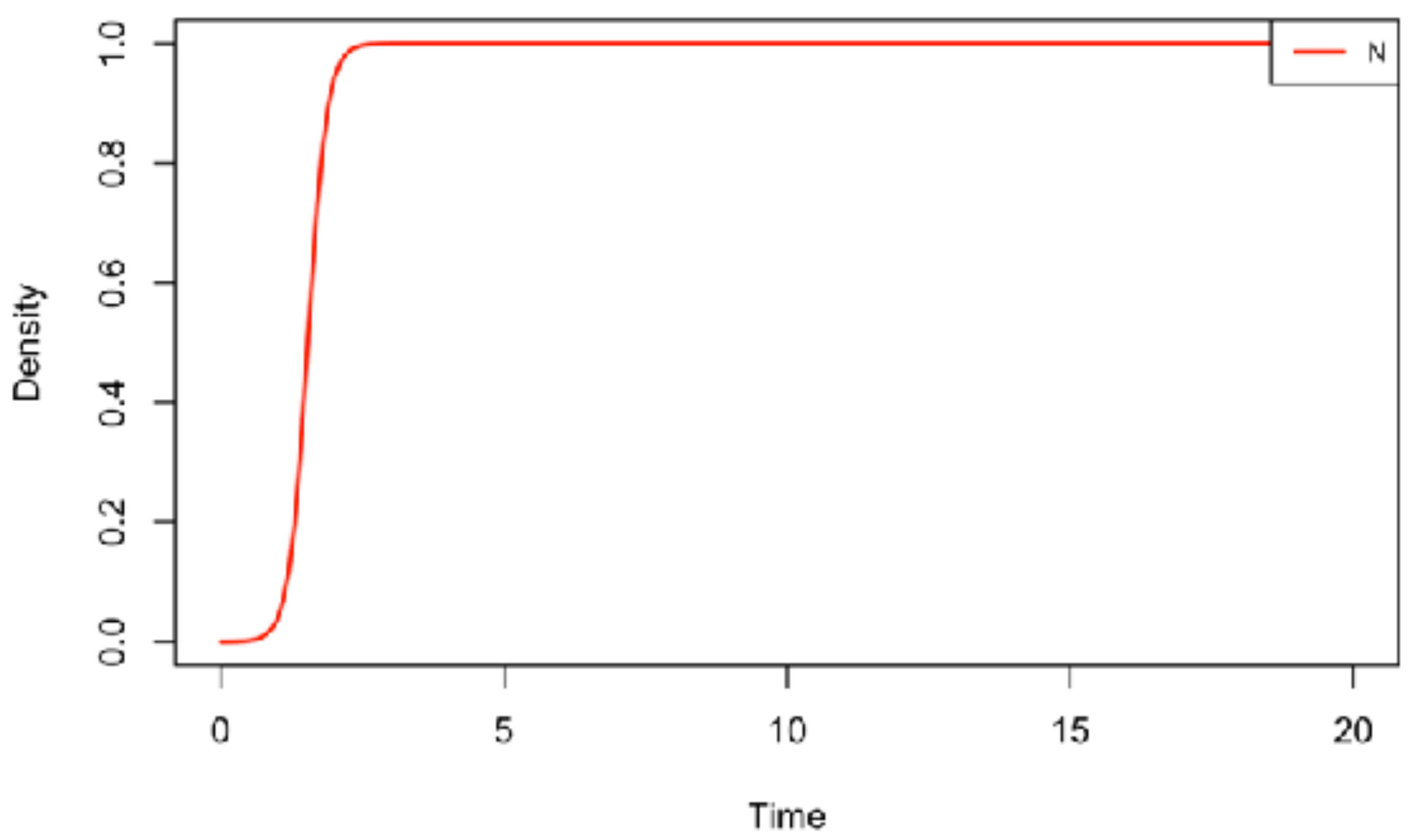
Differentievergelijking met r=4



Logistische groei in ODE met r=1



Logistische groei in ODE met r=6

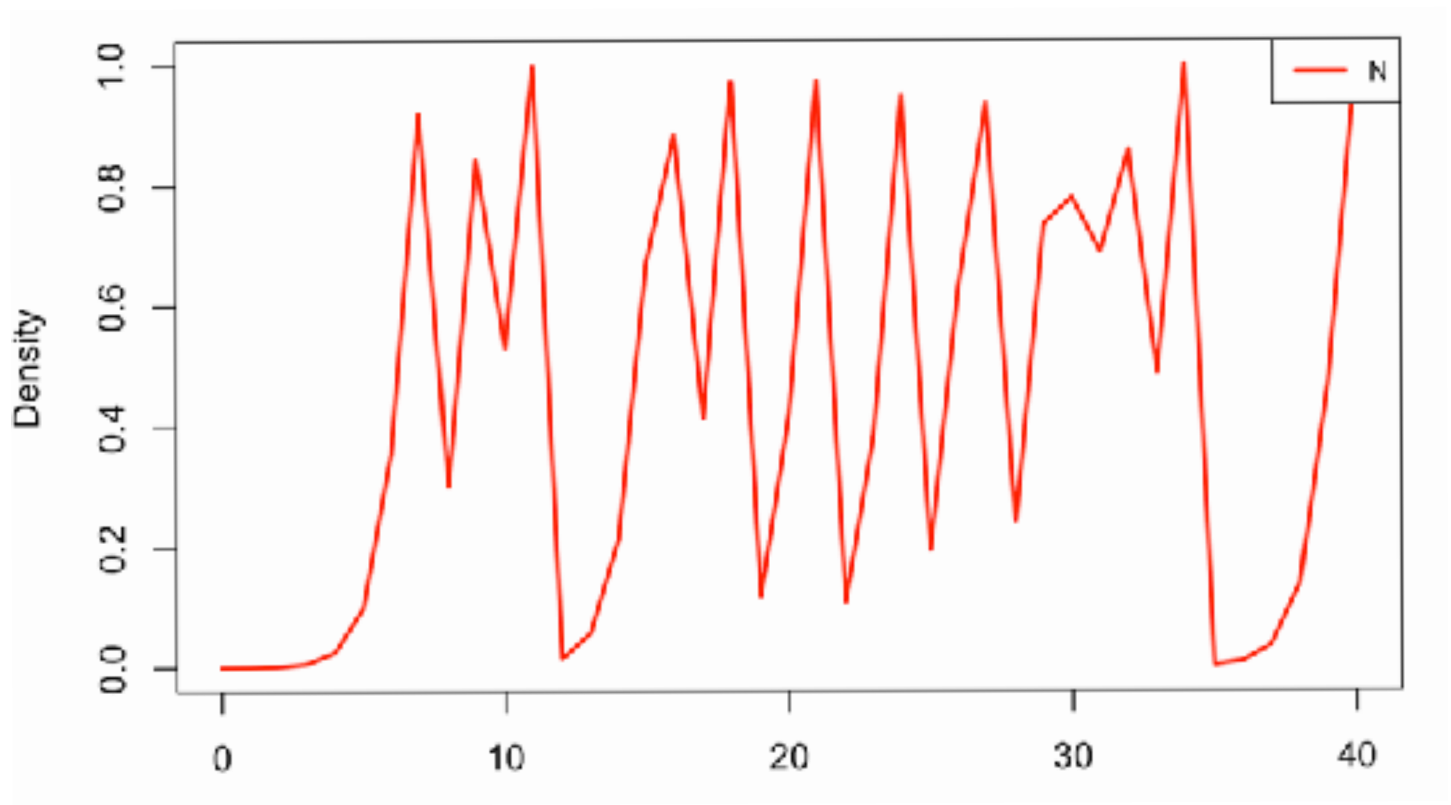


$$\frac{dN}{dt} = rN(1 - \frac{N}{K}) \qquad N(t) = \frac{N(0)}{N(0) + e^{-rt}\left(1 - N(0)\right)}$$

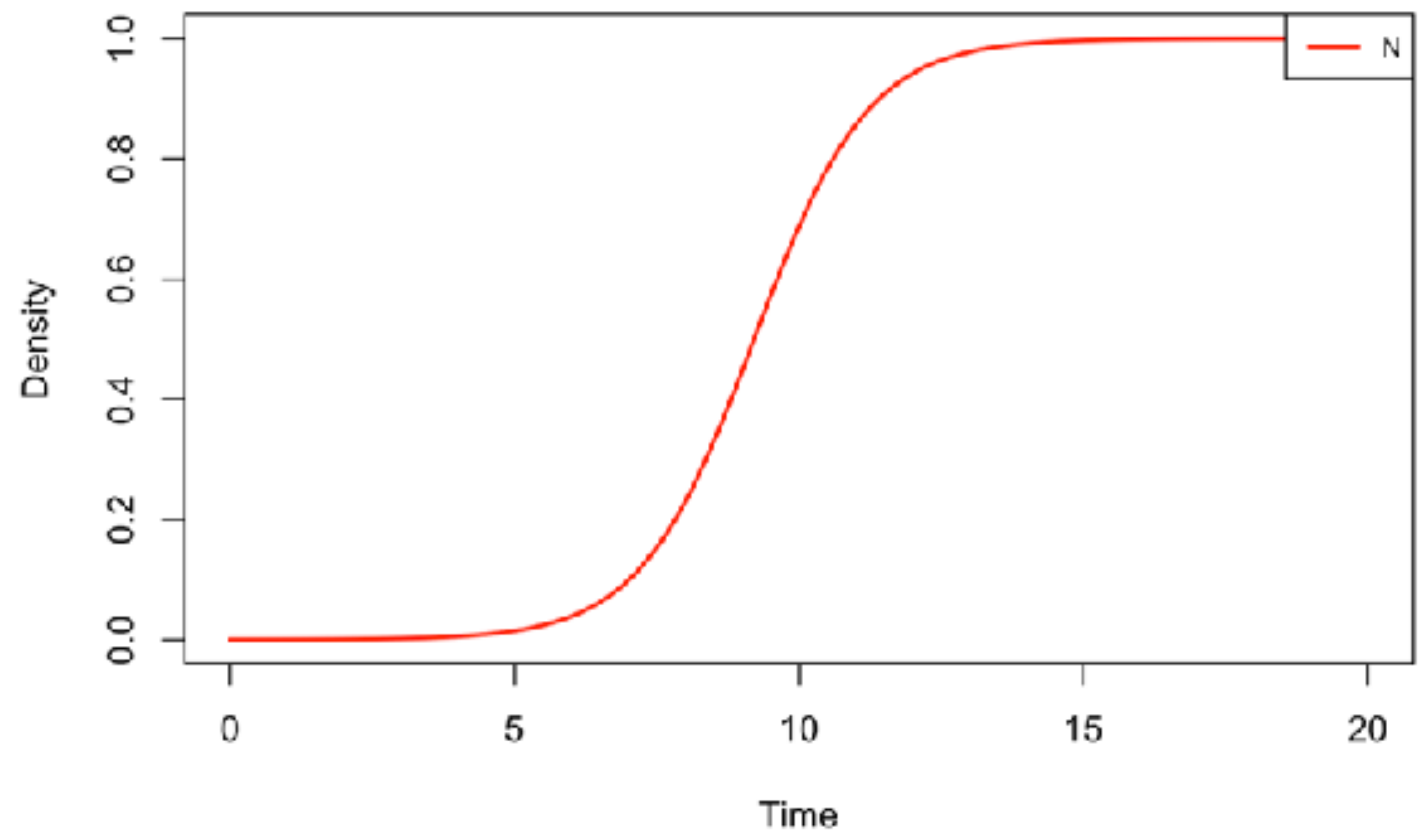
!! Een ODE (dN/dt) heeft altijd een **oplossing** in termen van N(t), dus tijd is altijd continu en de dynamica dus “soepel”. Maar naar deze “**algemene oplossing**” zoeken doen we eigenlijk bijna nooit !!

