

Introductie “Biologische modellen” en exponentiële groei

Bram van Dijk (hij/hem)



Biologische vraagstukken

Biologische vraagstukken

- Waarom zijn er het ene jaar zoveel meer konijnen dan het andere jaar?

Biologische vraagstukken

- Waarom zijn er het ene jaar zoveel meer konijnen dan het andere jaar?
- Hoe worden de patronen op de huid van een zebravis aangelegd?

Biologische vraagstukken

- Waarom zijn er het ene jaar zoveel meer konijnen dan het andere jaar?
- Hoe worden de patronen op de huid van een zebravis aangelegd?
- Komt het afschieten van runderen in de Oostvaardersplassen om de populatiegrootte te beheersen het welzijn van de dieren ten goede?

Biologische vraagstukken

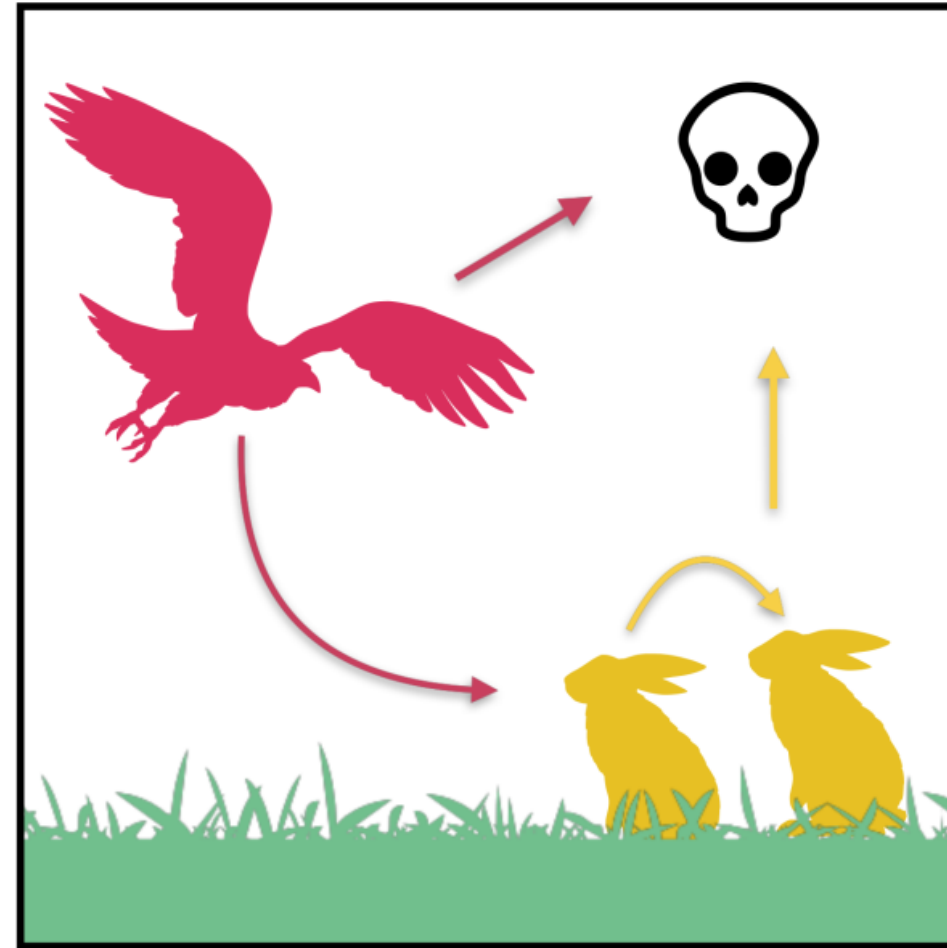
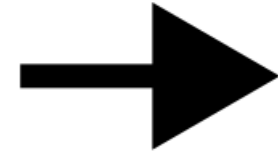
- Waarom zijn er het ene jaar zoveel meer konijnen dan het andere jaar?
- Hoe worden de patronen op de huid van een zebravis aangelegd?
- Komt het afschieten van runderen in de Oostvaardersplassen om de populatiegrootte te beheersen het welzijn van de dieren ten goede?
- Wat is er aan de hand tijdens een hartritmestoornis, en op welke manieren kunnen we het hartritme weer herstellen?

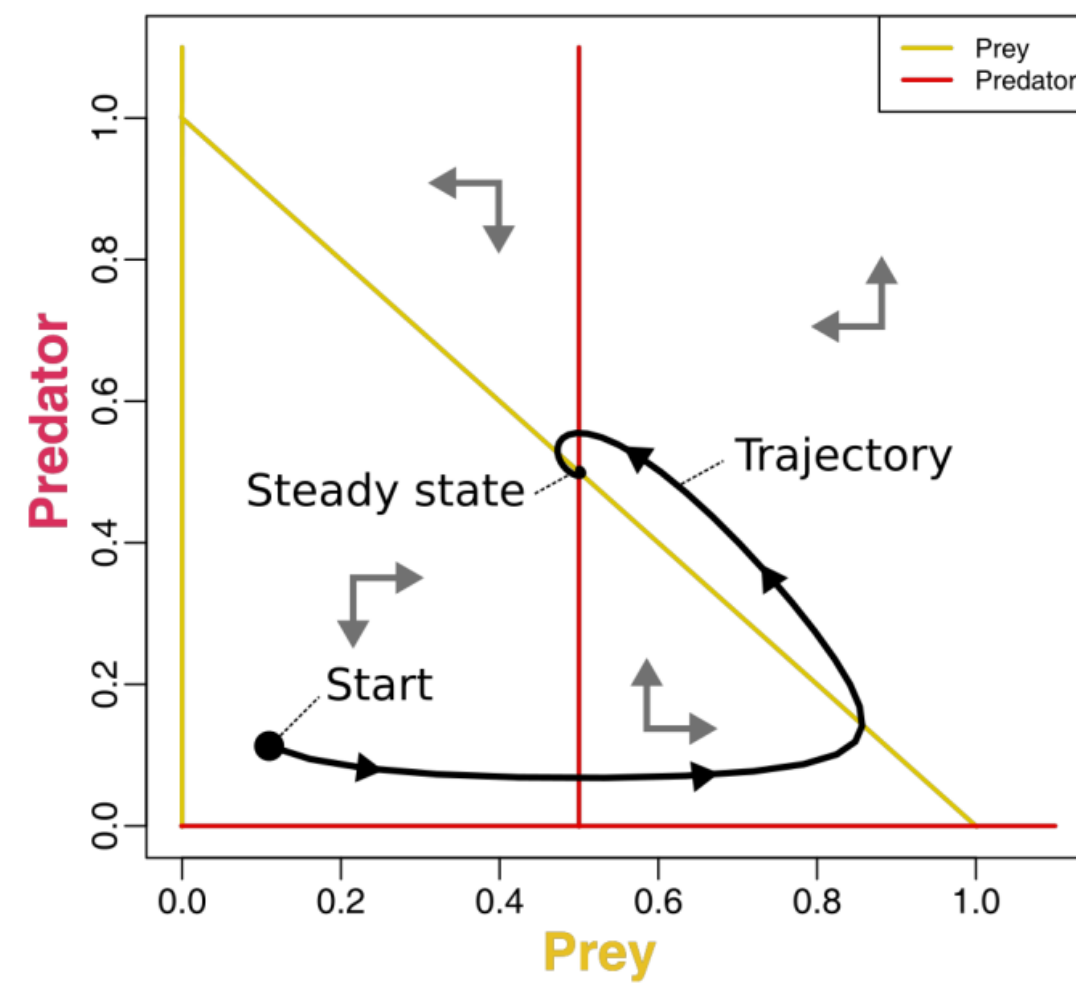
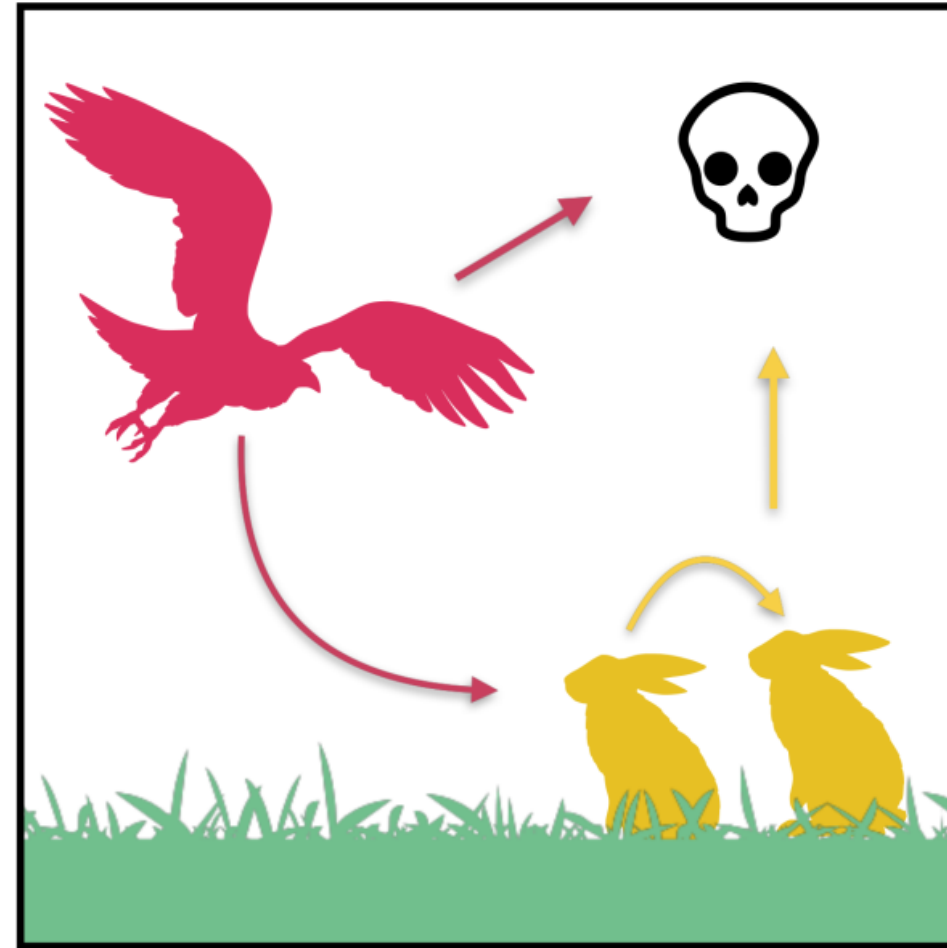
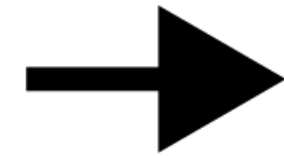
Biologische vraagstukken

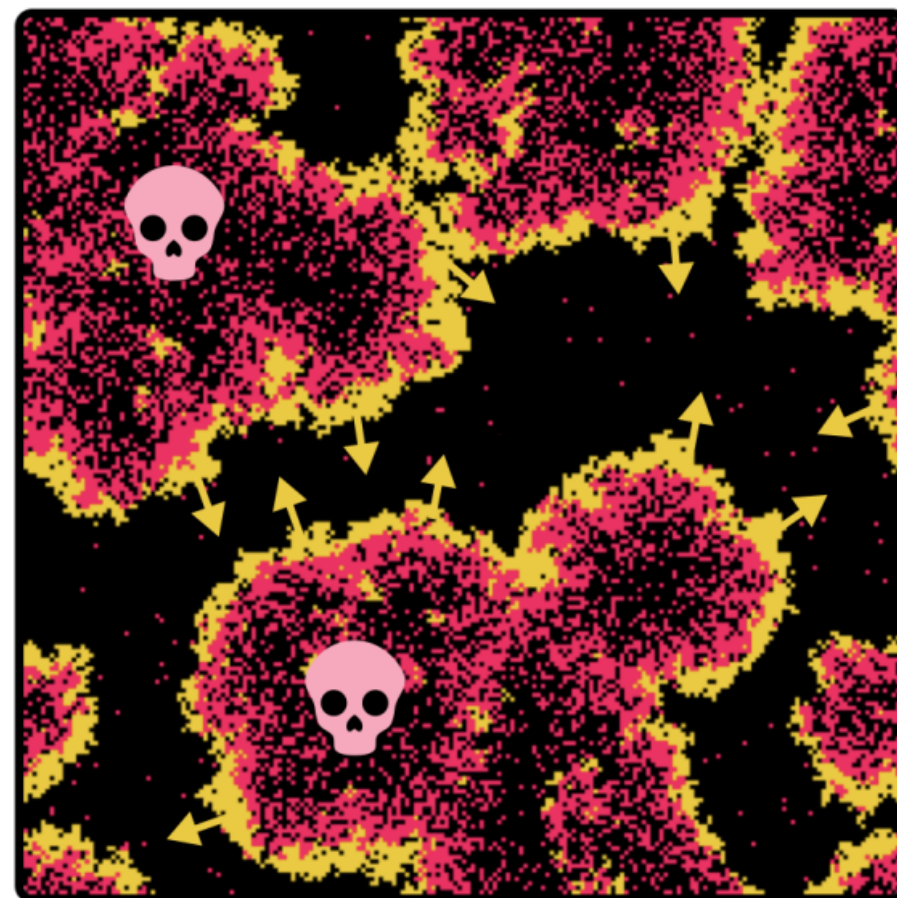
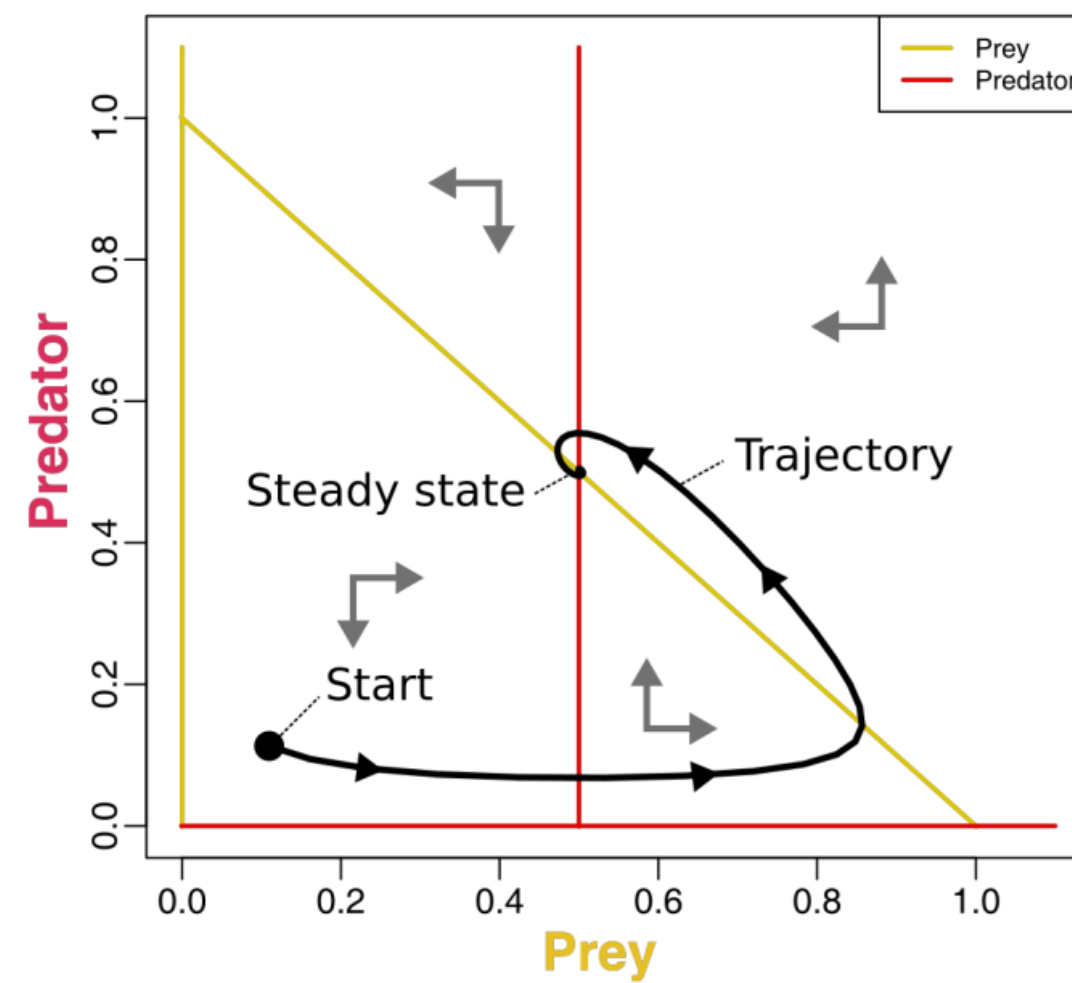
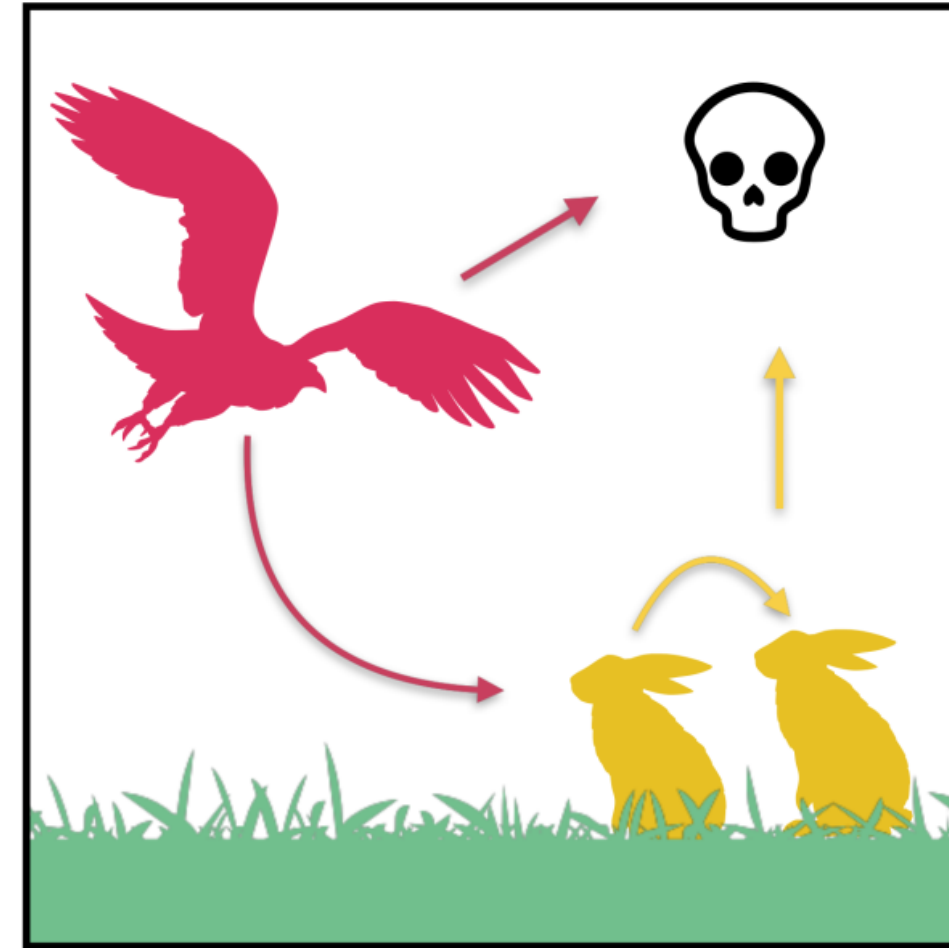
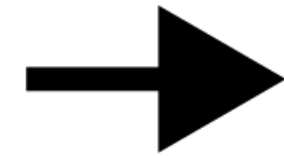
- Waarom zijn er het ene jaar zoveel meer konijnen dan het andere jaar?
- Hoe worden de patronen op de huid van een zebravis aangelegd?
- Komt het afschieten van runderen in de Oostvaardersplassen om de populatiegrootte te beheersen het welzijn van de dieren ten goede?
- Wat is er aan de hand tijdens een hartritmestoornis, en op welke manieren kunnen we het hartritme weer herstellen?
- Waarom krijgt de ene HIV patient zoveel eerder AIDS dan de andere?