Werkcollege H11

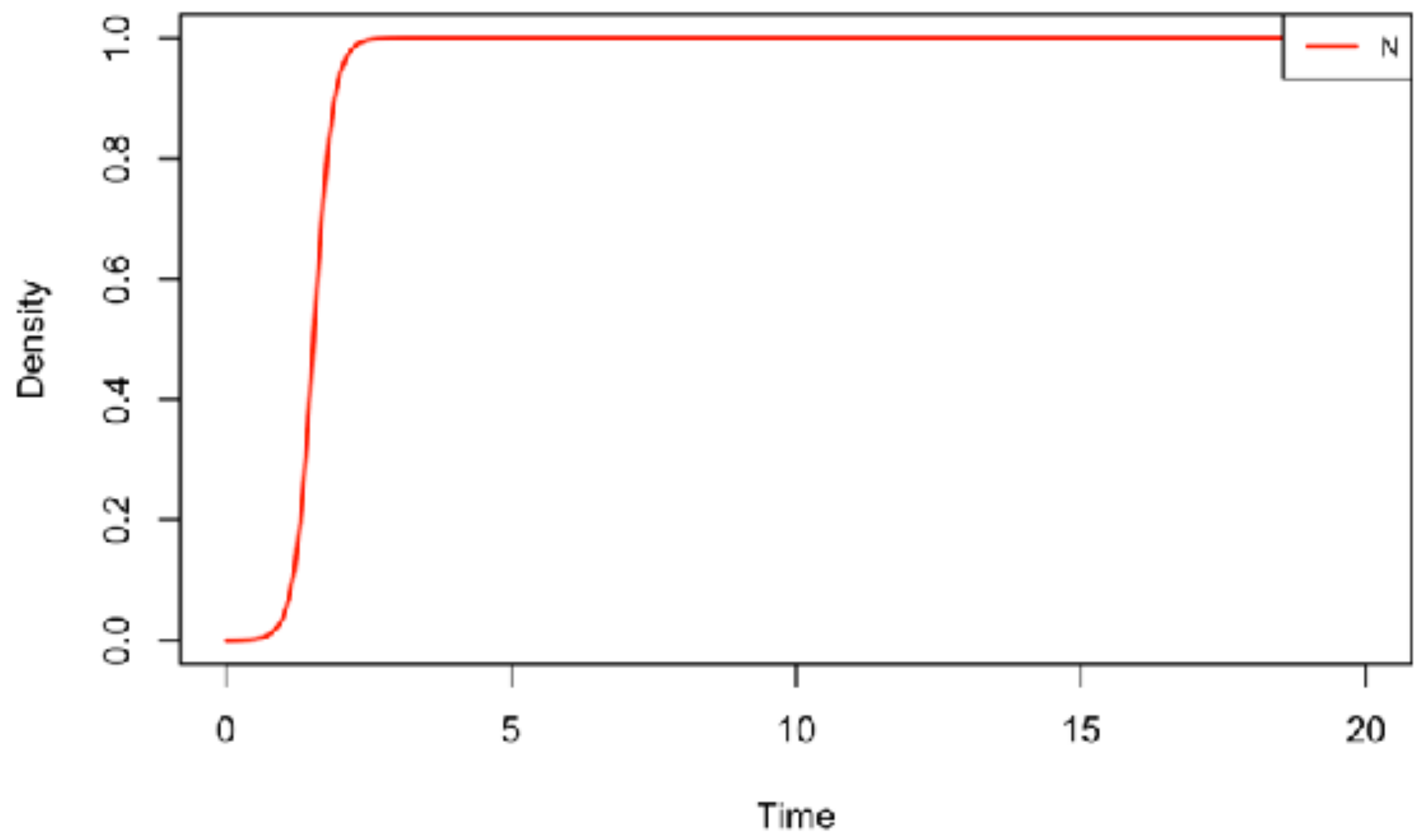
Differentievergelijking met r=4



Logistische groei in ODE met r=1



Logistische groei in ODE met r=6



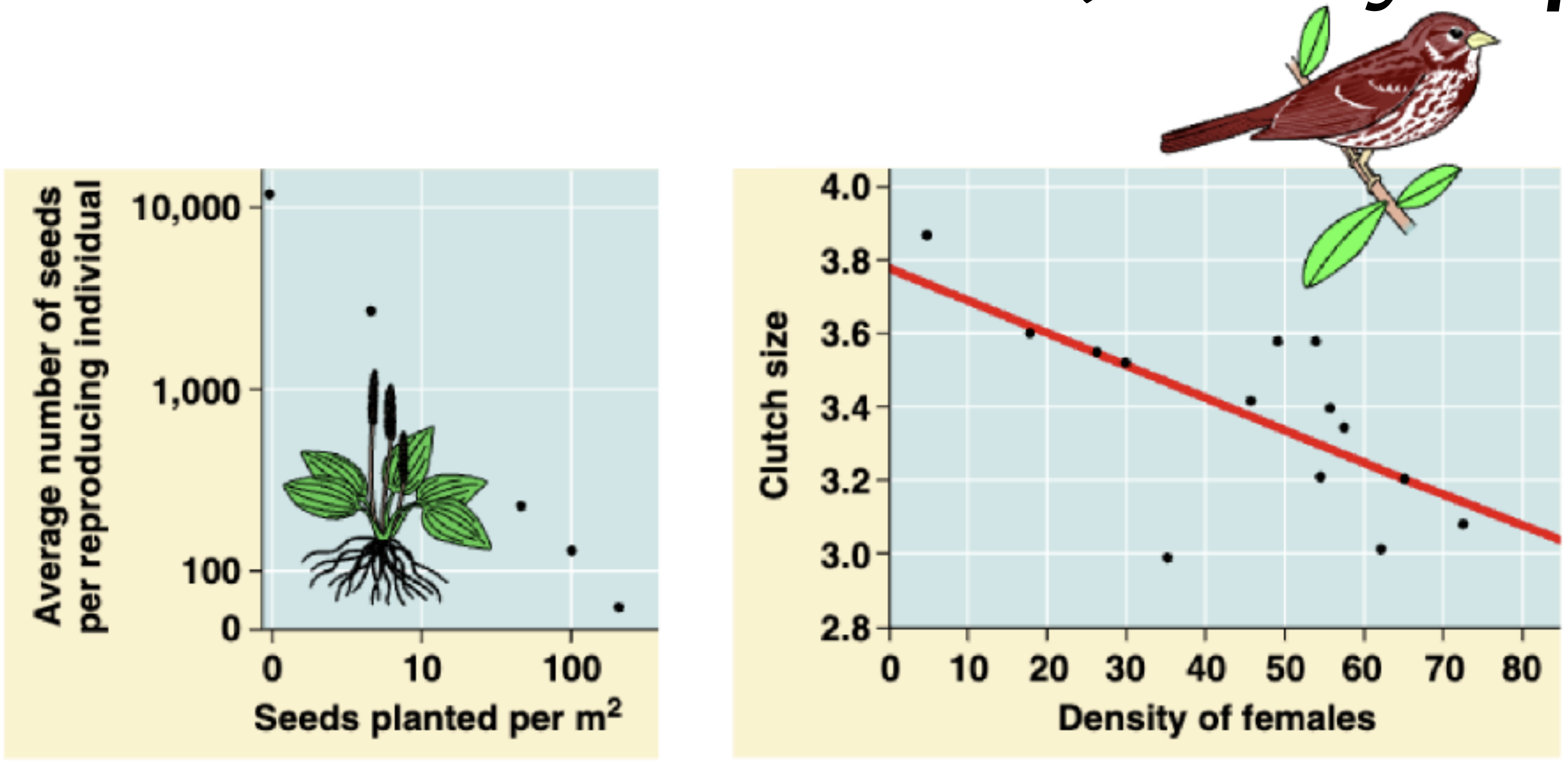
$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN(1 - \frac{N}{K})$$

$$\cancel{N(t) = \frac{N(0)}{N(0) + e^{-rt}\left(1 - N(0)\right)}}$$

!! Een ODE (dN/dt) heeft altijd een **oplossing** in termen van N(t), dus tijd is altijd continu en de dynamica dus “soepel”. Maar naar deze “**algemene oplossing**” zoeken doen we eigenlijk bijna nooit !!

Dichtheidsafhankelijke geboorte

(density dependent birth)

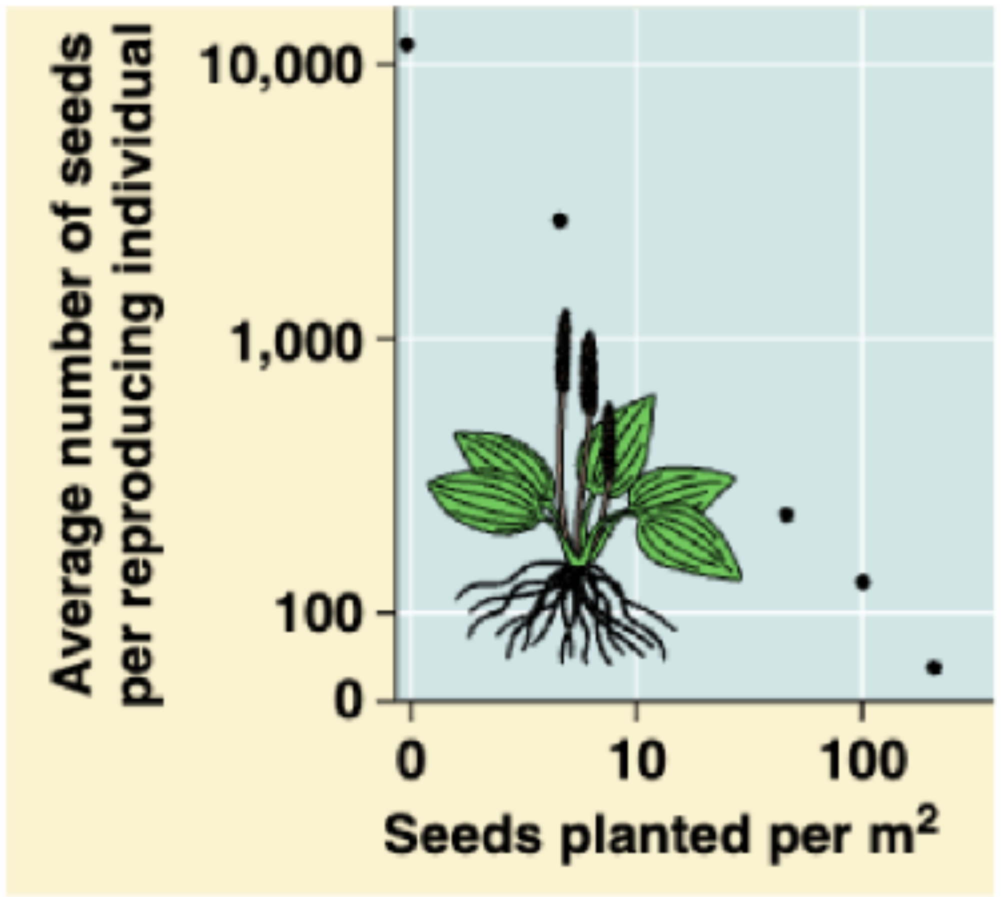


(a) Plantain

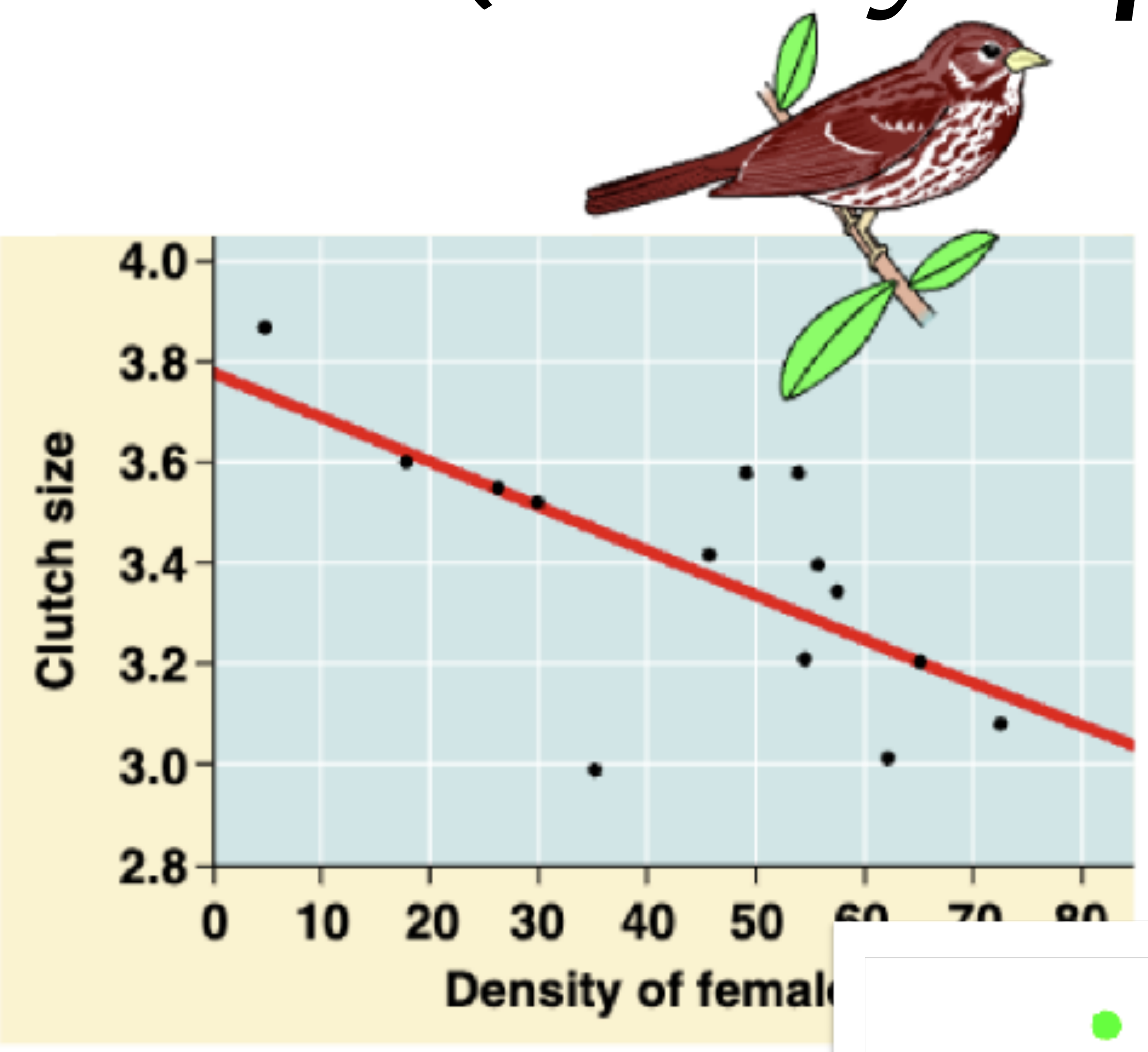
(b) Song sparrow

Dichtheidsafhankelijke geboorte

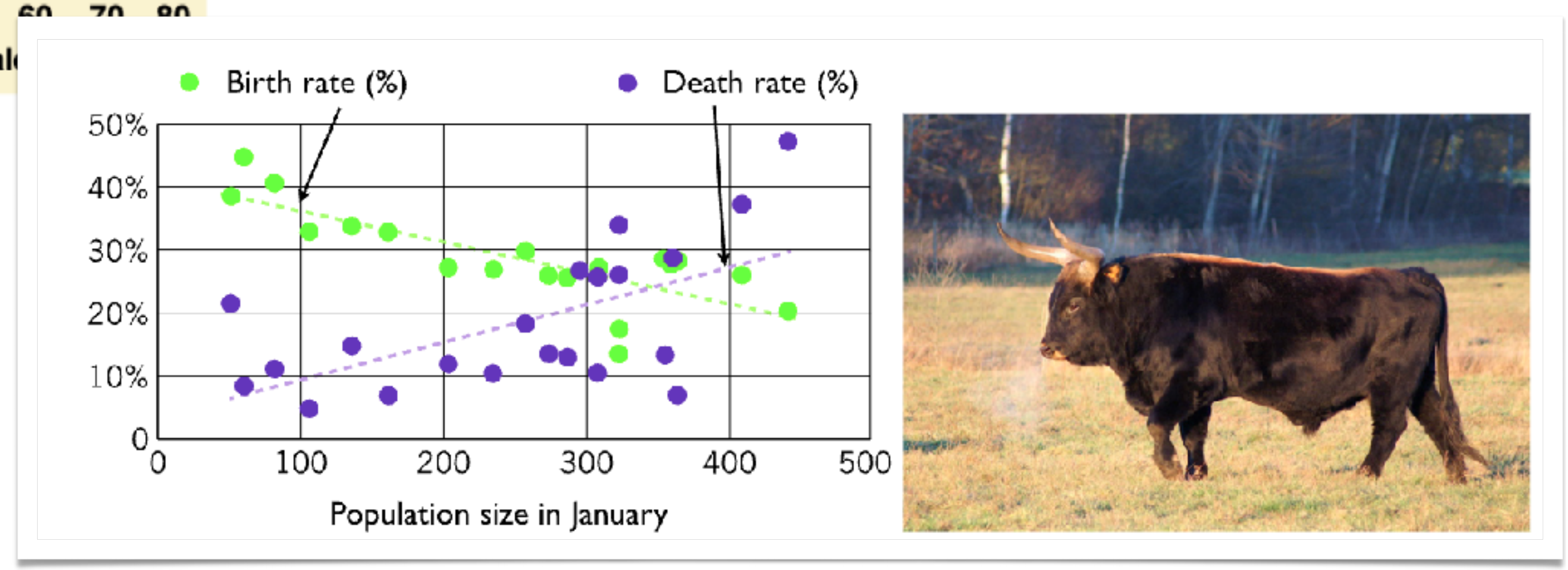
(density dependent birth)



(a) Plantain



(b) Song sparrow



Een nadeel van de ODE voor logistische groei

Een nadeel van de ODE voor logistische groei

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN(1 - \frac{N}{K})$$

$$\frac{dN}{dt} = rN - \frac{rN^2}{K}$$

Opsplitsen van ODE voor exponentiële groei

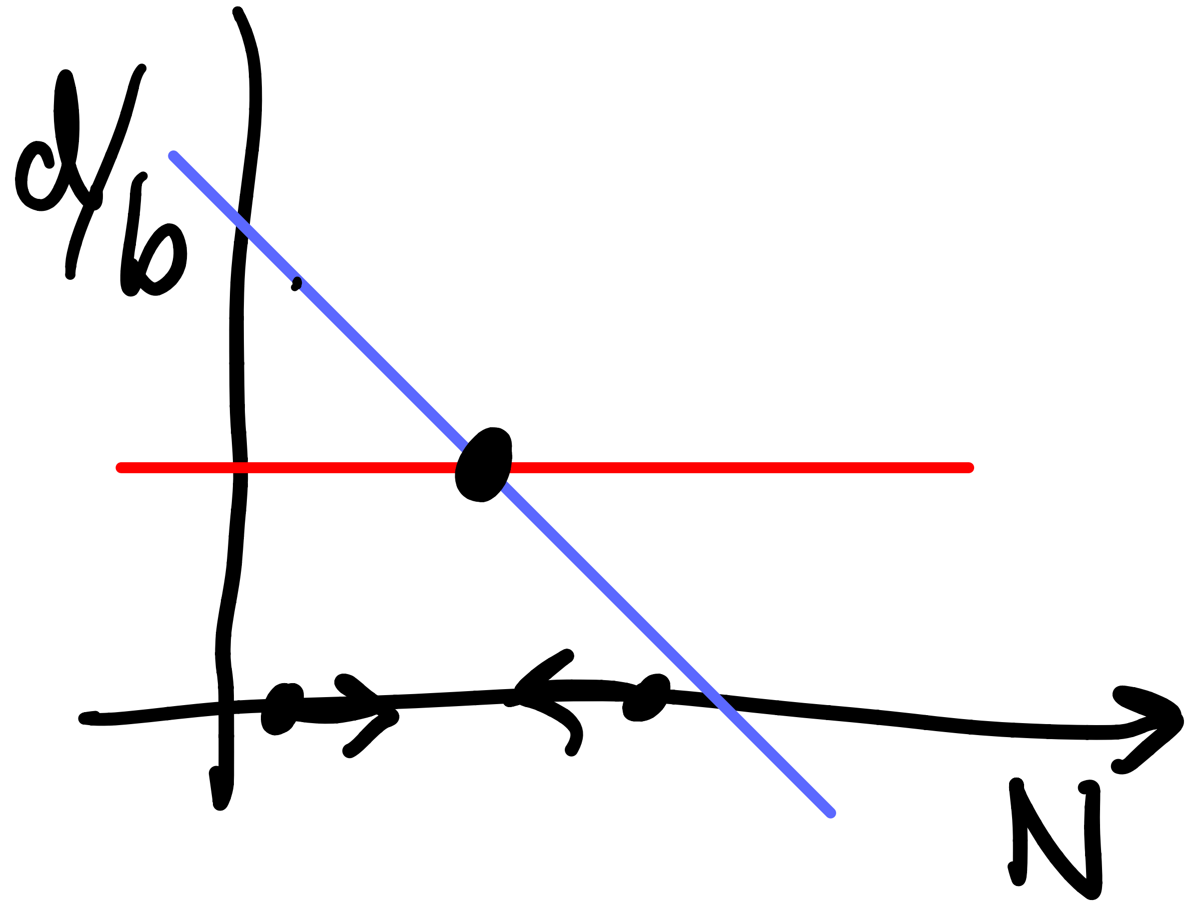
$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN \qquad \frac{dN}{dt} = (b-d)N$$

$$\frac{dN}{dt} = bN \cdot f(N) - dN$$

Opsplitsen van ODE voor exponentiële groei

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = bN - dN \qquad \underbrace{b} \rightarrow \underbrace{b \cdot f(N)} \qquad f(N) = 1 - \frac{N}{K}$$

$$\frac{dN}{dt} = b\left(1 - \frac{N}{K}\right)N - dN$$



Evenwichten

$$\frac{dN}{dt} = b\left(1-\frac{N}{K}\right)N - dN = 0$$

$$\bar{N} = 0 \qquad \frac{dN}{dt} = N\Big[\underbrace{b\left(1-\frac{N}{K}\right) - d}_{\to 0}\Big]$$

$$b\left(1-\frac{N}{K}\right) = d$$

$$1-\frac{N}{K} = \frac{d}{b}$$

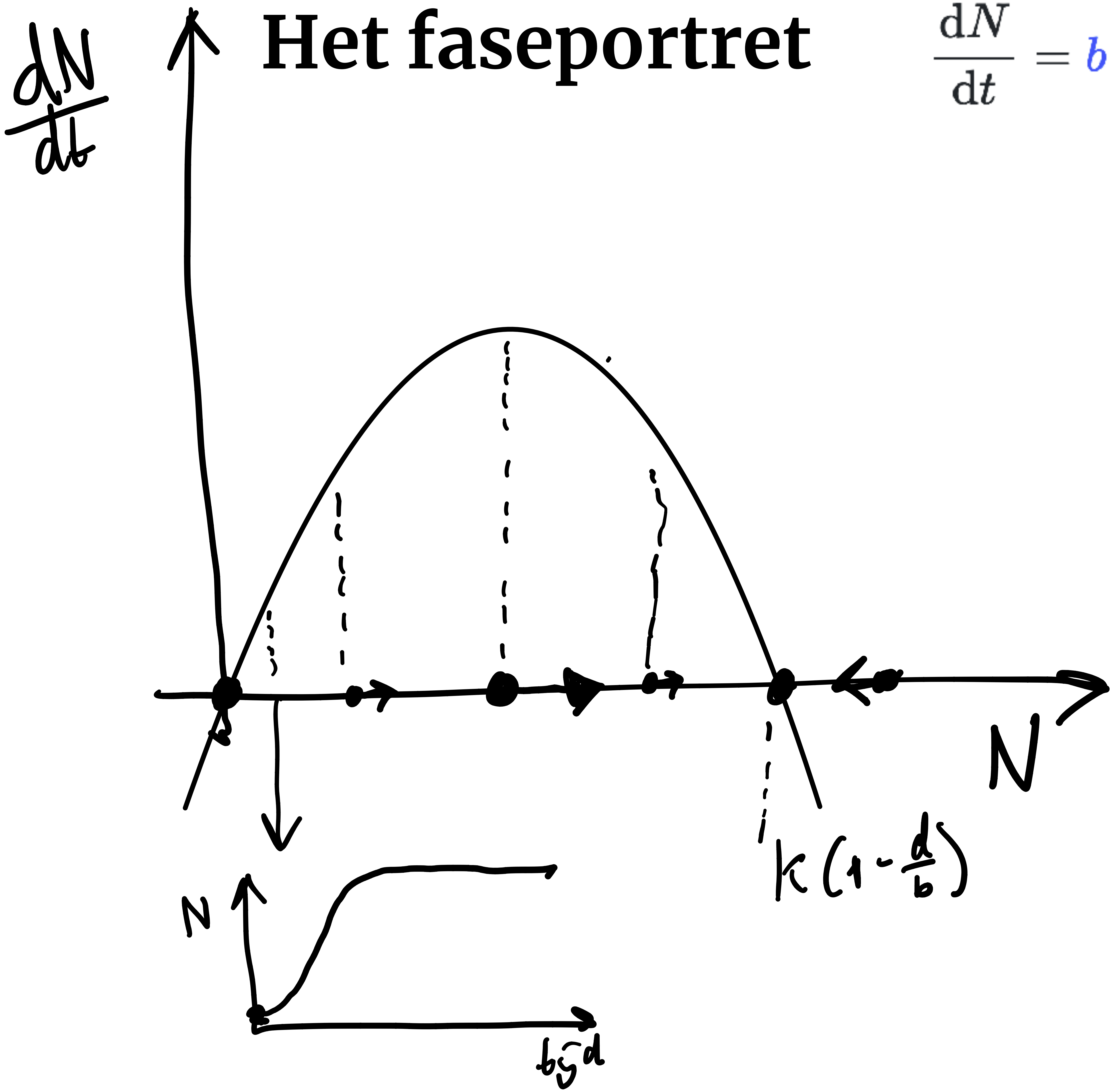
$$1-\frac{d}{b} = \frac{N}{K}$$

$$\bar{N} = K\left(1-\frac{d}{b}\right)$$

Het faseportret

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = b\left(1 - \frac{N}{K}\right)N - dN$$

$$bN - \frac{bN^2}{K} - dN$$

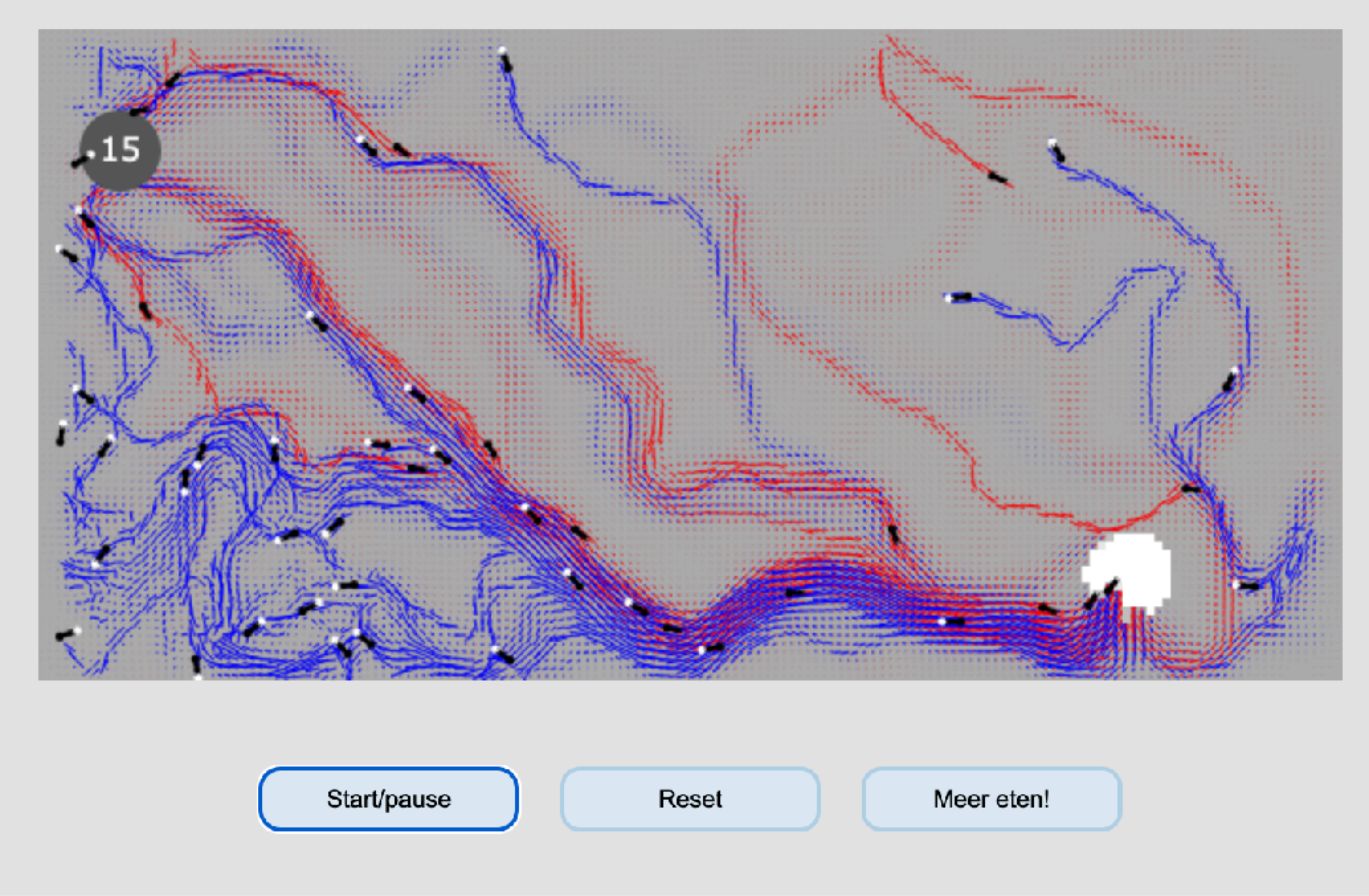


Intermezzo: mieren!