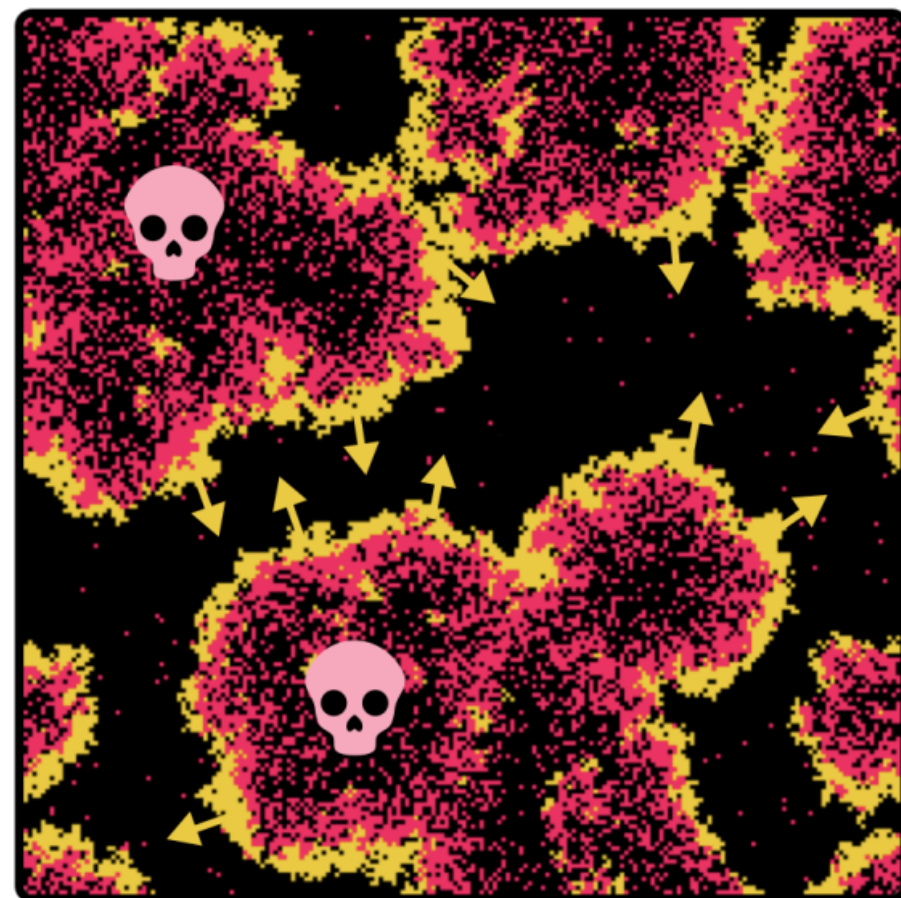
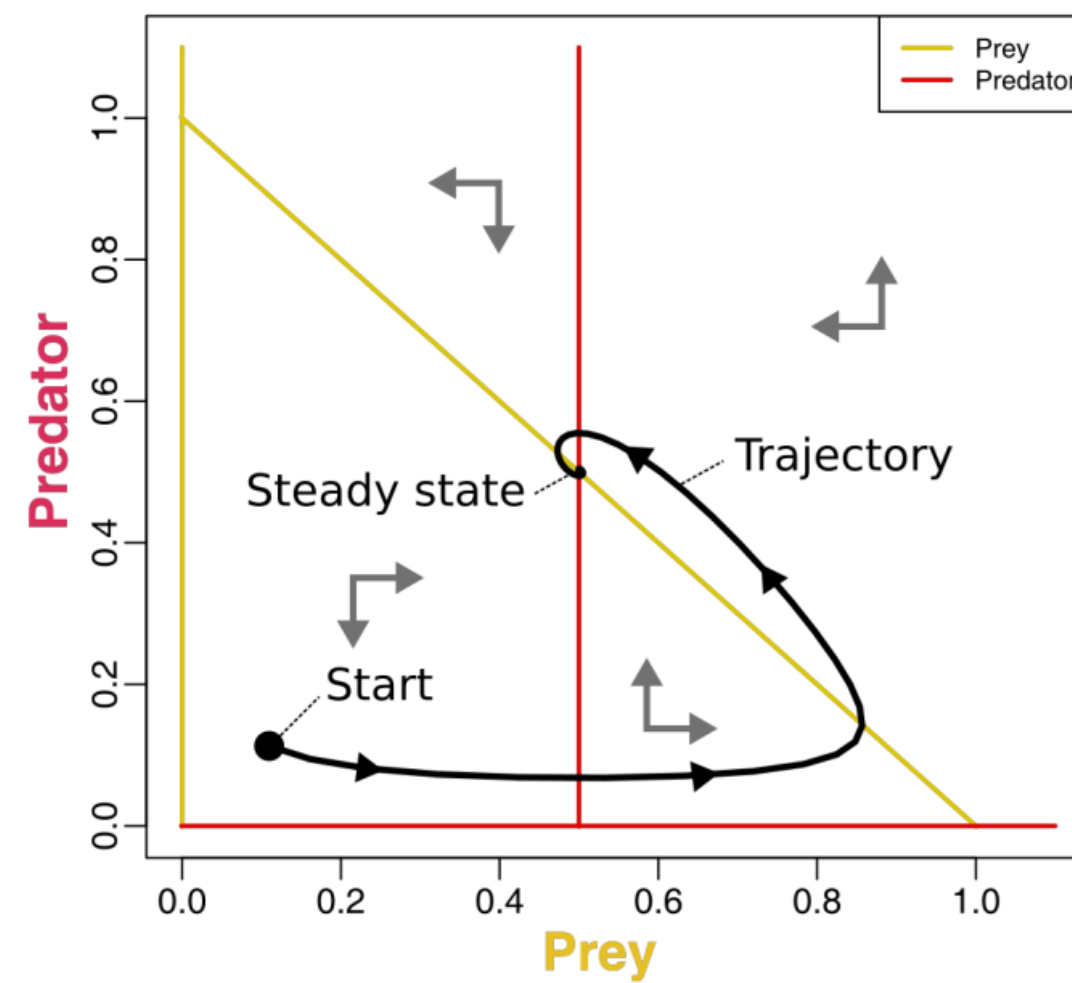
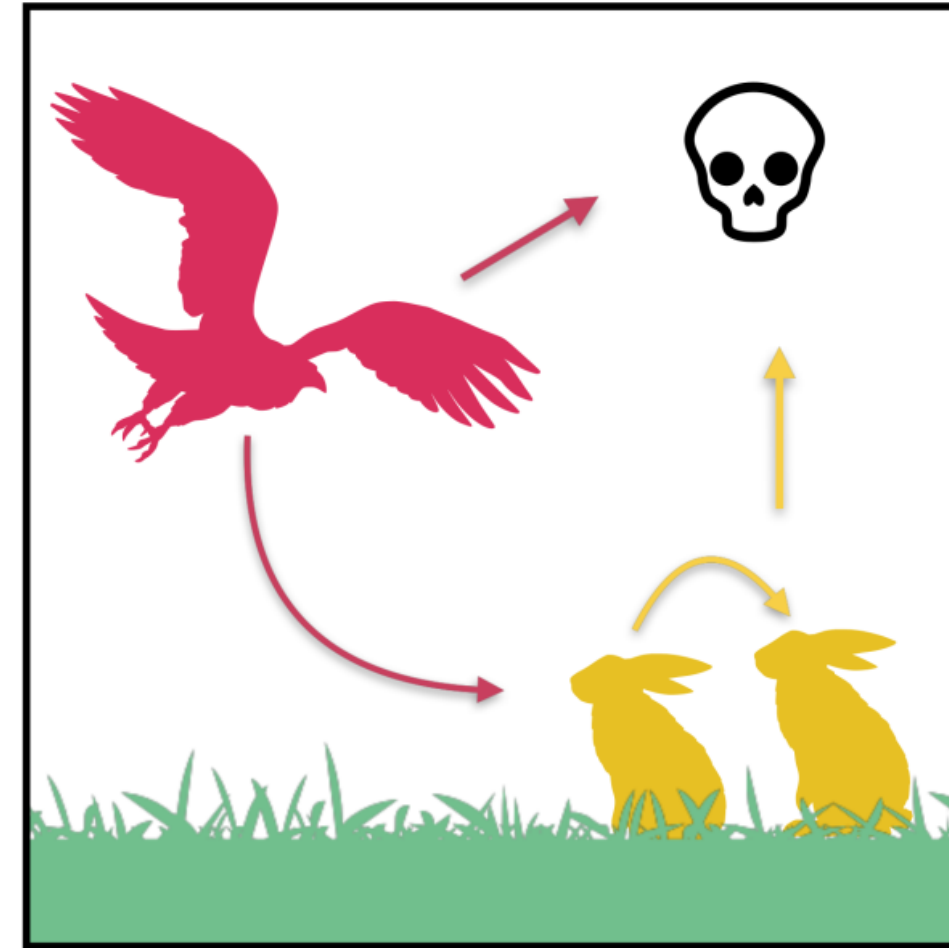
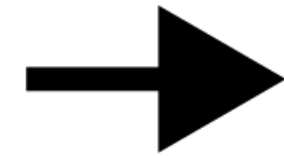




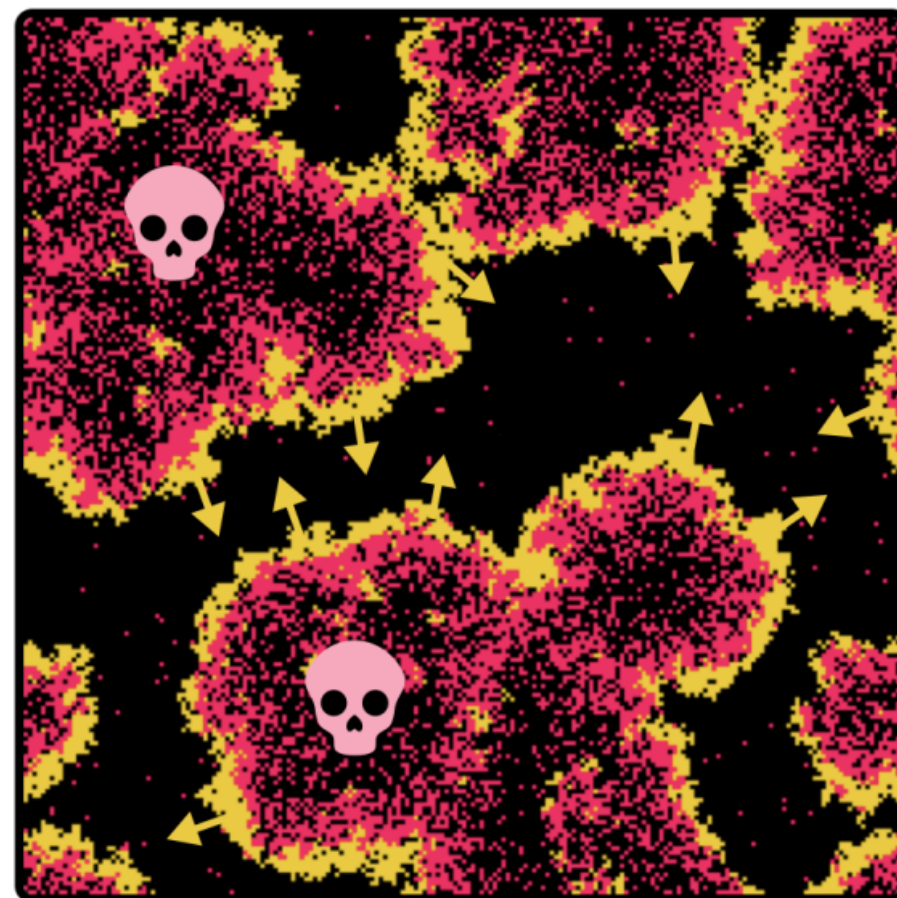
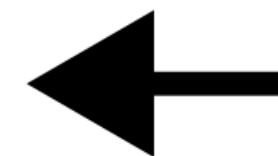
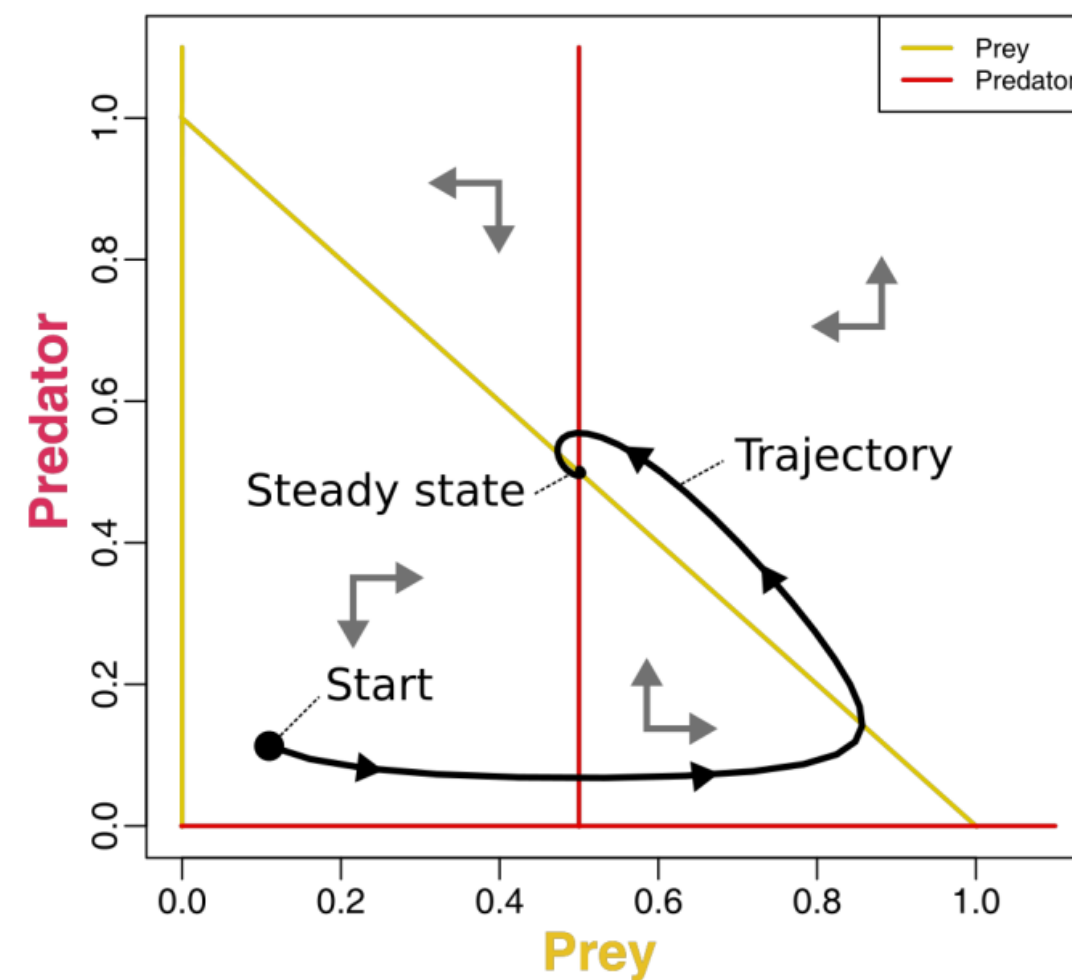
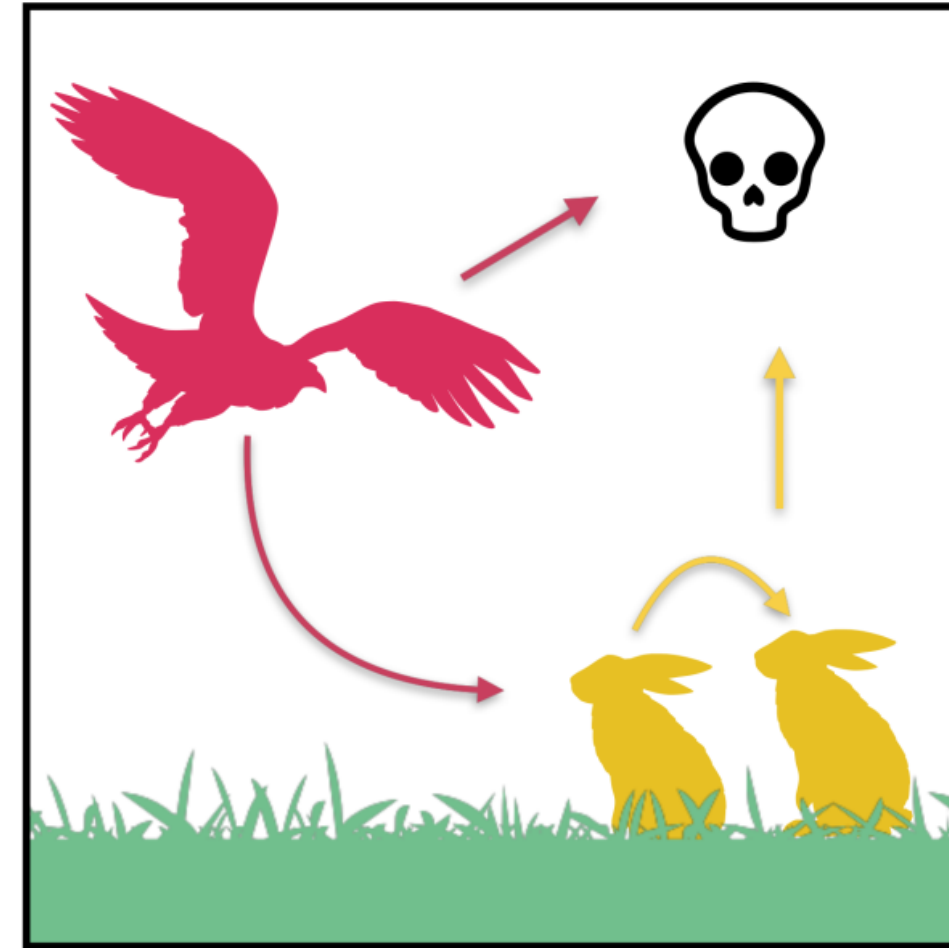
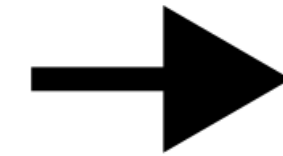




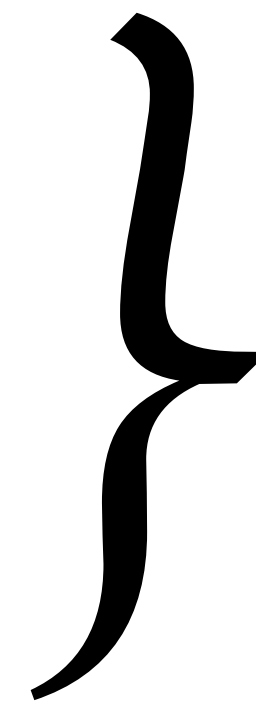
■ Predator
 ■ Prey
 ■ Empty niche



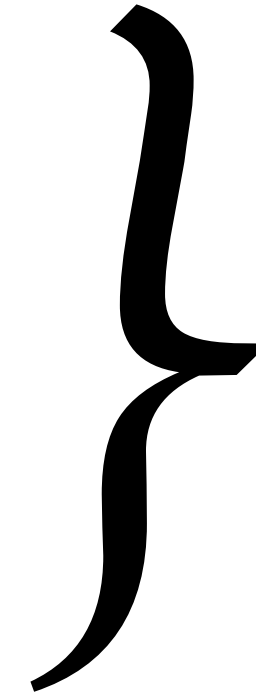
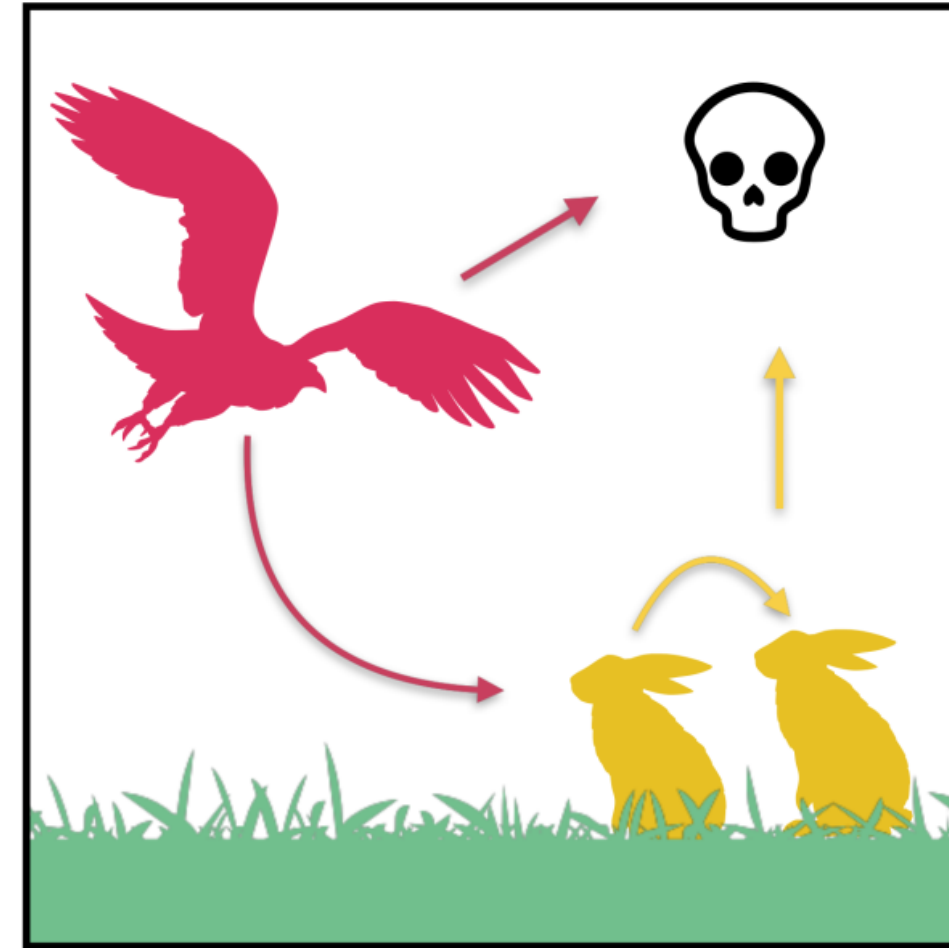
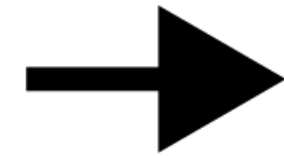
■ Predator
 ■ Prey
 ■ Empty niche



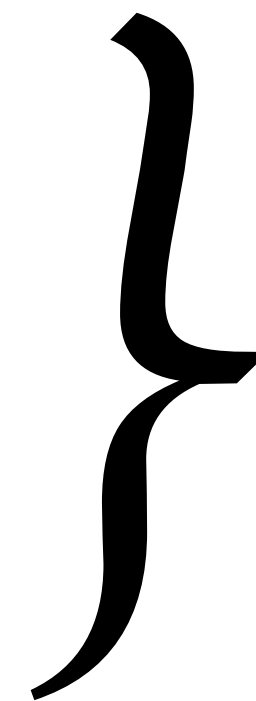
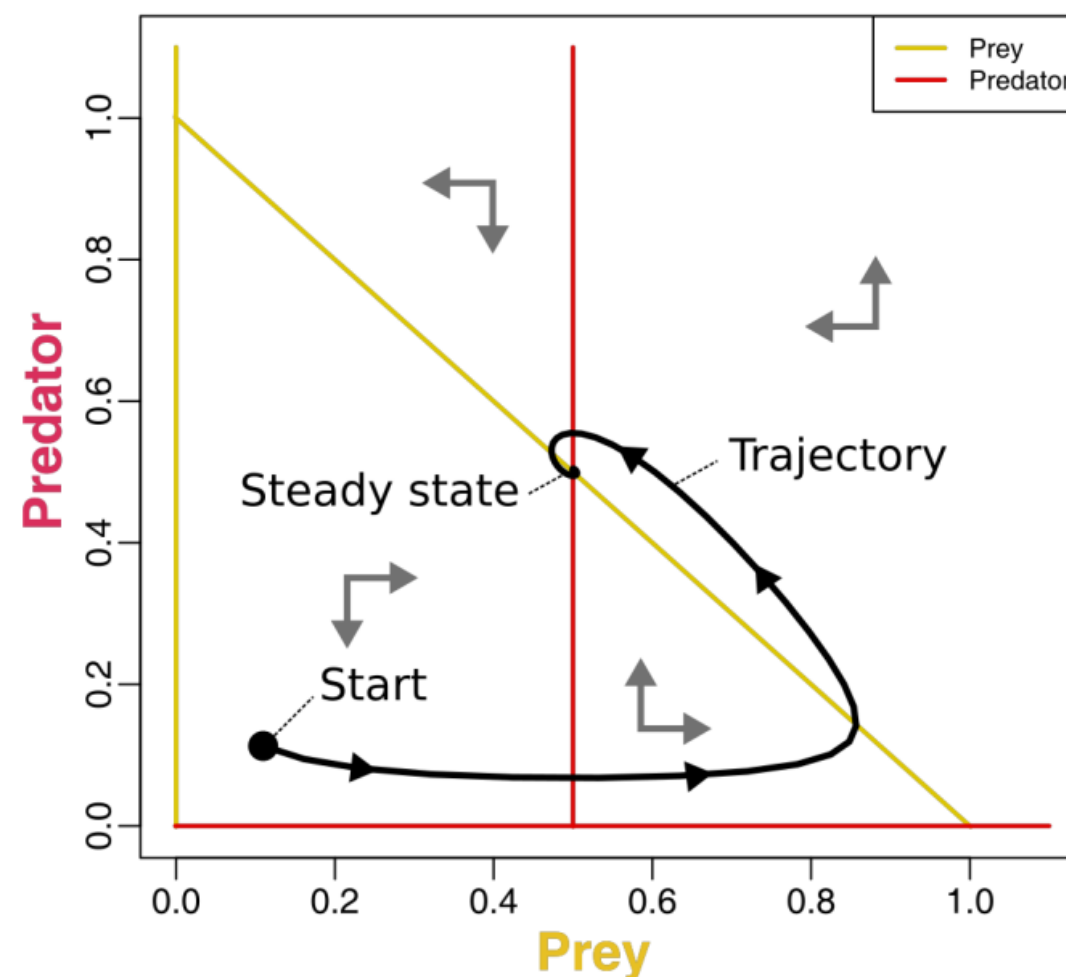
■ Predator ■ Prey ■ Empty niche