Intermezzo: mieren!

Intermezzo: mieren!

Intermezzo: mieren!



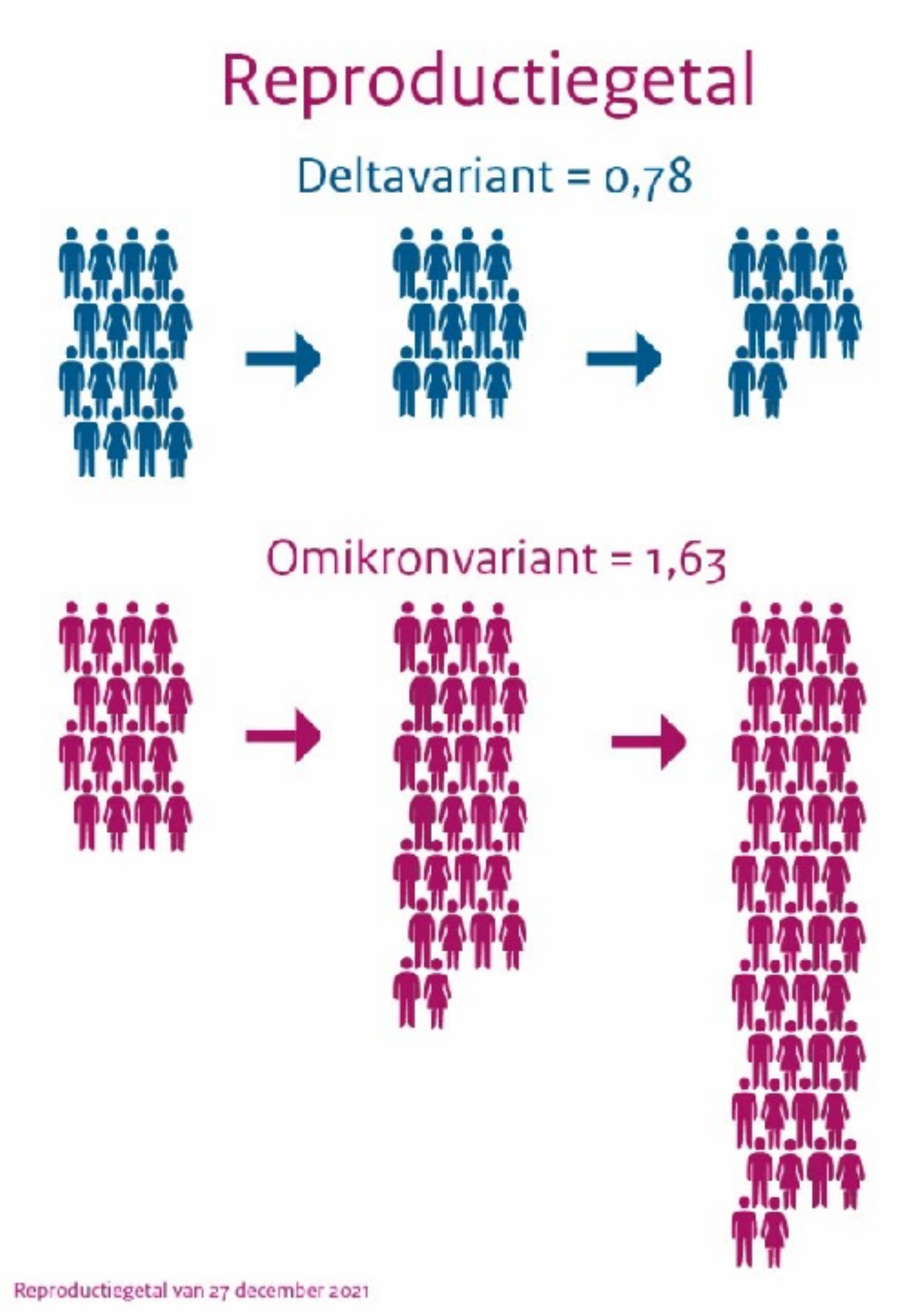
Epic

Epic Ant

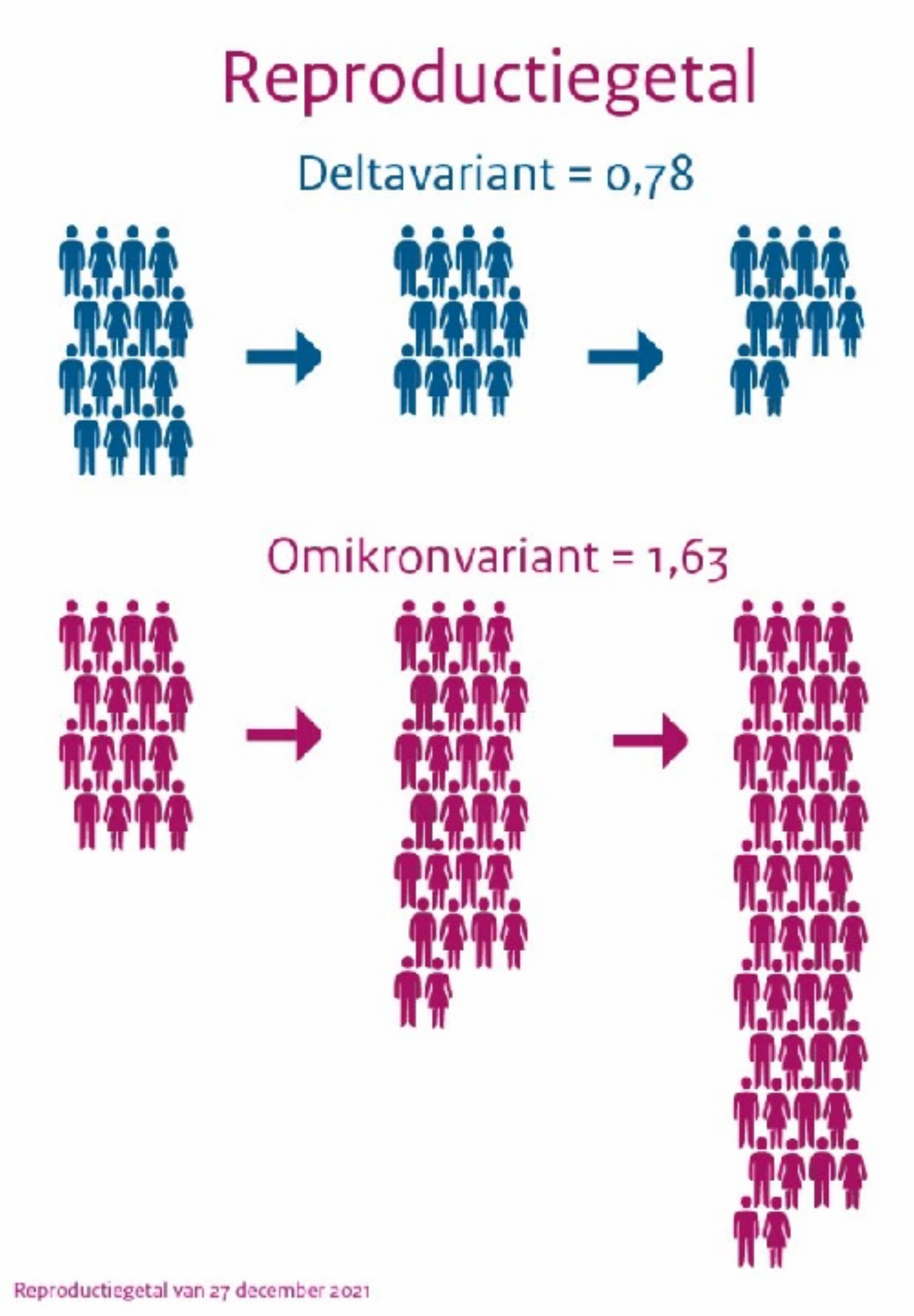
Epic Ant Battle

Het reproductiegetal (R_0)

Het reproductiegetal (R_0)



Het reproductiegetal (R_0)



$$R_0 = \frac{\text{maximale geboorte (per capita)}}{\text{minimale sterfte (per capita)}}$$

max birth · levensverwachting

Het reproductiegetal (R_0)

(maximale geboorte / minimale sterfte <u>per capita</u>)

$$\frac{dN}{dt} = b\left(1 - \frac{N}{K}\right)N - dN$$

$\longrightarrow b\left(1 - \frac{N}{K}\right) \rightarrow b\left(1 - \frac{0}{K}\right) = b$

$$\frac{dN}{dt} = bN - d\left(1 + \frac{N}{K}\right)N$$

$\frac{dN}{N} = d \longrightarrow R_0 = \frac{b}{d}$

$$\frac{dN}{dt} = bN - dN^2$$

$\frac{dN^2}{N} \rightarrow dN$

$R_0 = \frac{b}{d}$

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

$R_0 = \frac{b}{0}$

Het reproductiegetal (R_0)

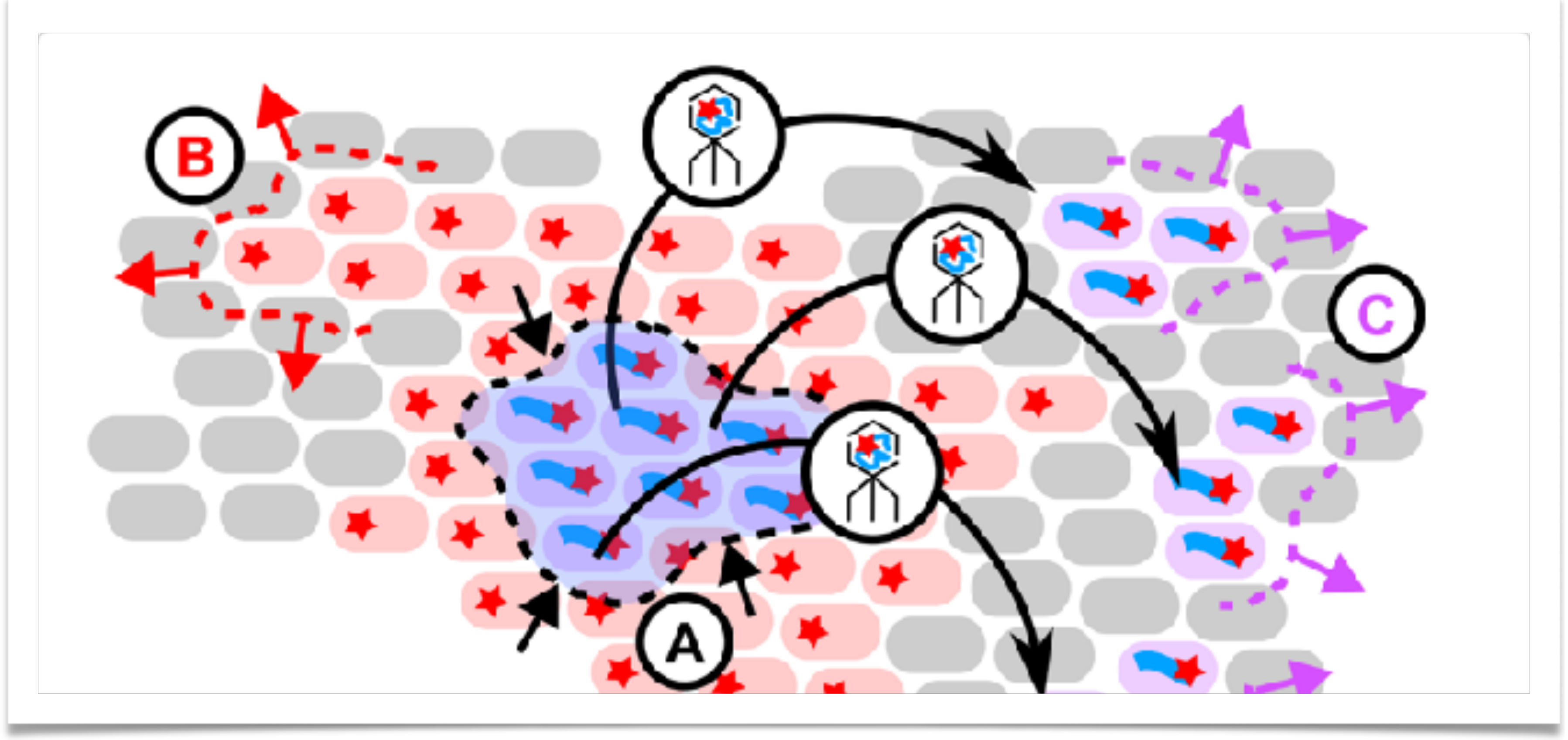
(maximale geboorte / minimale sterfte per capita)

$$\frac{dN}{dt} = b\left(1 - \frac{N}{K}\right)N - dN$$

$$\frac{dN}{dt} = bN - d\left(1 + \frac{N}{K}\right)N$$

$$\frac{dN}{dt} = bN - dN^2$$

$$\frac{dN}{dt} = rN$$



Het reproductiegetal (R_0)