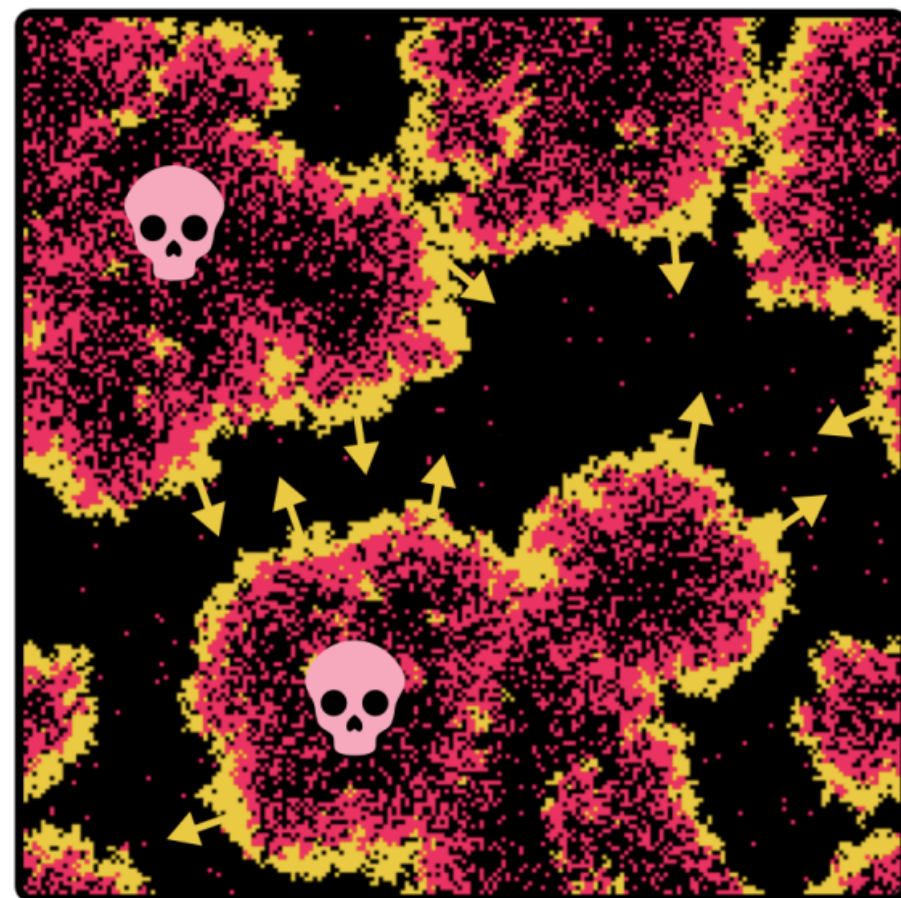
Belangrijk, maar slechts de technische aspecten van het model



*Durven denken in versimpelingen
"Where the magic happens"*



Belangrijk, maar slechts de
technische aspecten
van het model

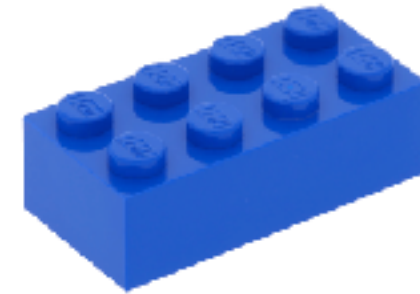


■ Predator ■ Prey ■ Empty niche

Net als biologie, bestaan ook **modellen** uit simpele bouwsteentjes

Net als biologie, bestaan ook modellen uit simpele bouwsteentjes

Je kent de bouwsteentjes al



$$1 + 1 = 2$$

Net als biologie, bestaan ook modellen uit simpele bouwsteentjes

Je kent de bouwsteentjes al



$$1 + 1 = 2$$

Tijdens dit vak:
Kleine voorbeelden
("toy" examples)



$$\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

Net als biologie, bestaan ook modellen uit simpele bouwsteentjes

Je kent de bouwsteentjes al



$$1 + 1 = 2$$

Tijdens dit vak:
Kleine voorbeelden
("toy" examples)



$$\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

**Complexere systemen /
Machine learning / AI:**
Dezelfde bouwsteentjes, het
zijn er alleen maar meer!



$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{C}(I_{Na} + I_K + I_R) \\ I_{Na} &= G_{Na}m^2h(\overline{E}_{Na} - V) \\ I_K &= G_Kn^2(\overline{E}_K - V) \\ I_R &= g_R(\overline{E}_R - V) \\ \frac{dm}{dt} &= 0.1(1 - m)\frac{V+25}{e^{(V+25)/10}-1} - 4mc^{V/18} \\ \frac{dh}{dt} &= 0.07(1 - h)e^{V/20} - \frac{h}{e^{(V+30)/10}+1} \\ \frac{dn}{dt} &= 0.01(1 - n)\frac{V+10}{e^{(V+10)/10}-1} - 0.125ne^{V/80} \end{aligned}$$

Leerdoelen onderdeel “Biologische modellen”

Leerdoelen onderdeel “Biologische modellen”

- Uitleggen **waarom** we in de biologie modellen nodig hebben

Leerdoelen onderdeel “Biologische modellen”

- Uitleggen **waarom** we in de biologie modellen nodig hebben
- Belangrijke **modeltypes** in de biologie herkennen, en biologische scenarios aan een geschikt modeltype koppelen

Leerdoelen onderdeel “Biologische modellen”

- Uitleggen **waarom** we in de biologie modellen nodig hebben
- Belangrijke **modeltypes** in de biologie herkennen, en biologische scenarios aan een geschikt modeltype koppelen
- Verschillende vormen van **populatiegroei** beschrijven en vergelijken

Leerdoelen onderdeel “Biologische modellen”

- Uitleggen **waarom** we in de biologie modellen nodig hebben
- Belangrijke **modeltypes** in de biologie herkennen, en biologische scenarios aan een geschikt modeltype koppelen
- Verschillende vormen van **populatiegroei** beschrijven en vergelijken
- Dat modellen naast groei, ook **andere biologische processen** kunnen omschrijven (evolutie, gedrag, hartritmestoornissen, de strepen van een zebra, *etc.*)

Leerdoelen onderdeel “Biologische modellen”

- Uitleggen **waarom** we in de biologie modellen nodig hebben
- Belangrijke **modeltypes** in de biologie herkennen, en biologische scenarios aan een geschikt modeltype koppelen
- Verschillende vormen van **populatiegroei** beschrijven en vergelijken
- Dat modellen naast groei, ook **andere biologische processen** kunnen omschrijven (evolutie, gedrag, hartritmestoornissen, de strepen van een zebra, *etc.*)
- Begrijpen dat een scenario met **meerdere modellen** benaderd kan worden, die **verschillende uitkomsten** kunnen geven.

Leerdoelen per hoofdstuk

Biologische modellen > Introductie

Introductie

Leerdoelen

Aan het eind van dit introducerende hoofdstuk, word je geacht het volgende te kunnen:

- Uitleggen waarom modellen een belangrijk stuk gereedschap zijn binnen de biologie
- De drie basisingrediënten van elk model benoemen
- Onderscheid maken tussen onderwerp (*wat* gemodelleerd wordt) en modelformalismen (*hoe* er gemodelleerd wordt)
- Voorbeelden van verschillende modelformalismen geven, en alvast enkele aannames die erbij komen kijken benoemen (nog niet in detail: gedurende de cursus leer je meer over de details)
- Uitleggen wanneer een model "goed" is

Leerdoelen per hoofdstuk

Biologische modellen > Introductie

Introductie

Leerdoelen

Aan het eind van dit introducerende hoofdstuk, word je geacht het volgende

- Uitleggen waarom modellen een belangrijk stuk gereedschap zijn binnen
- De drie basisingrediënten van elk model benoemen
- Onderscheid maken tussen onderwerp (*wat* gemodelleerd wordt) en model (hoe gemodelleerd wordt)
- Voorbeelden van verschillende modelformalismen geven, en alvast enkele komen kijken benoemen (nog niet in detail: gedurende de cursus leer je)
- Uitleggen wanneer een model "goed" is

- Week 1:
 - [10 Exponentiële groei](#)
 - [11 Modelleren met ODEs](#)
 - [12 Dichtheidseffecten](#)
- Week 2:
 - [13 Ruimtelijke groei](#)
 - [14 Predator-prooi interacties](#)
 - [15 Competitie en evolutie](#)
- Week 3:
 - [16 Zwermen en foerageren](#)
 - [17 Reacties en diffusie](#)
 - [18 Exciteerbare media](#)

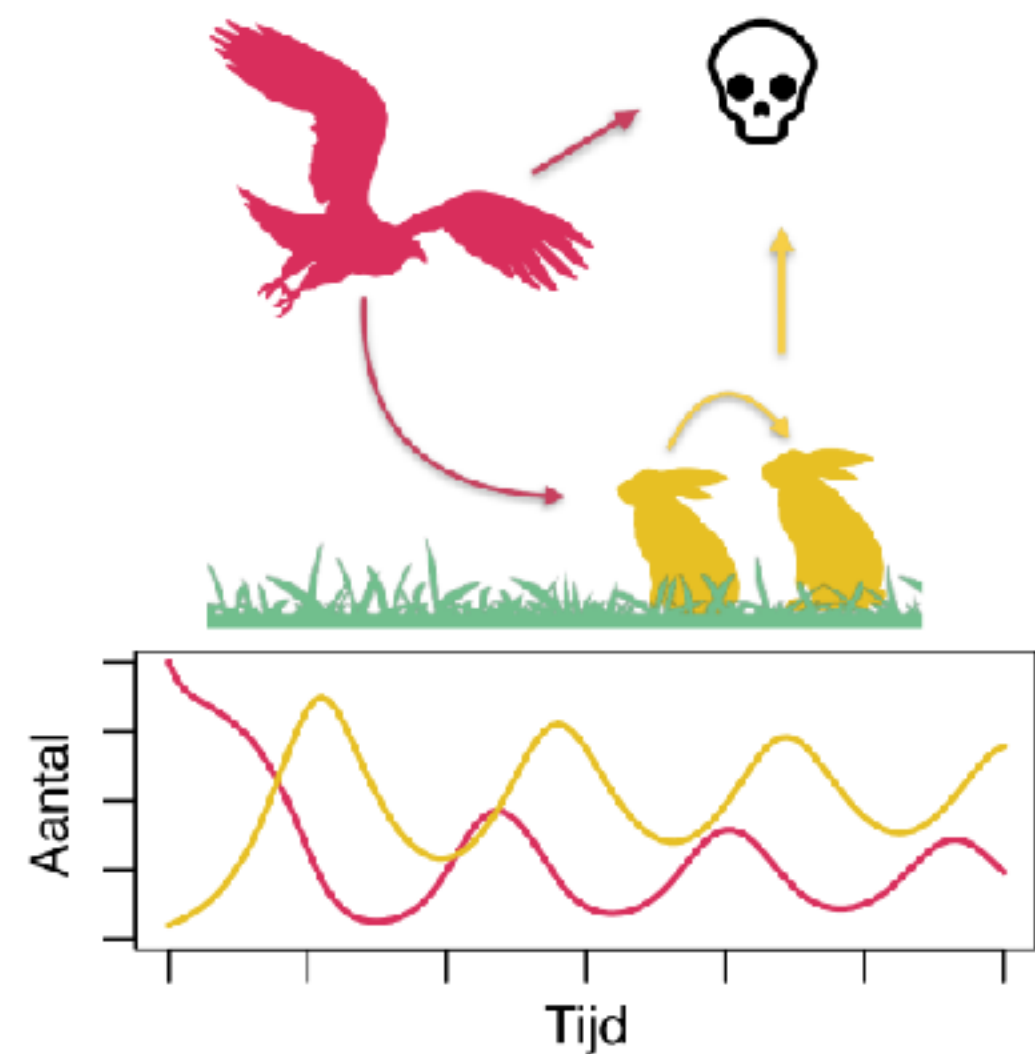
We zijn vooral geïnteresseerd in dynamica

We zijn vooral geïnteresseerd in dynamica

- **Dynamica** = hoe *iets* over de tijd verandert.

We zijn vooral geïnteresseerd in dynamica

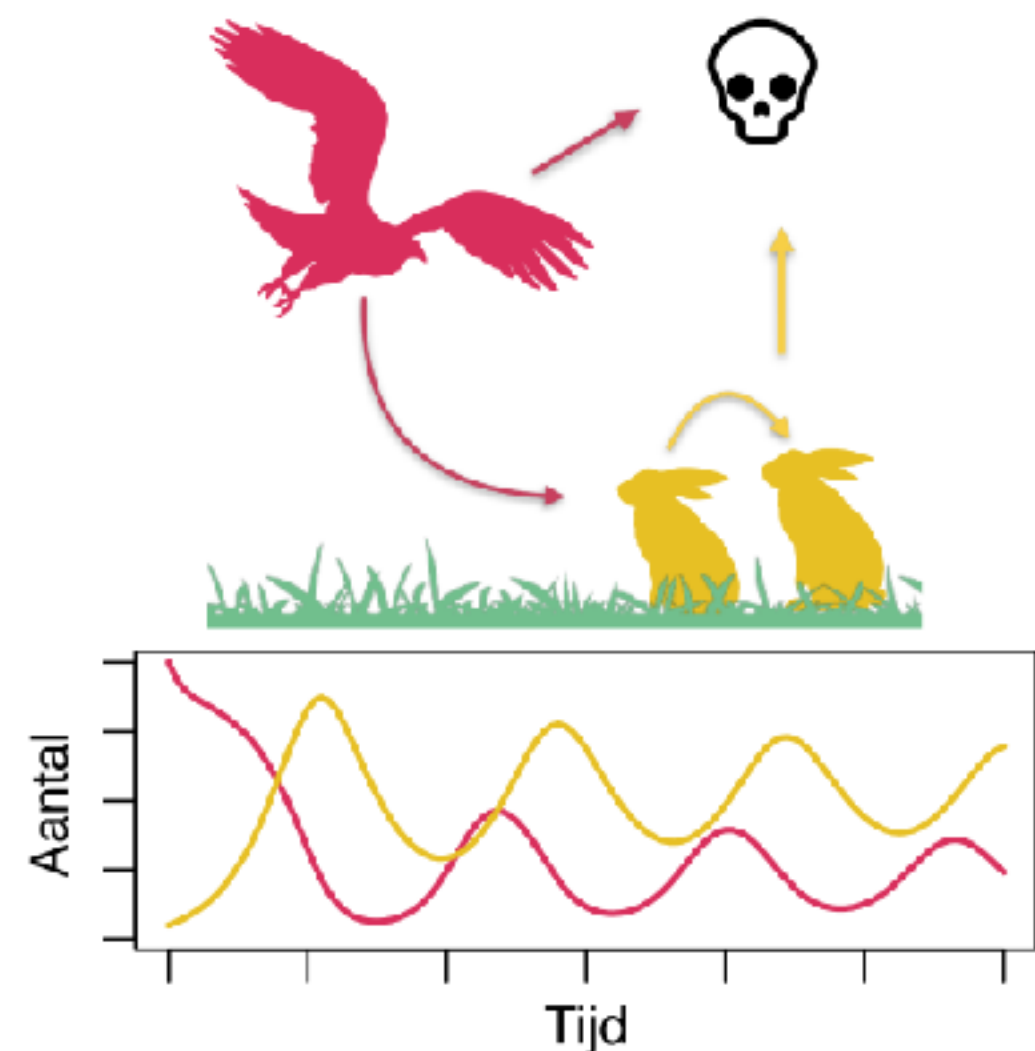
- **Dynamica** = hoe *iets* over de tijd verandert.
- “iets” kan een **populatiegrootte** zijn...



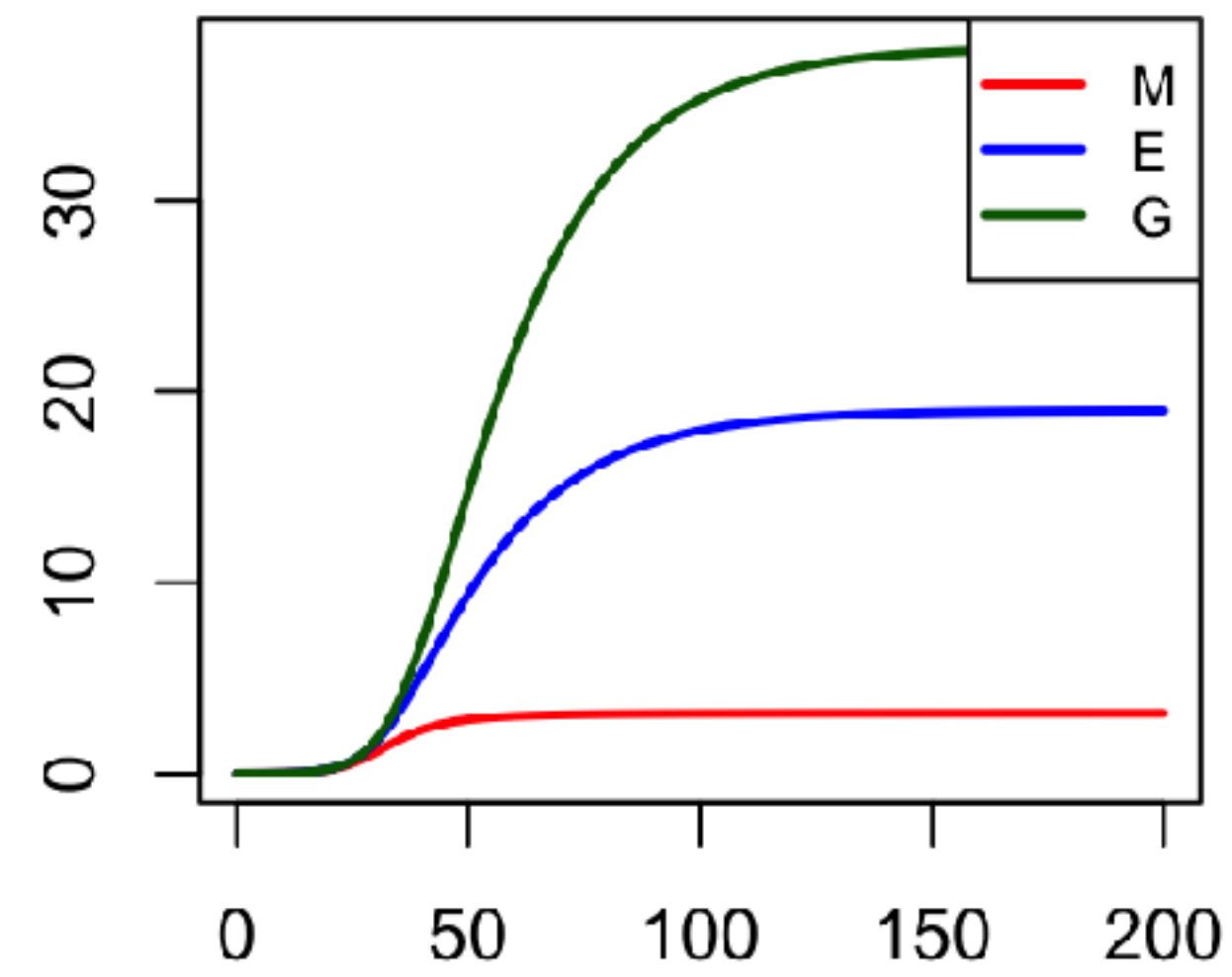
Dynamiek van **populaties**

We zijn vooral geïnteresseerd in dynamica

- **Dynamica** = hoe *iets* over de tijd verandert.
- “iets” kan een **populatiegrootte** zijn...
- of een **concentratie** van mRNA/ eiwitten



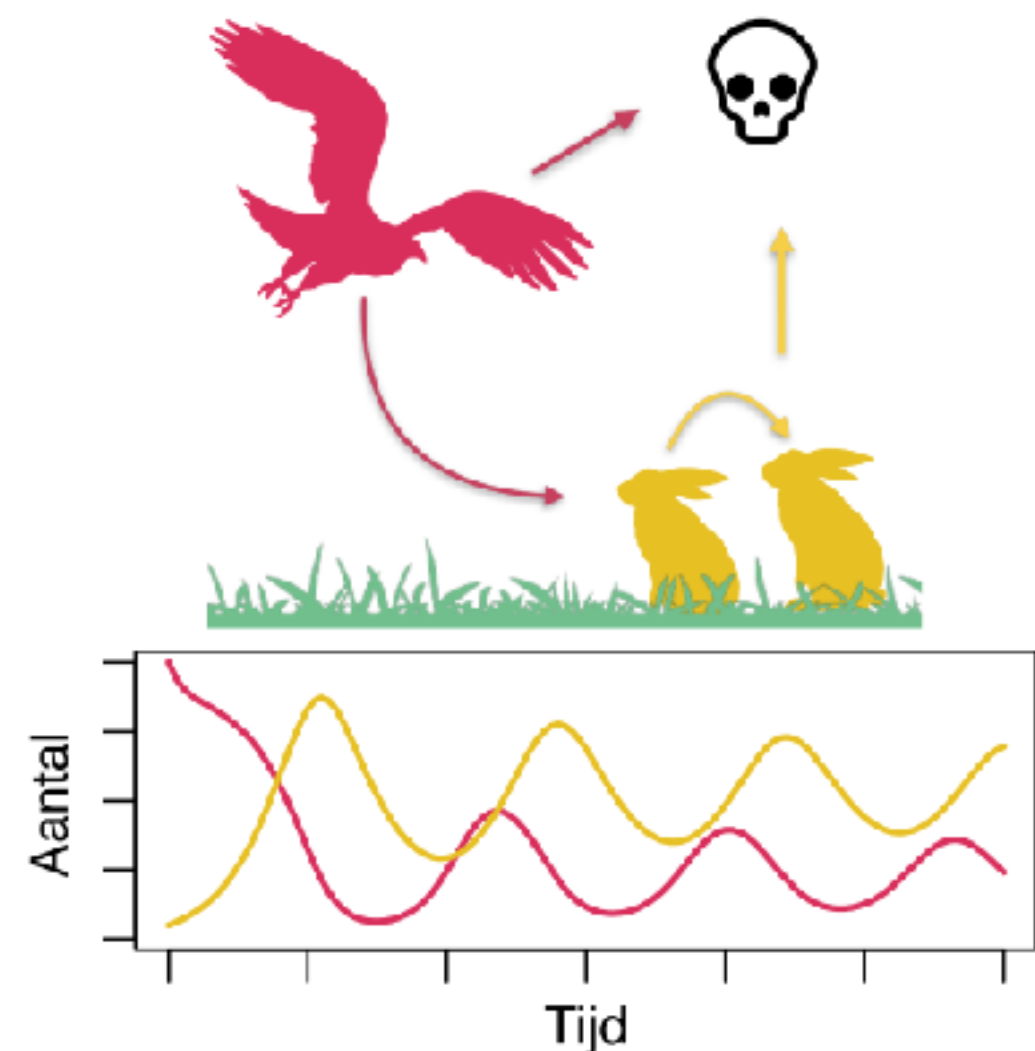
Dynamiek van **populaties**



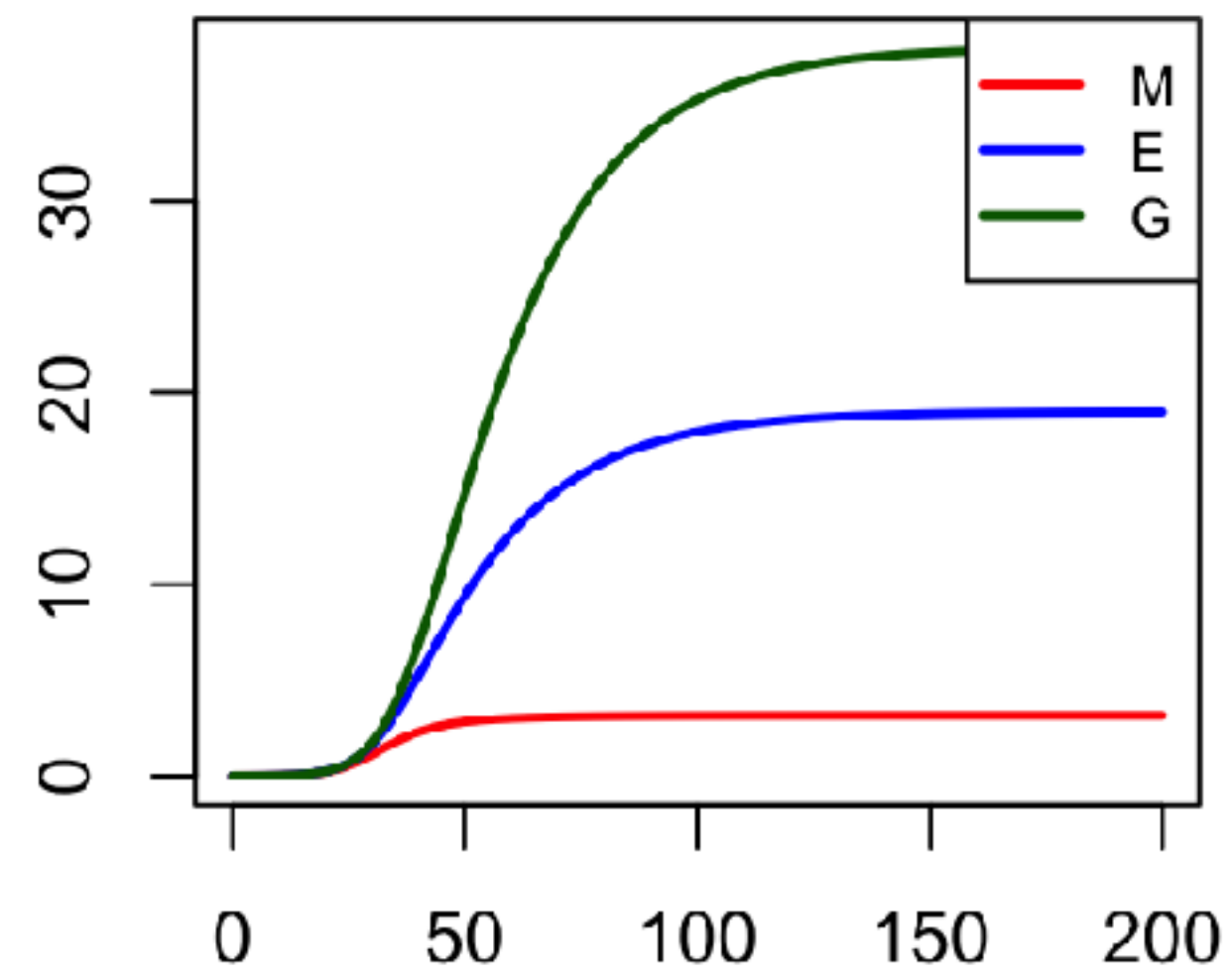
Dynamiek van **concentraties**

We zijn vooral geïnteresseerd in dynamica

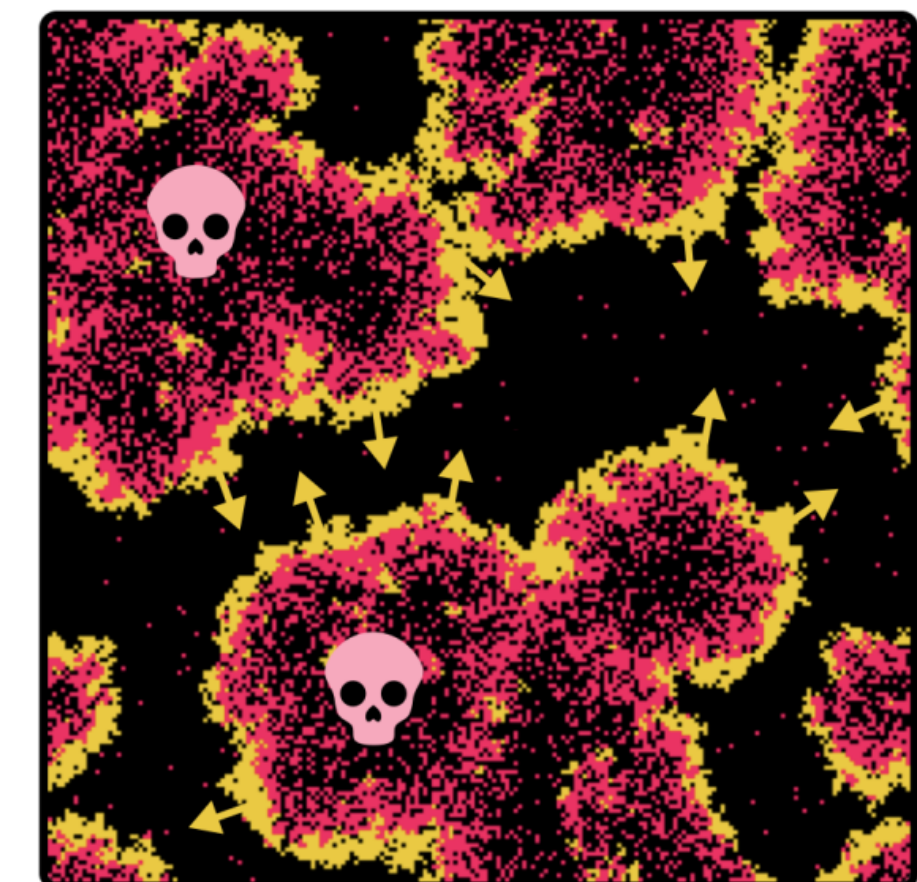
- **Dynamica** = hoe *iets* over de tijd verandert.
- “iets” kan een **populatiegrootte** zijn...
- of een **concentratie** van mRNA/ eiwitten
- ... maar ook een patroon!