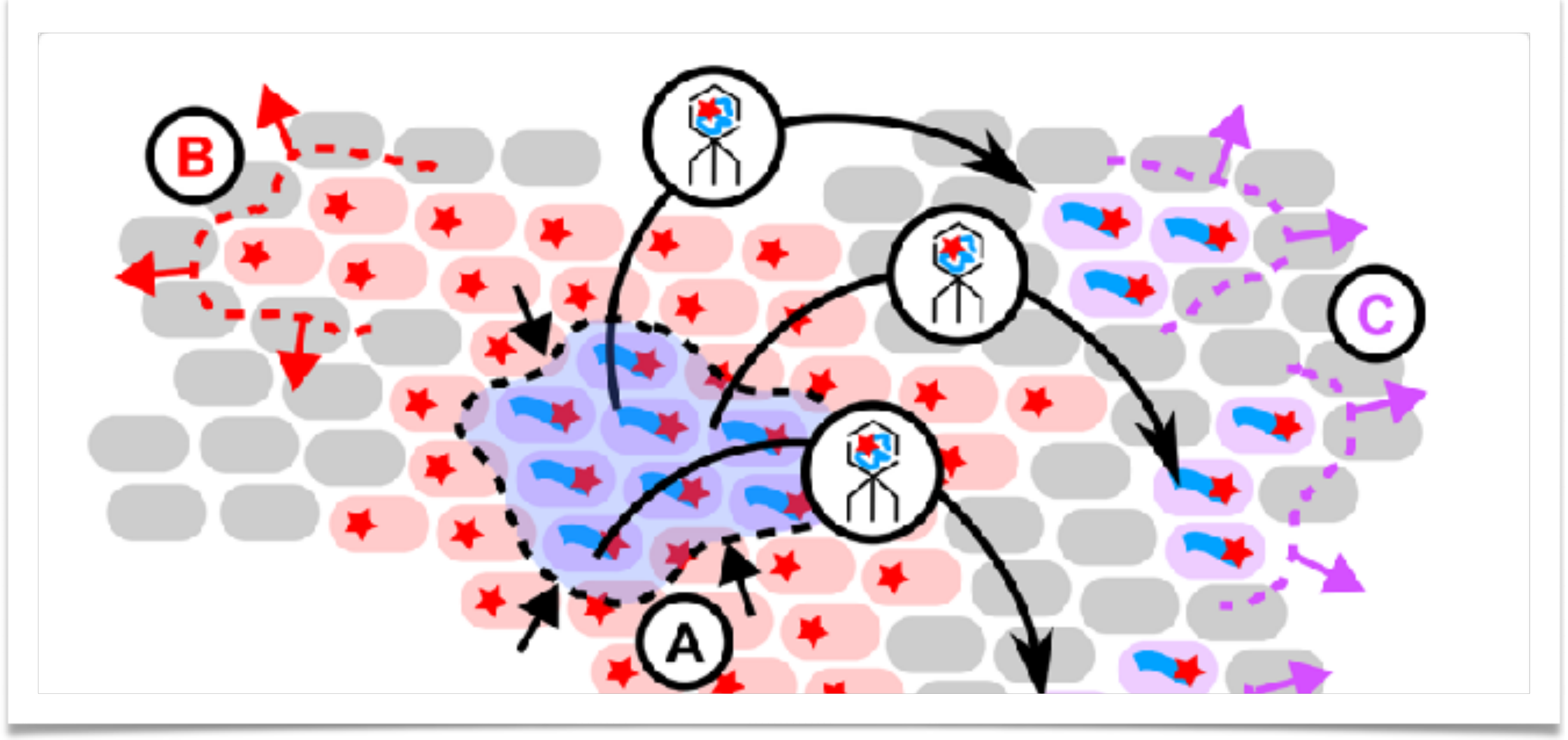
(maximale geboorte / minimale sterfte <u>per capita</u>)

$$\frac{dN}{dt} = b\left(1 - \frac{N}{K}\right)N - dN$$

$$\frac{dN}{dt} = bN - d\left(1 + \frac{N}{K}\right)N$$

$$\frac{dN}{dt} = bN - dN^2$$

$$\frac{dN}{dt} = rN$$



$$\begin{aligned} R_0 &= R_0(\text{prophage}) \times R_0(\text{virion}) \\ &= \frac{\text{max. infection rate}}{\text{phage loss rate} + \text{lysis rate}} \times \frac{\text{burst size} \times \text{lysis rate}}{\text{max. infection rate} + \text{decay rate}} \\ &= \frac{r_V \alpha \beta}{(\lambda + \alpha)(\beta + \delta)} \end{aligned}$$

Voor epidimiologische modellen is R_0 vaak wat ingewikkelder

Het reproductiegetal (R_0)

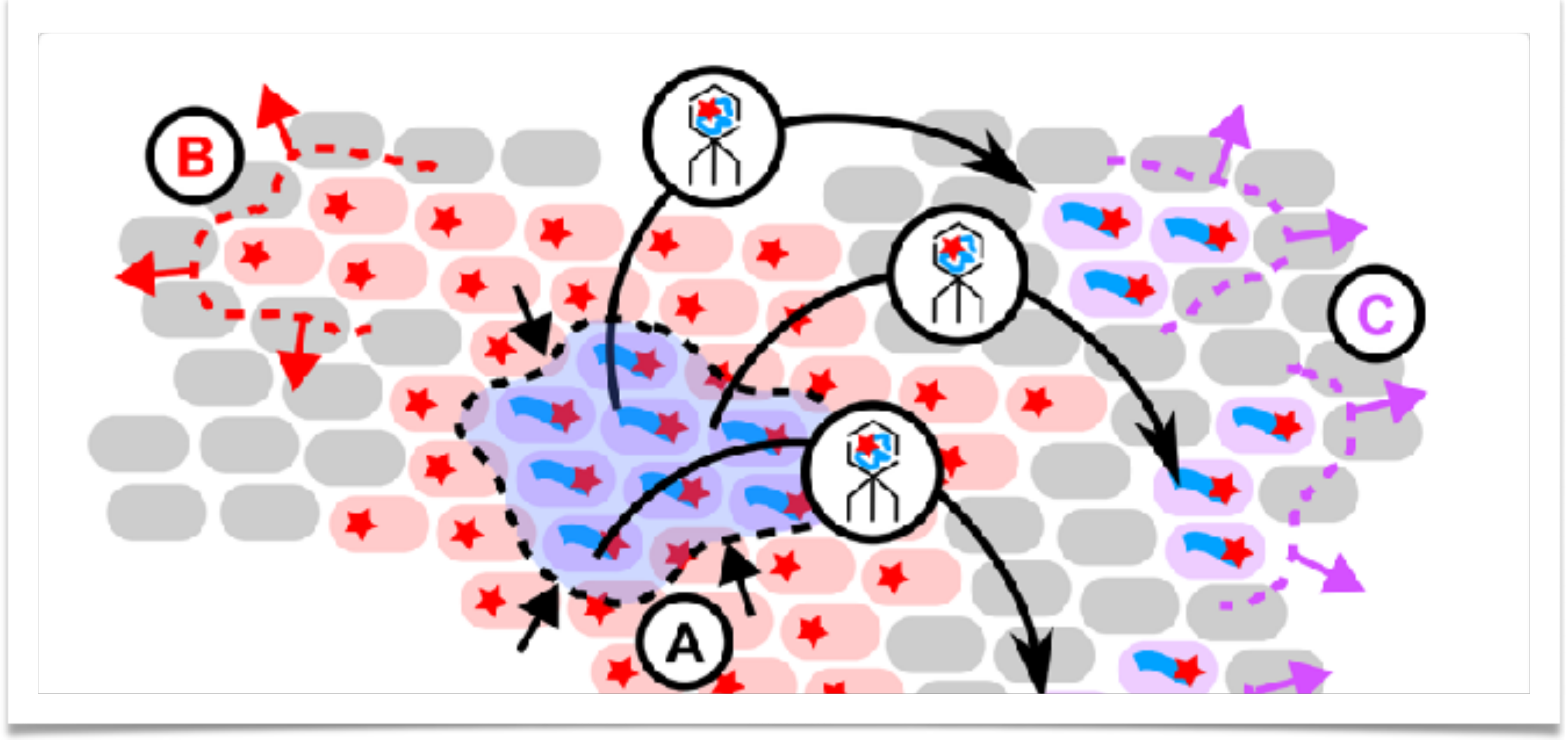
(maximale geboorte / minimale sterfte per capita)

$$\frac{dN}{dt} = b\left(1 - \frac{N}{K}\right)N - dN$$

$$\frac{dN}{dt} = bN - d\left(1 + \frac{N}{K}\right)N$$

$$\frac{dN}{dt} = bN - dN^2$$

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

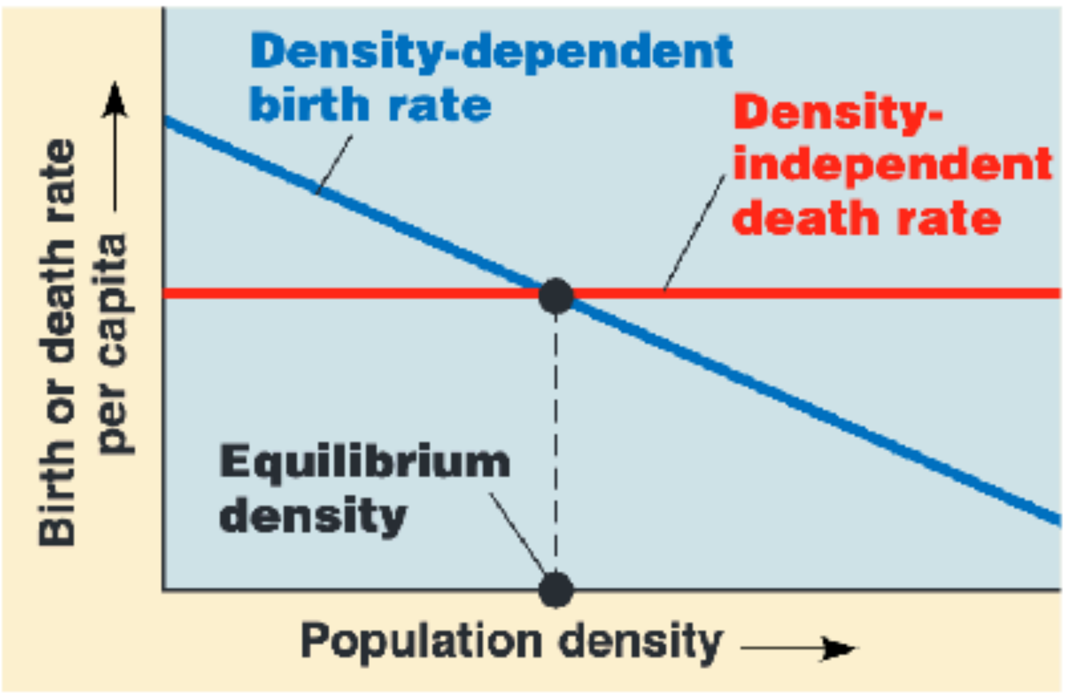


$$\begin{aligned} R_0 &= R_0(\text{prophage}) \times R_0(\text{virion}) \\ &= \frac{\text{max. infection rate}}{\text{phage loss rate} + \text{lysis rate}} \times \frac{\text{burst size} \times \text{lysis rate}}{\text{max. infection rate} + \text{decay rate}} \\ &= \boxed{\frac{r_V \alpha \beta}{(\lambda + \alpha)(\beta + \delta)}} \end{aligned}$$

Voor epidimiologische modellen is R_0 vaak wat ingewikkelder

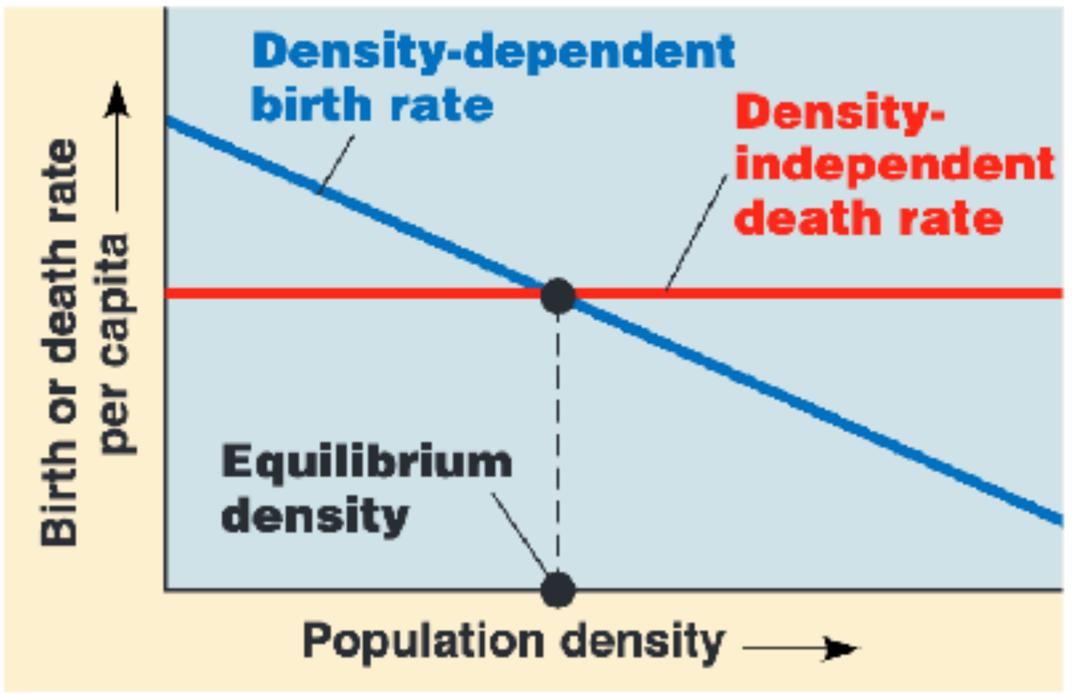
Wil je liever in een kleine of grote populatie leven?

$$\frac{dN}{dt} = \Big(b(1 - N/k) - d\Big)N$$

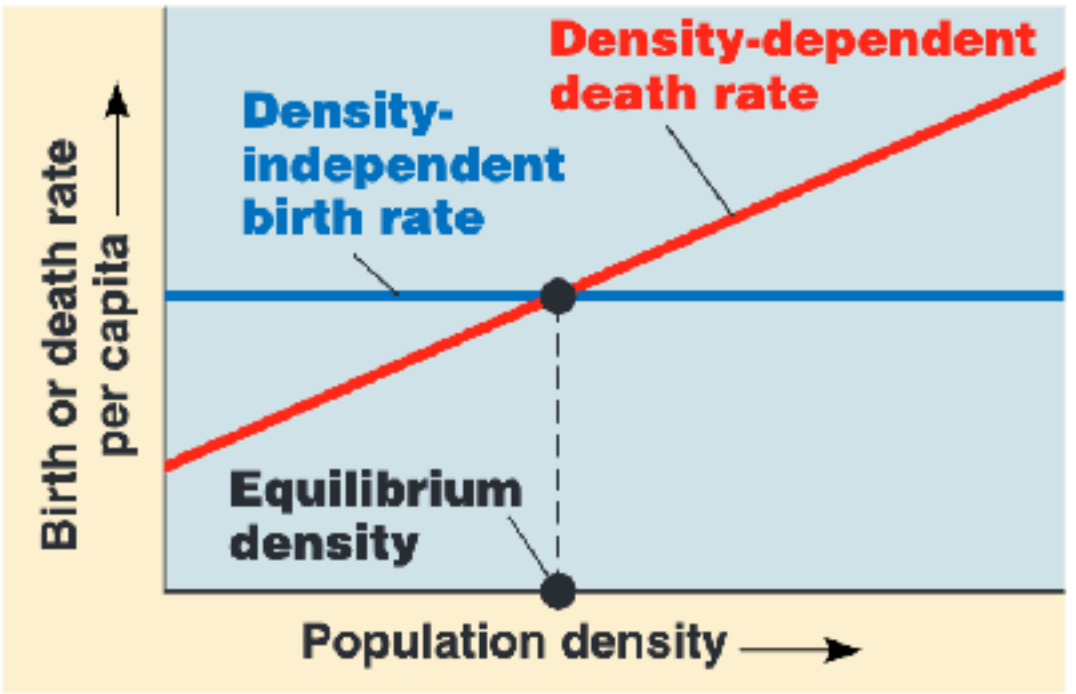


Wil je liever in een kleine of grote populatie leven?