Dynamiek van **populaties**



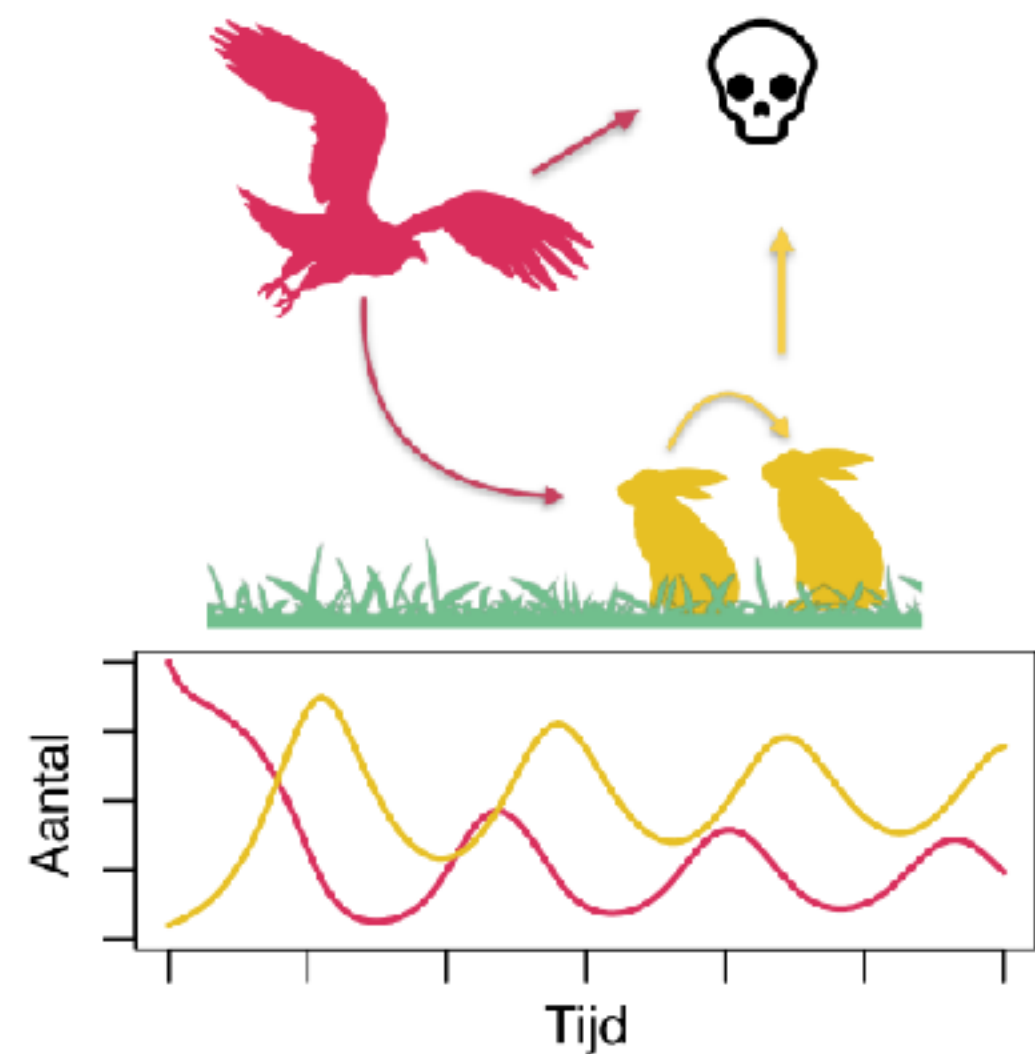
Dynamiek van **concentraties**



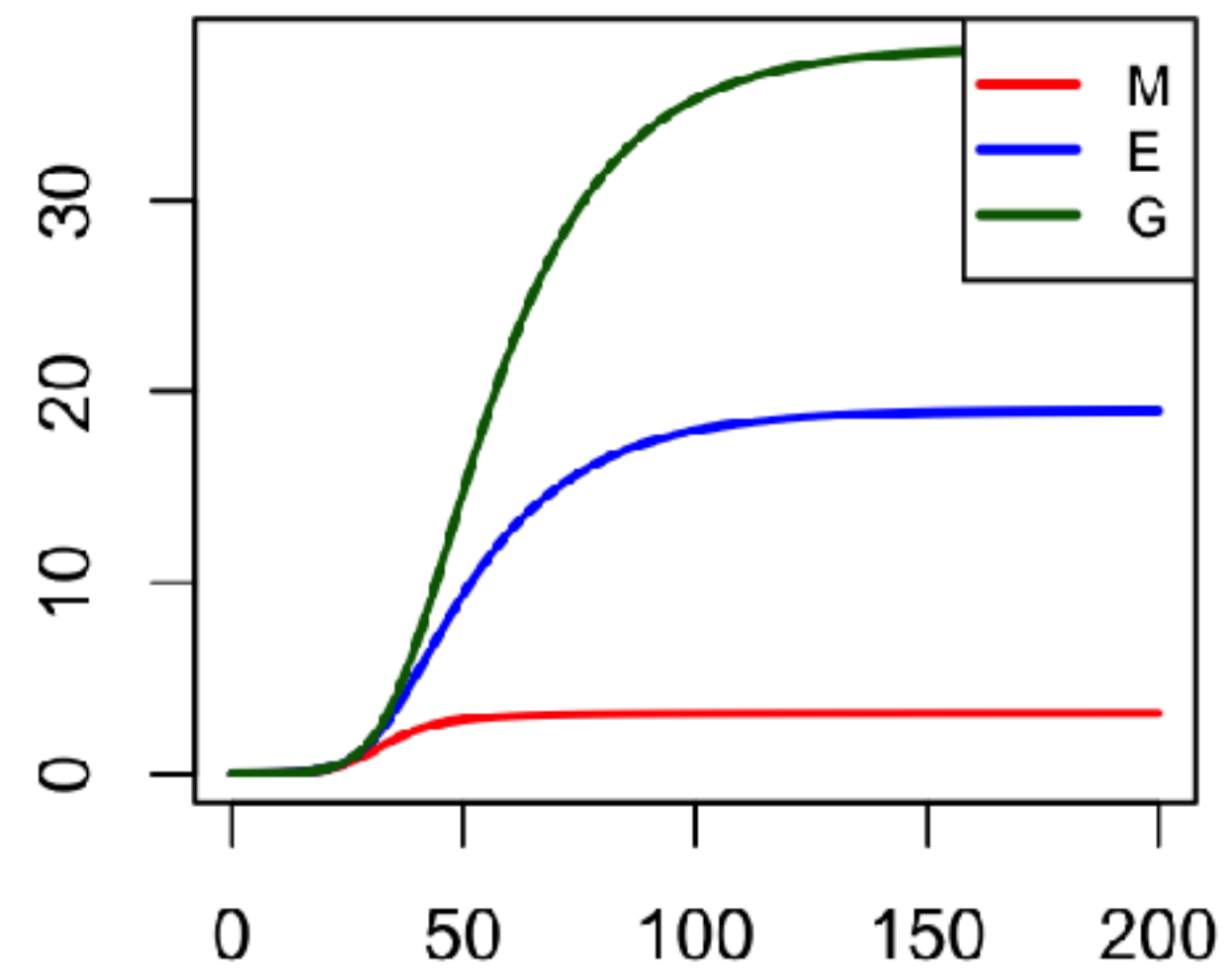
■ **Predator** ■ **Prey** ■ **Empty niche**