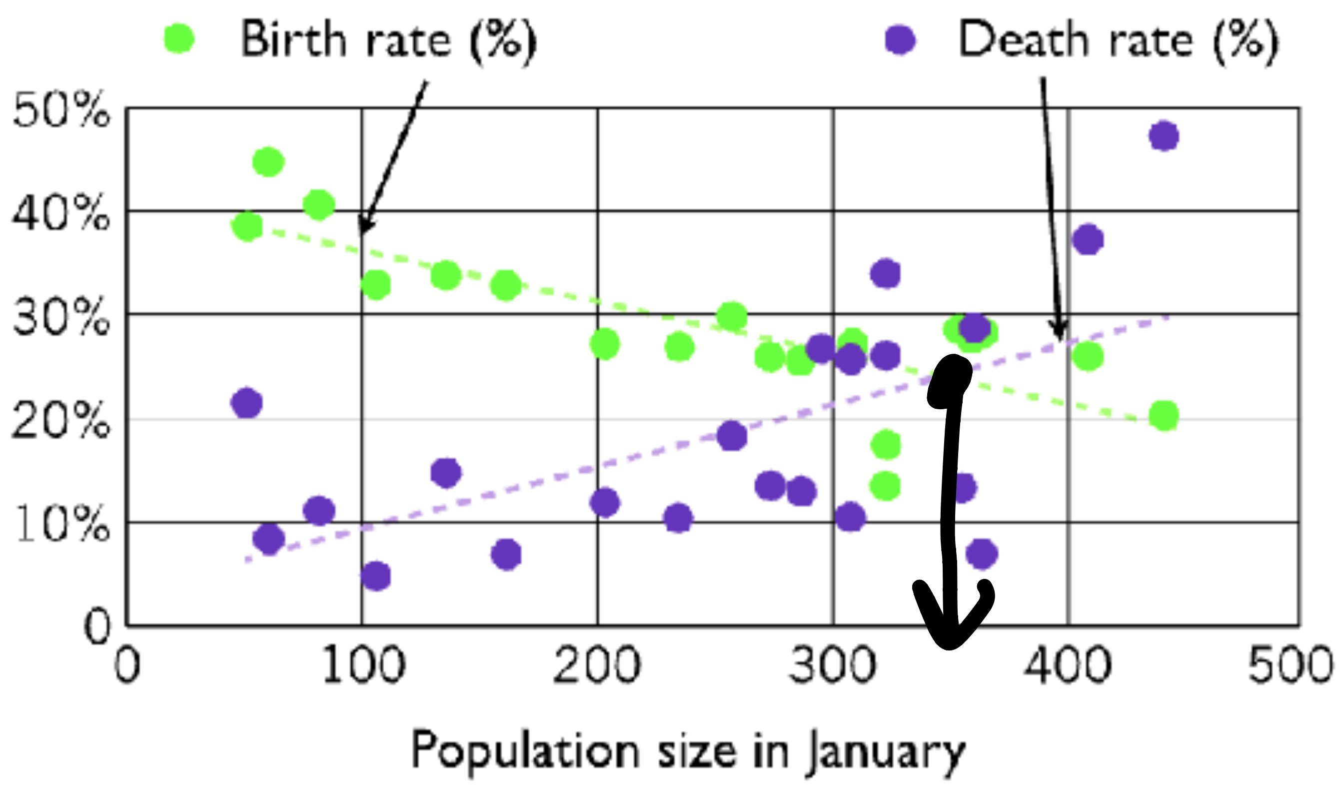
$$\frac{dN}{dt} = \Big(b(1 - N/k) - d\Big)N$$



$$\frac{dN}{dt} = \Big(b - d(1 + N/k)\Big)N$$

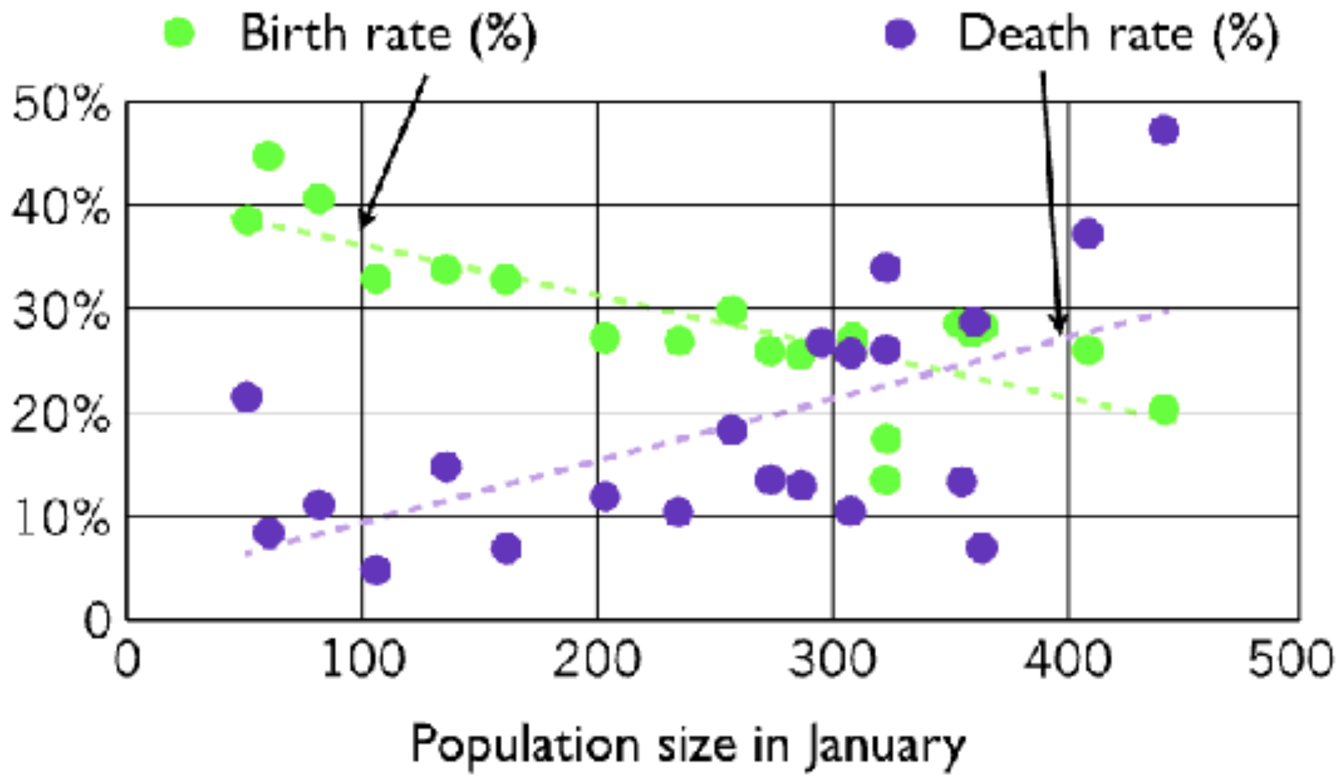


Niet slechts theorie: belangrijke beleidsbeslissingen!



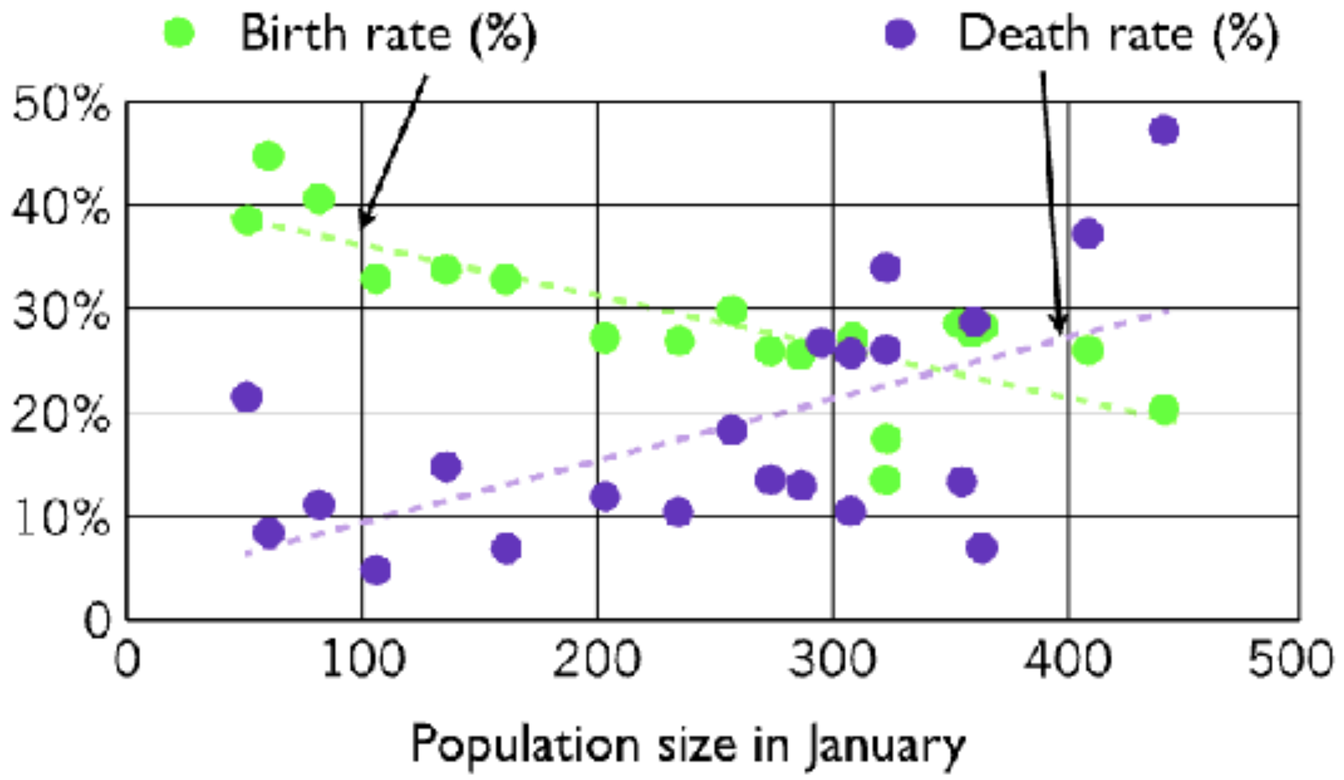
~350

Niet slechts theorie: belangrijke beleidsbeslissingen!



$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = b\overbrace{\left(1-\frac{N}{K_b}\right)}^{\text{dens dep birth}}N - d\overbrace{\left(1+\frac{N}{K_d}\right)N}^{\text{dens dep death}}$$

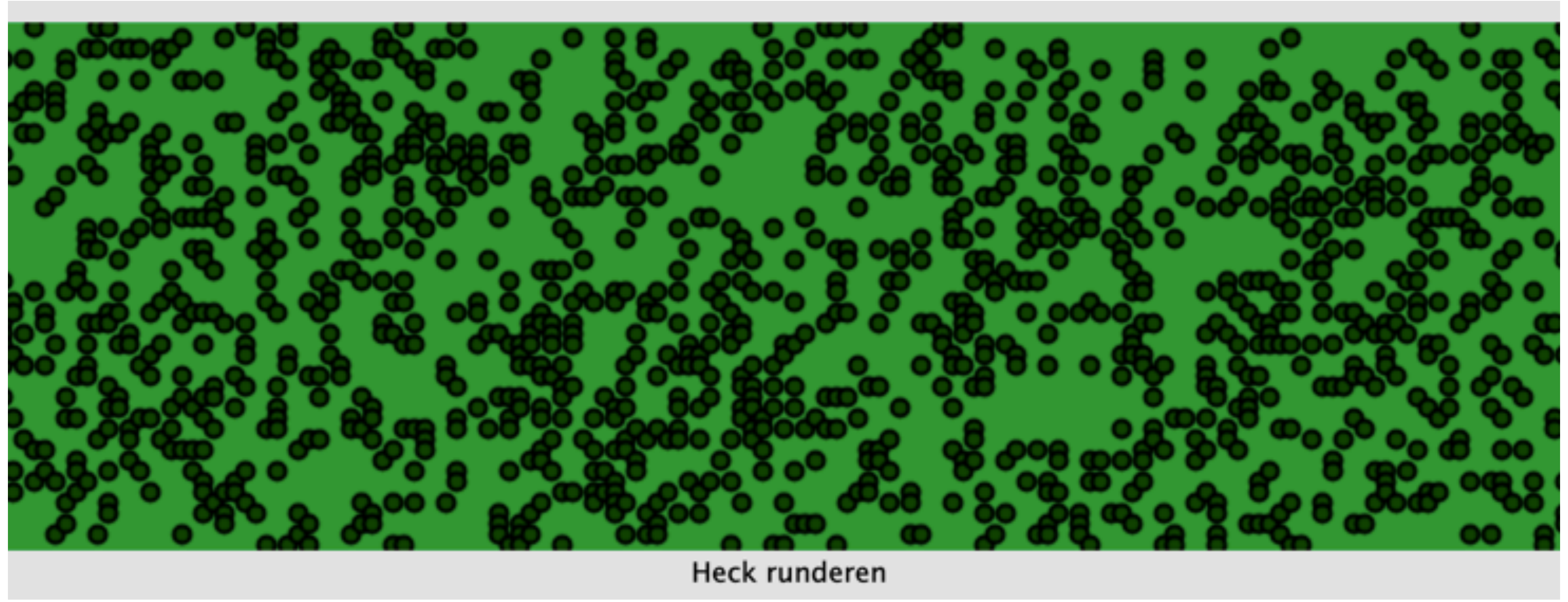
Niet slechts theorie: belangrijke beleidsbeslissingen!



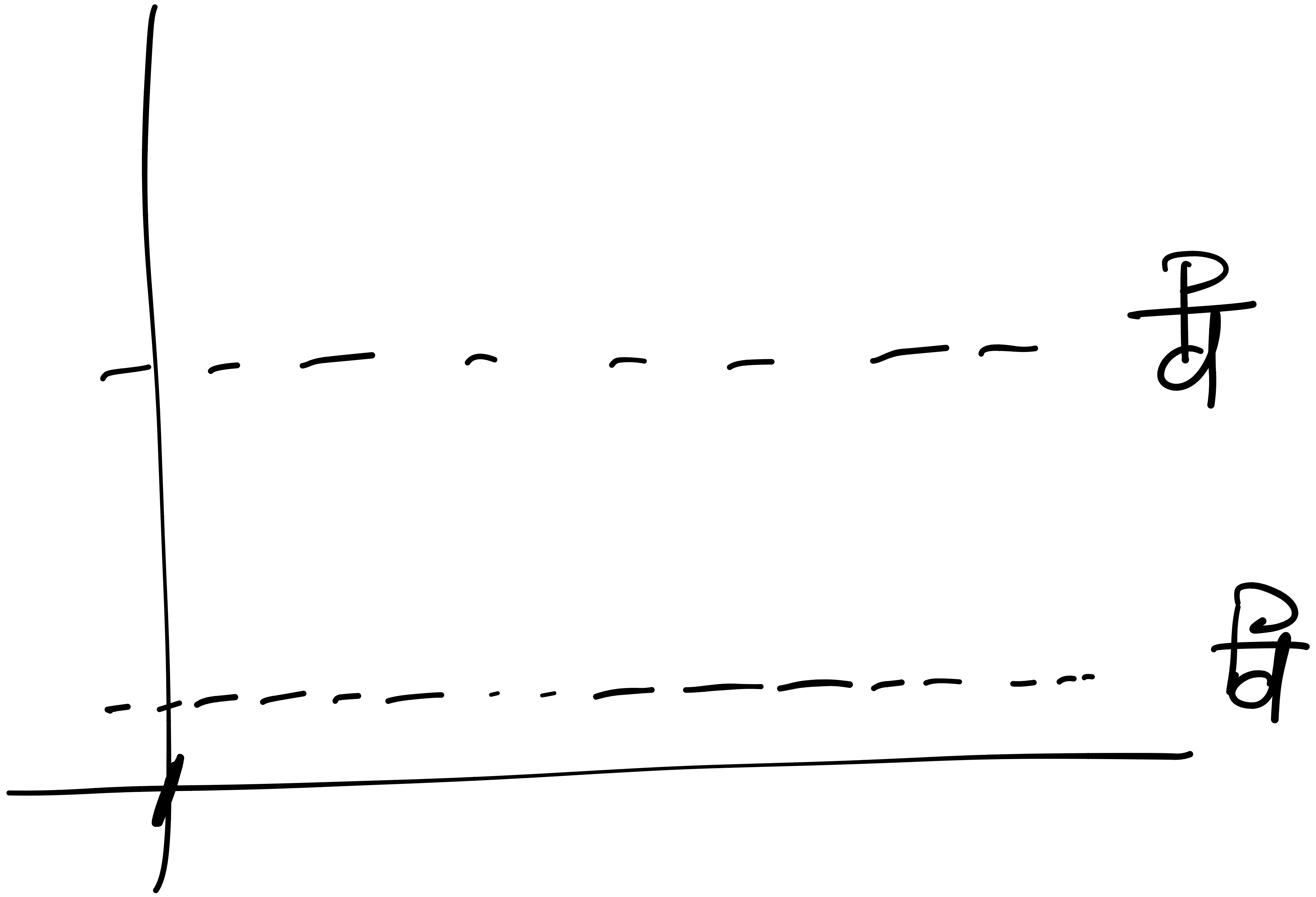
$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = b\left(1 - \frac{N}{K_b}\right)N - d\left(1 + \frac{N}{K_d}\right)N$$

- Dit (relatief) eenvoudige model kan ons helpen bij **beleid**, bijvoorbeeld het welzijn van de heckrunderen in de Oostvaardersplassen.

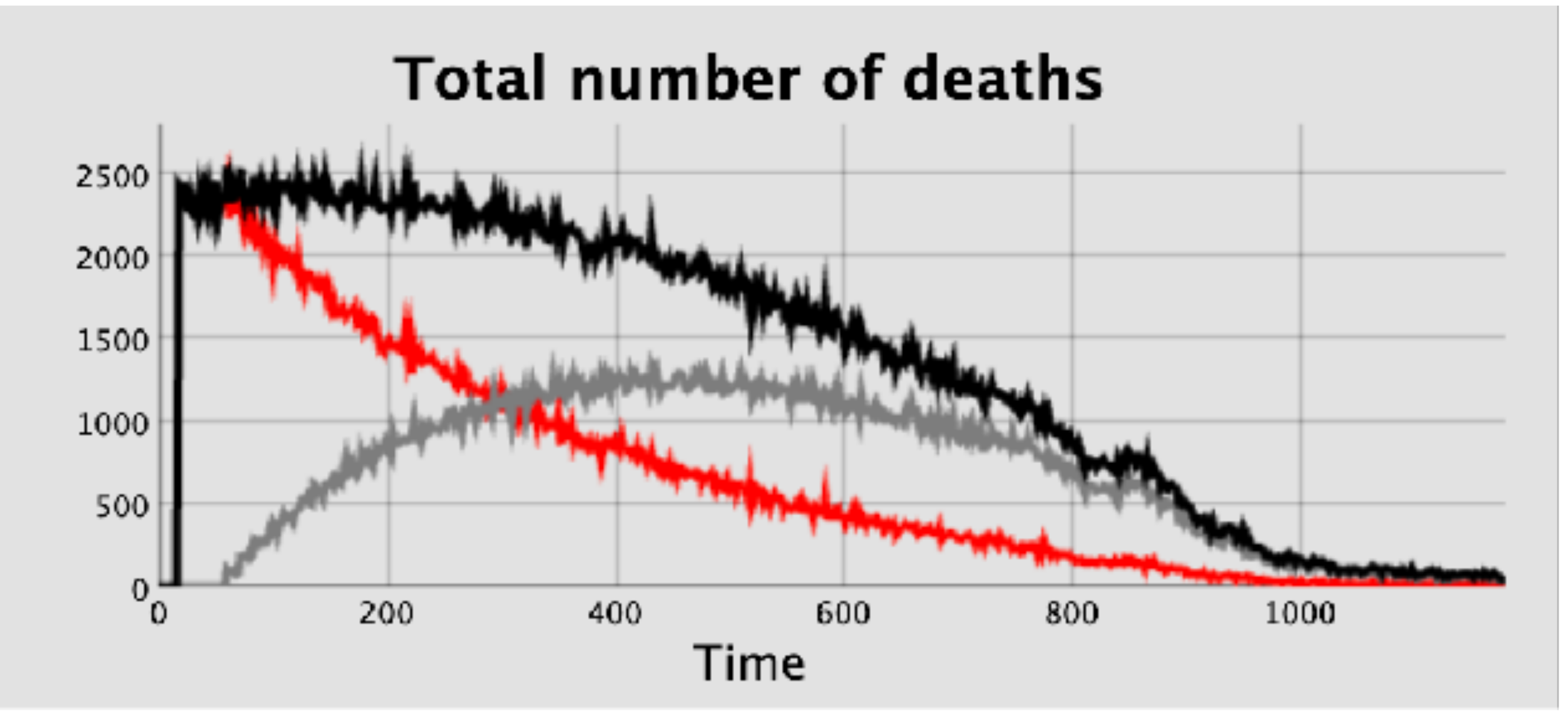
Een virtueel experiment...

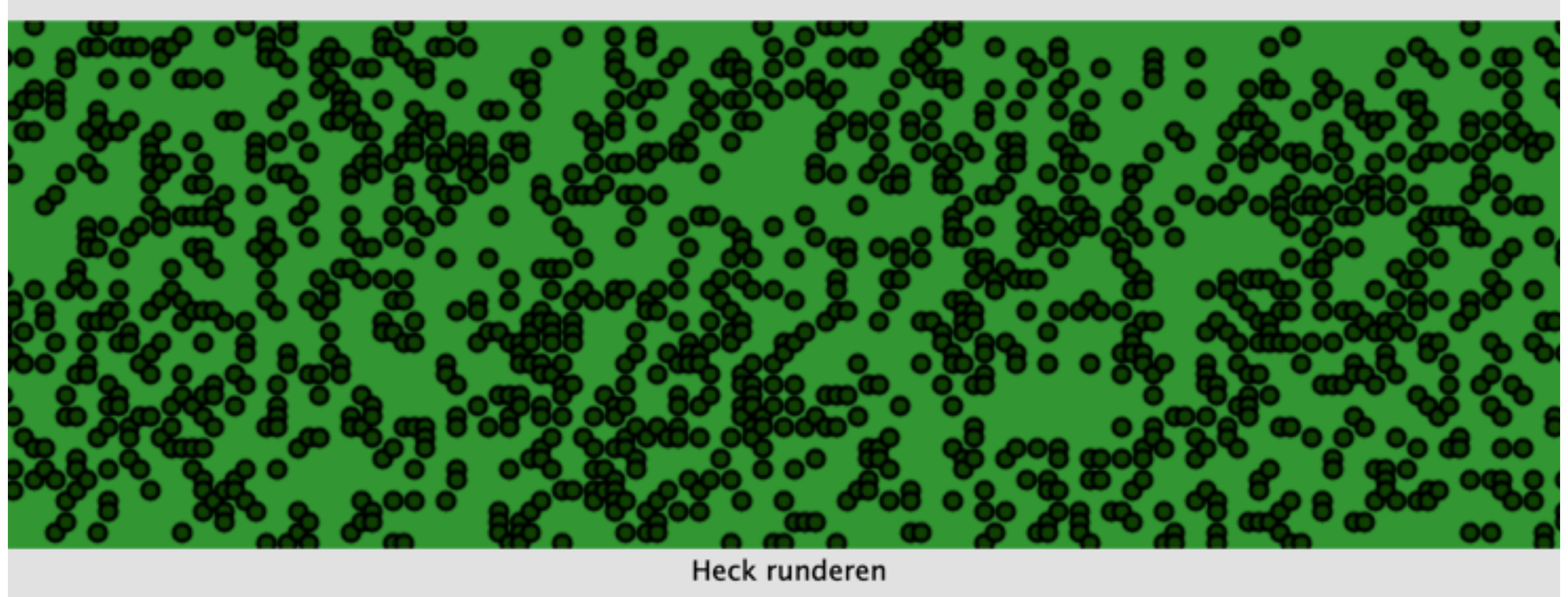


[Heck runderen simulatie]