Dynamiek van **patronen**

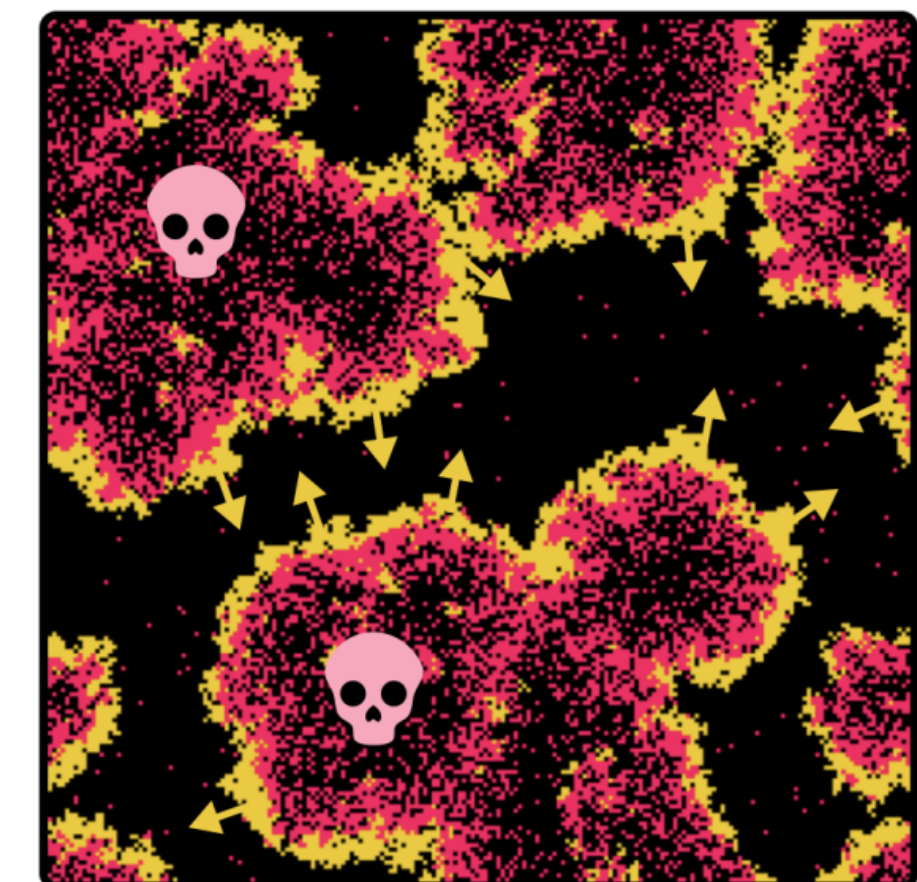
Drie ingrediënten van elk model



Dynamiek van **populaties**



Dynamiek van **concentraties**

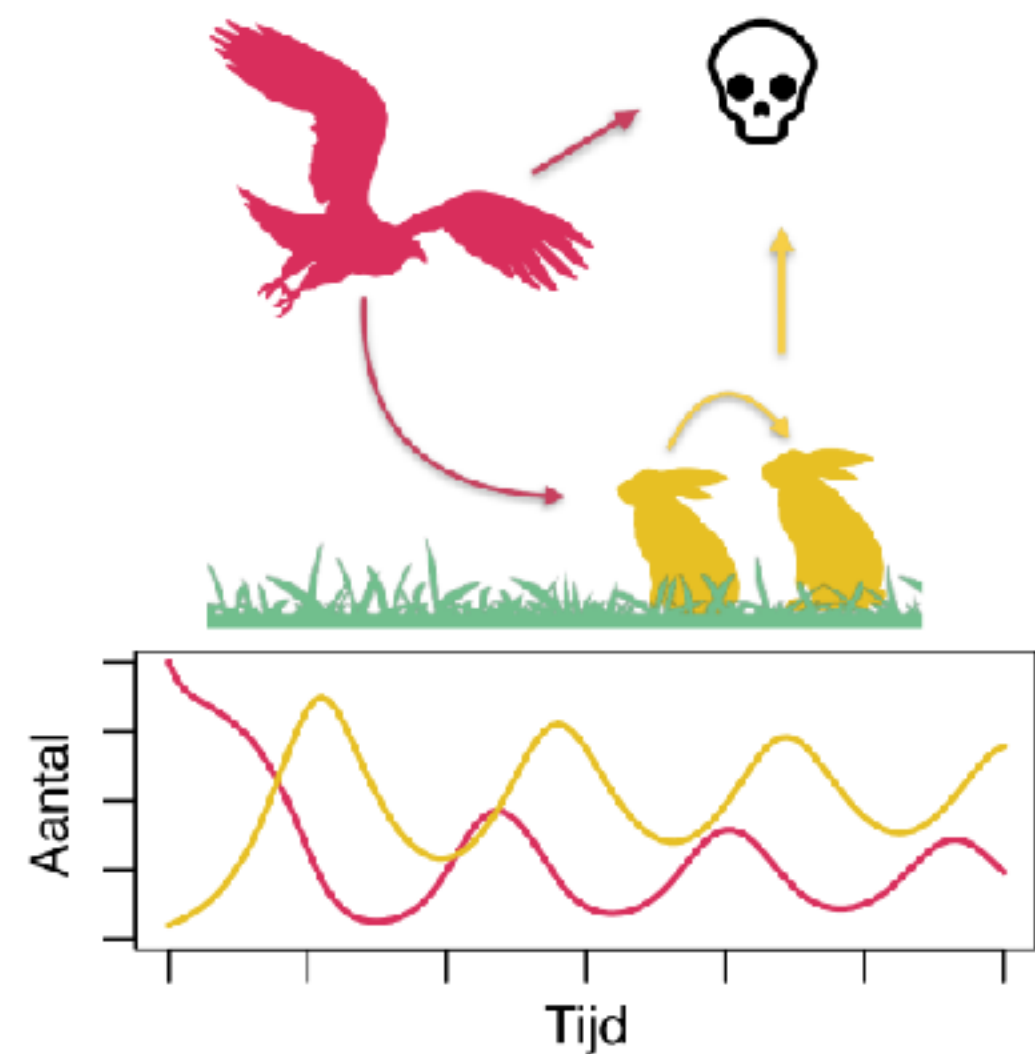


■ Predator ■ Prey ■ Empty niche

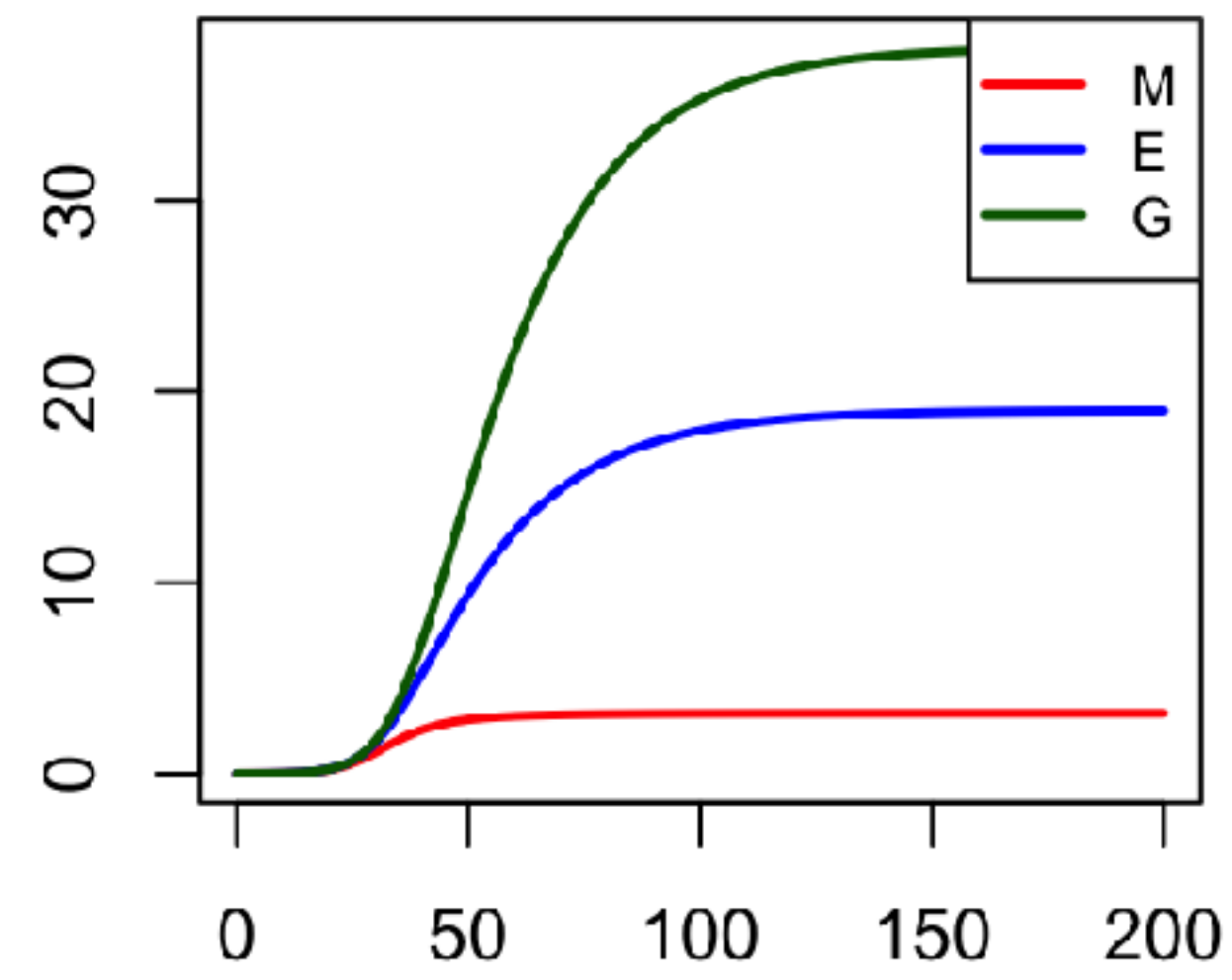
Dynamiek van **patronen**

Drie ingrediënten van elk model

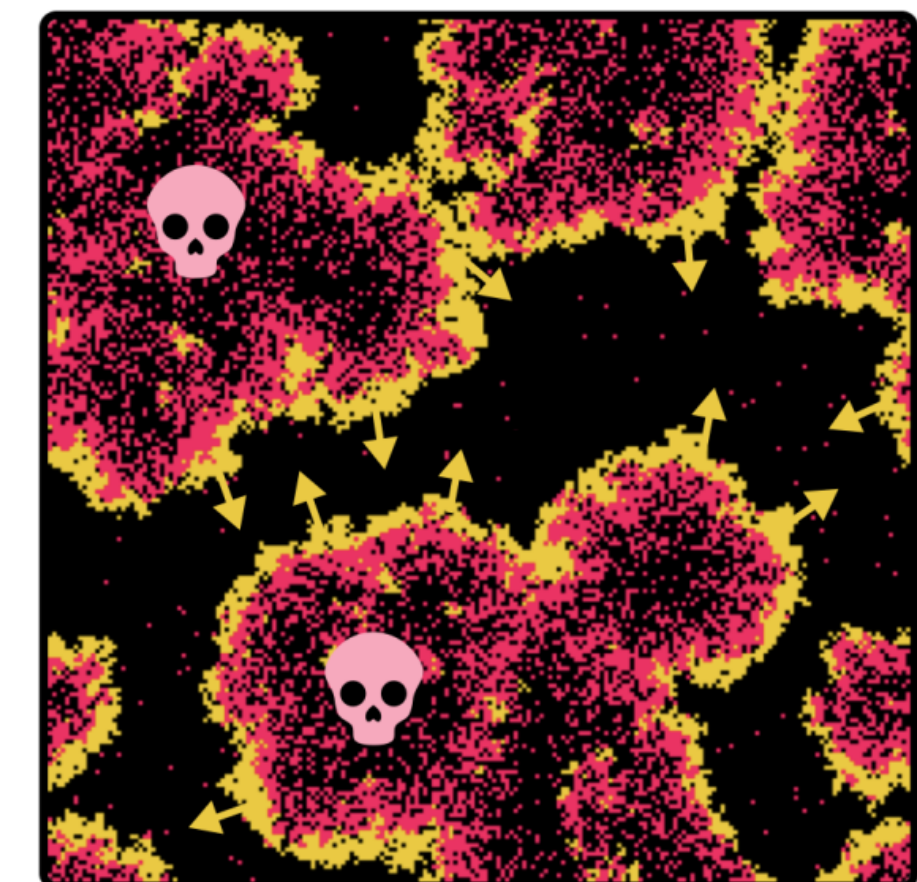
- **Variabelen** (*wat er verandert*, bijvoorbeeld aantal konijnen/roofvogels)



Dynamiek van **populaties**



Dynamiek van **concentraties**

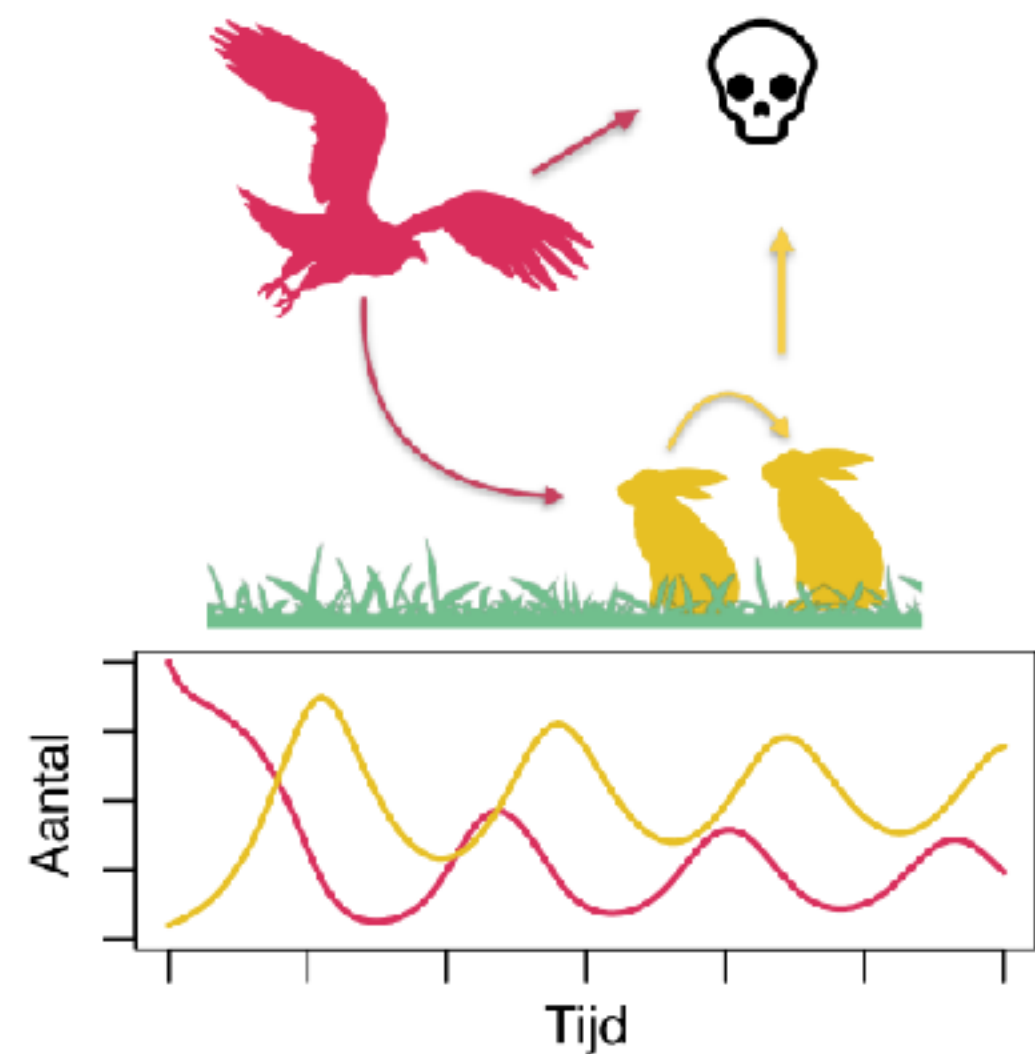


■ Predator ■ Prey ■ Empty niche

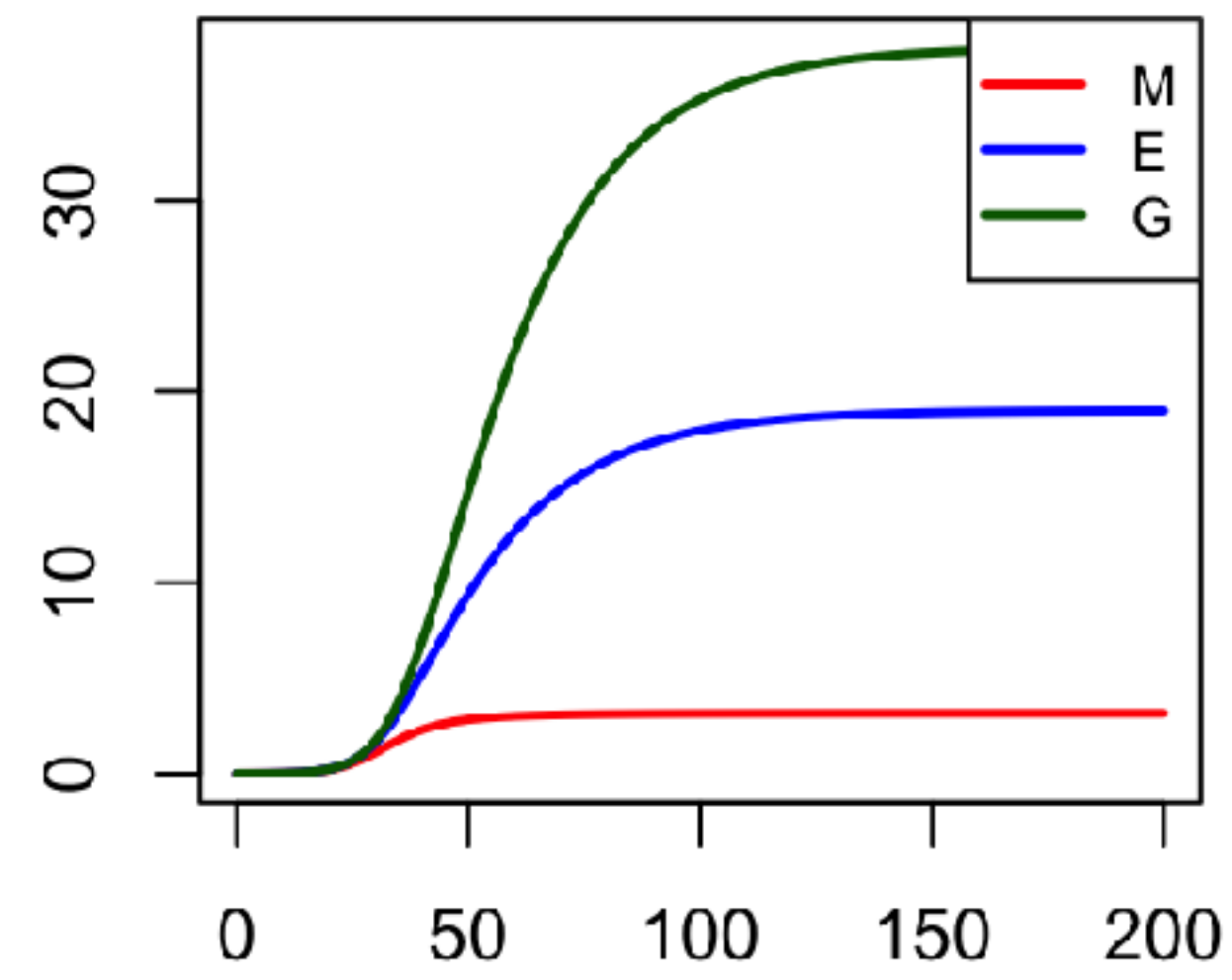
Dynamiek van **patronen**

Drie ingrediënten van elk model

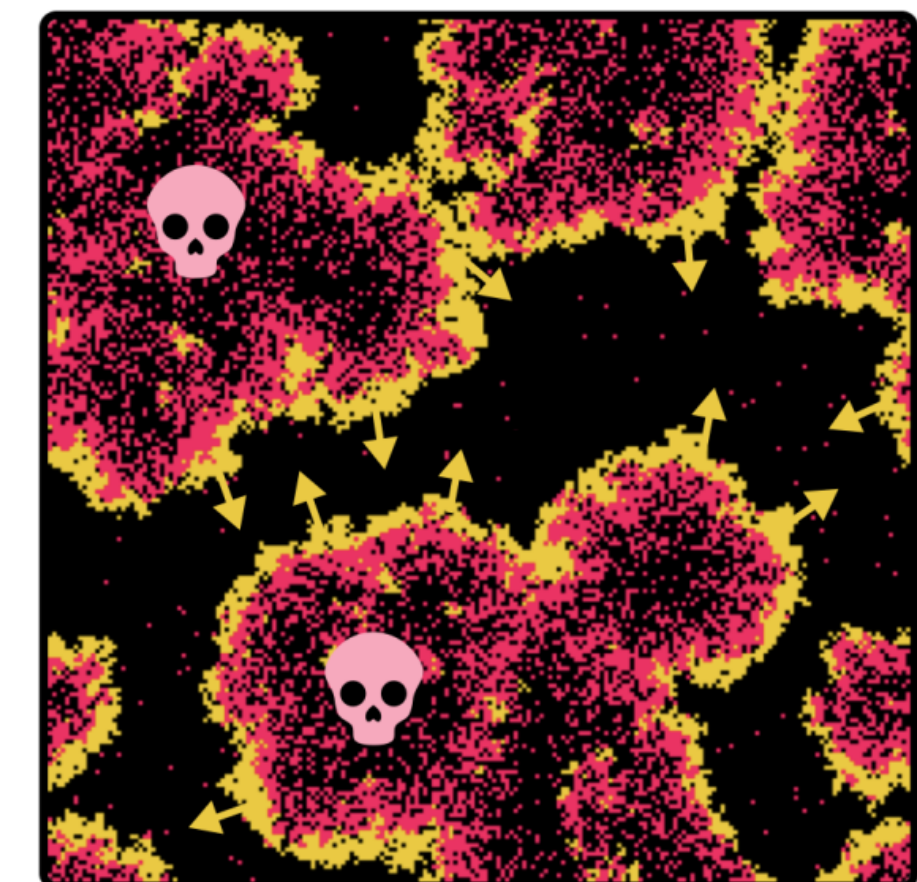
- **Variabelen** (*wat er verandert*, bijvoorbeeld aantal konijnen/roofvogels)
- **Parameters** (**vaste** waarden die bepalen *hoe* verandering plaatsvindt, bijvoorbeeld sterfte-kans van konijnen)