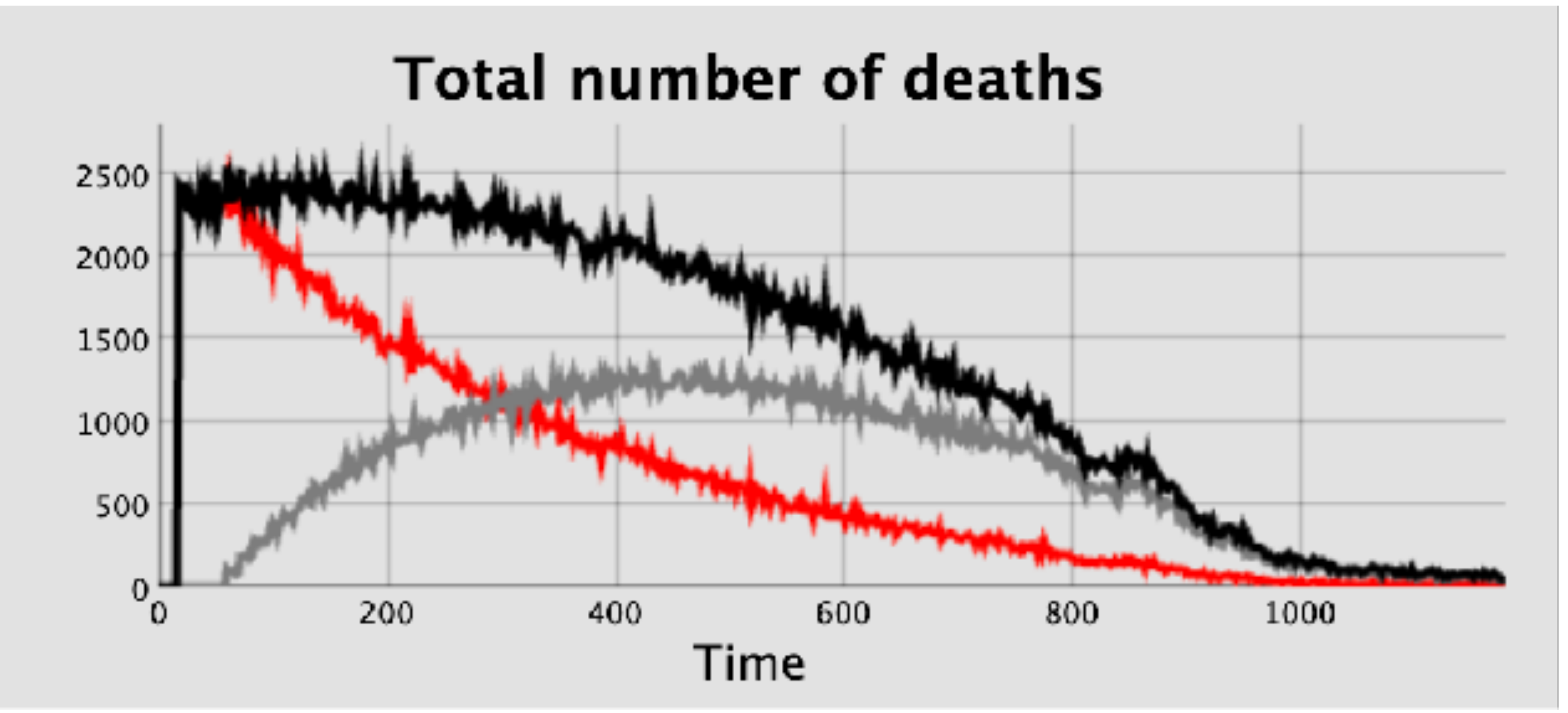
Een virtueel experiment…

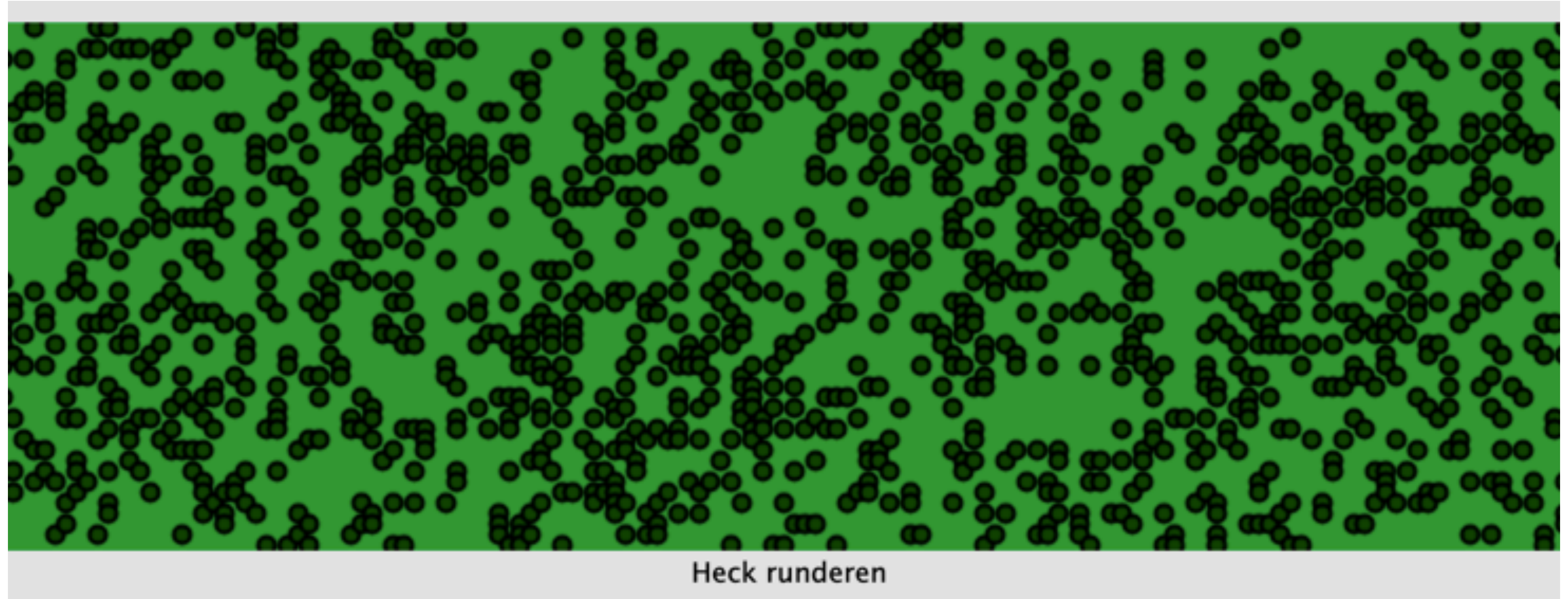


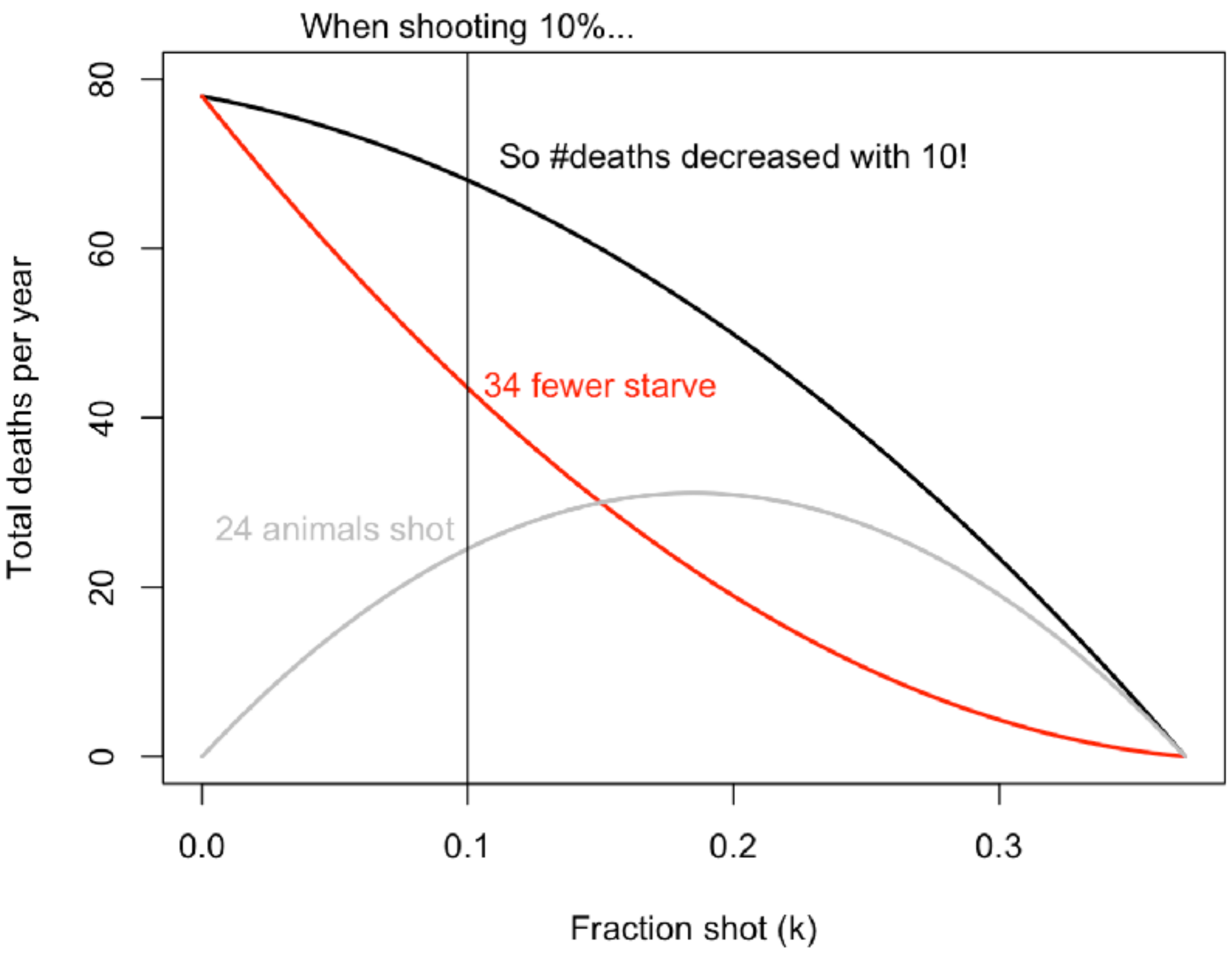


[Heck runderen simulatie]

Een virtueel experiment...







Heck runderen simulatie

🕷🏡📩’s

🕷️🏡📩’s

- **Dichtheidsafhankelijkheid** kunnen we in modellen verwerken in de geboorte- en/of sterfteprocessen

🕷️🏡📩's

- **Dichtheidsafhankelijkheid** kunnen we in modellen verwerken in de geboorte- en/of sterfteprocessen
- Door dichtheidsafhankelijke geboorte/sterfte is het eigenlijk een stuk gezelliger in een kleine populatie!

🕷️🏡📩's

- **Dichtheidsafhankelijkheid** kunnen we in modellen verwerken in de geboorte- en/of sterfteprocessen
- Door dichtheidsafhankelijke geboorte/sterfte is het eigenlijk een stuk gezelliger in een kleine populatie!
- Aan een **phase portrait** kun je aflezen of een populatie stabiele evenwichten heeft

🕷️🏡📩’s

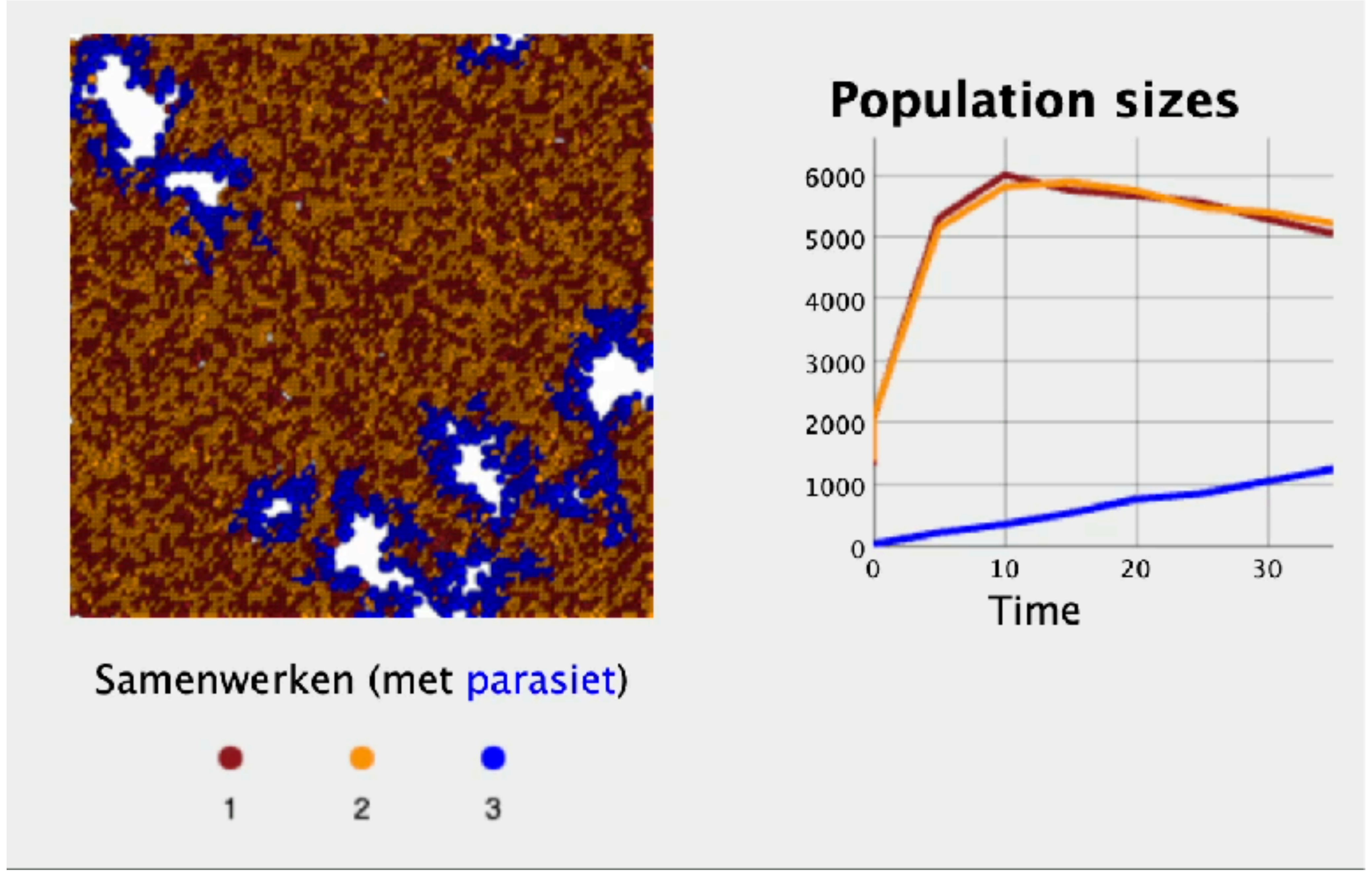
- **Dichtheidsafhankelijkheid** kunnen we in modellen verwerken in de geboorte- en/of sterfteprocessen
- Door dichtheidsafhankelijke geboorte/sterfte is het eigenlijk een stuk gezelliger in een kleine populatie!
- Aan een **phase portrait** kun je aflezen of een populatie stabiele evenwichten heeft
- Zowel density dependent birth/death geven **logistische groei**

🕷🏡📩's

- **Dichtheidsafhankelijkheid** kunnen we in modellen verwerken in de geboorte- en/of sterfteprocessen
- Door dichtheidsafhankelijke geboorte/sterfte is het eigenlijk een stuk gezelliger in een kleine populatie!
- Aan een **phase portrait** kun je aflezen of een populatie stabiele evenwichten heeft
- Zowel density dependent birth/death geven **logistische groei**
- Met **computer simulaties** kun je op een snelle, goedkope en ethisch te verantwoorden manier experimenten hoe verschillend beleid dierenwelzijn beïnvloedt.

Werkcollege = Vraag 12.1 t/m 12.4

Aanstaande maandag: een heel ander type model!



Werkcollege = Vraag 12.1 t/m 12.4

Aanstaande maandag: een heel ander type model!