Dynamiek van **populaties**



Dynamiek van **concentraties**

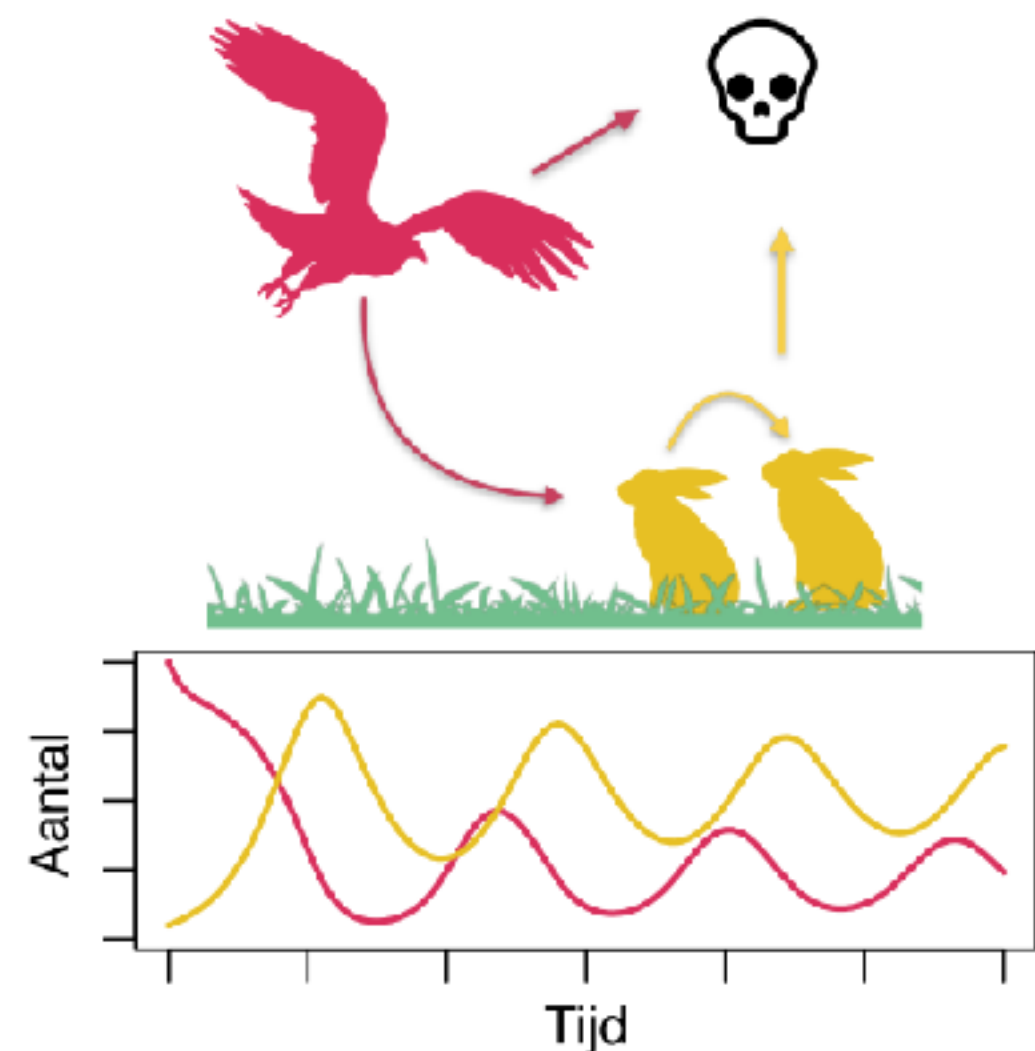


■ Predator ■ Prey ■ Empty niche

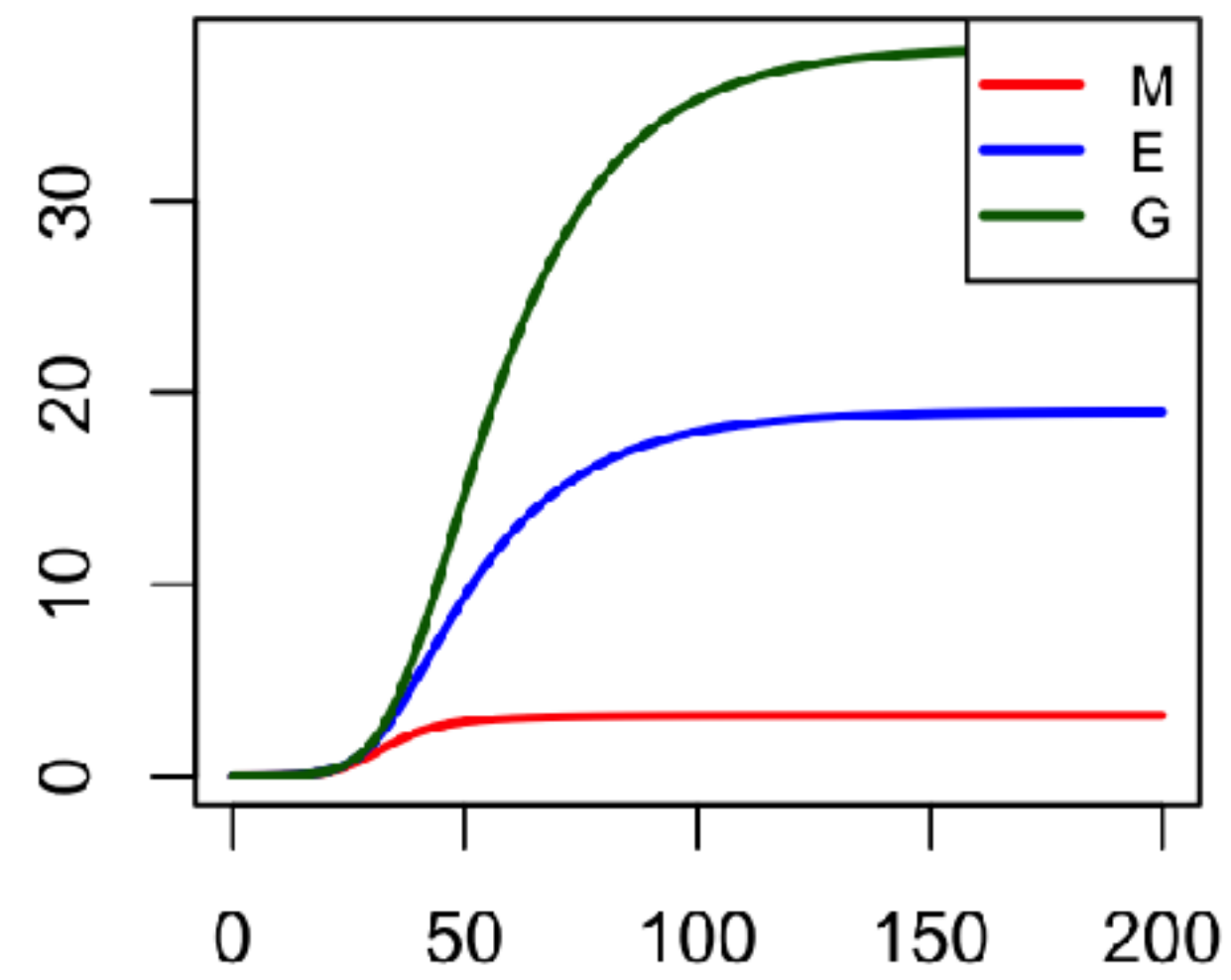
Dynamiek van **patronen**

Drie ingrediënten van elk model

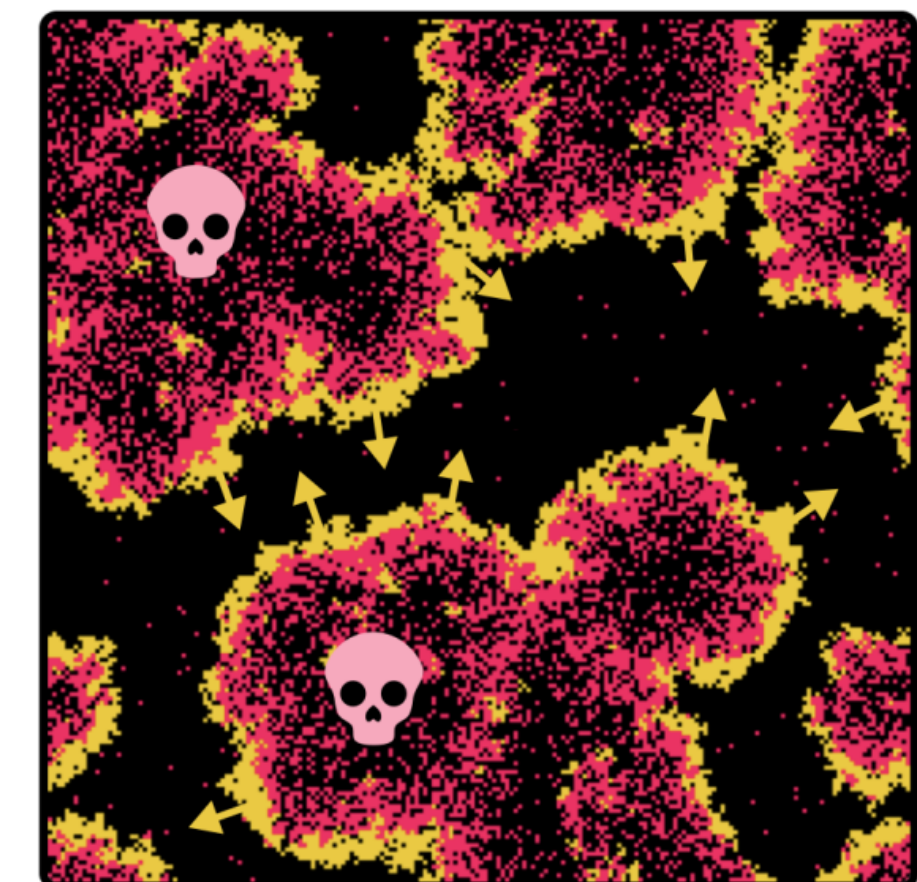
- **Variabelen** (*wat er verandert*, bijvoorbeeld aantal konijnen/roofvogels)
- **Parameters** (**vaste** waarden die bepalen *hoe* verandering plaatsvindt, bijvoorbeeld sterfte-kans van konijnen)
- **Aannames** (**keuzes** die we maken om het model eenvoudig te houden)



Dynamiek van **populaties**



Dynamiek van **concentraties**



■ Predator ■ Prey ■ Empty niche

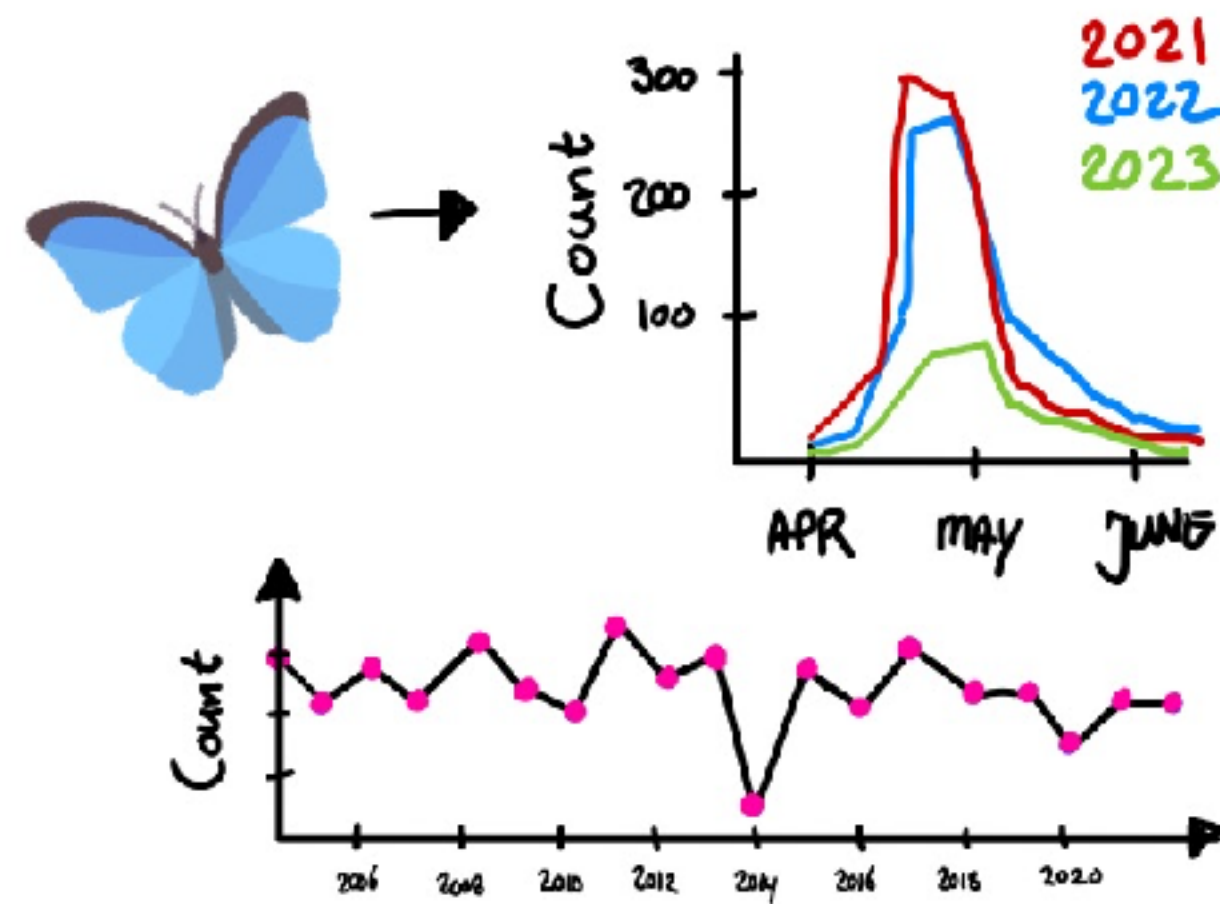
Dynamiek van **patronen**

Stel, ik ga bloed doneren

- **Variabelen ...**
- **Parameters ...**
- **Aannames ...**

Een verschillend model voor verschillende scenarios

A Bedreigde vlindersoort



Variabelen : populatiegrootte (V)

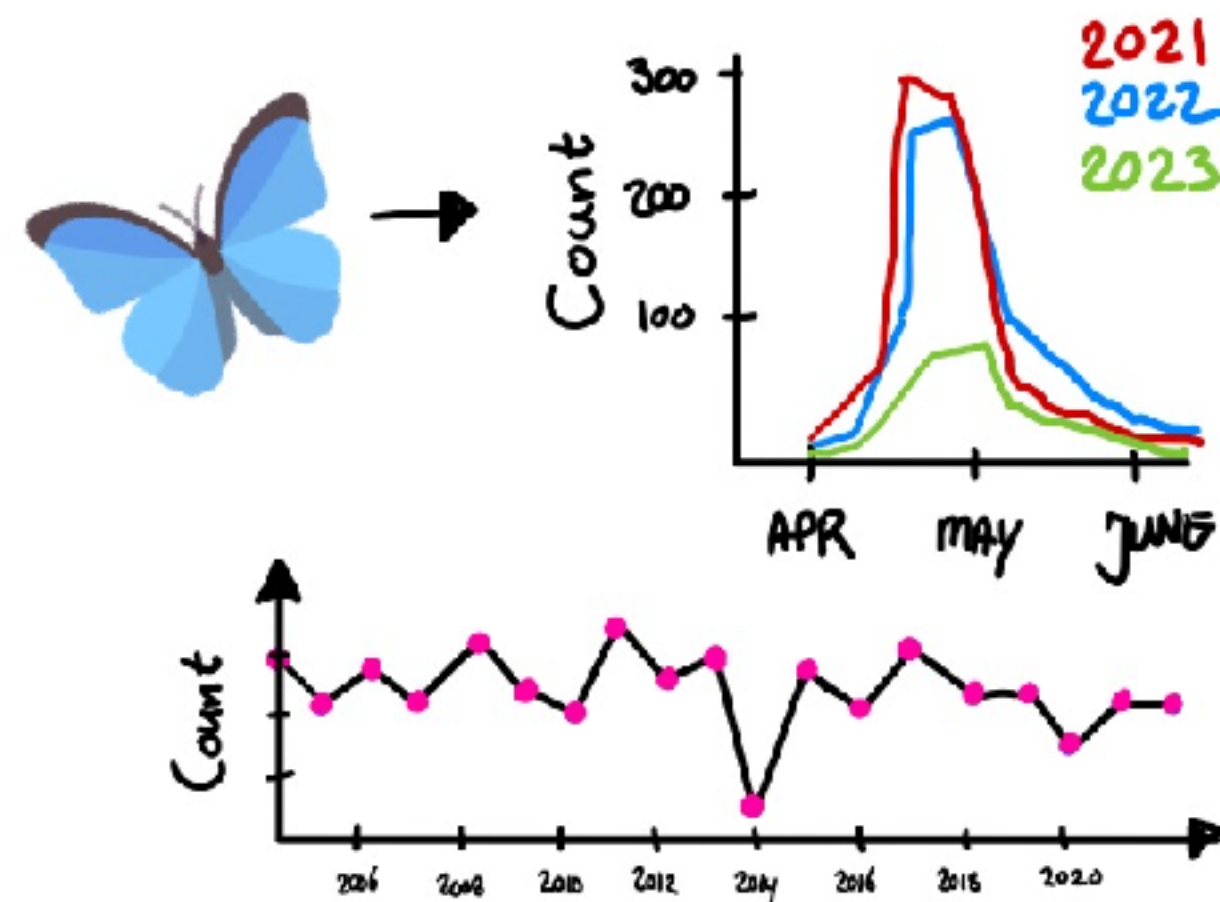
Parameters : groeisnelheid (r)

Aannames :

- elke vlinder is gelijk
- discrete tijdstappen ("jaren")

Een verschillend model voor verschillende scenarios

A Bedreigde vlindersoort



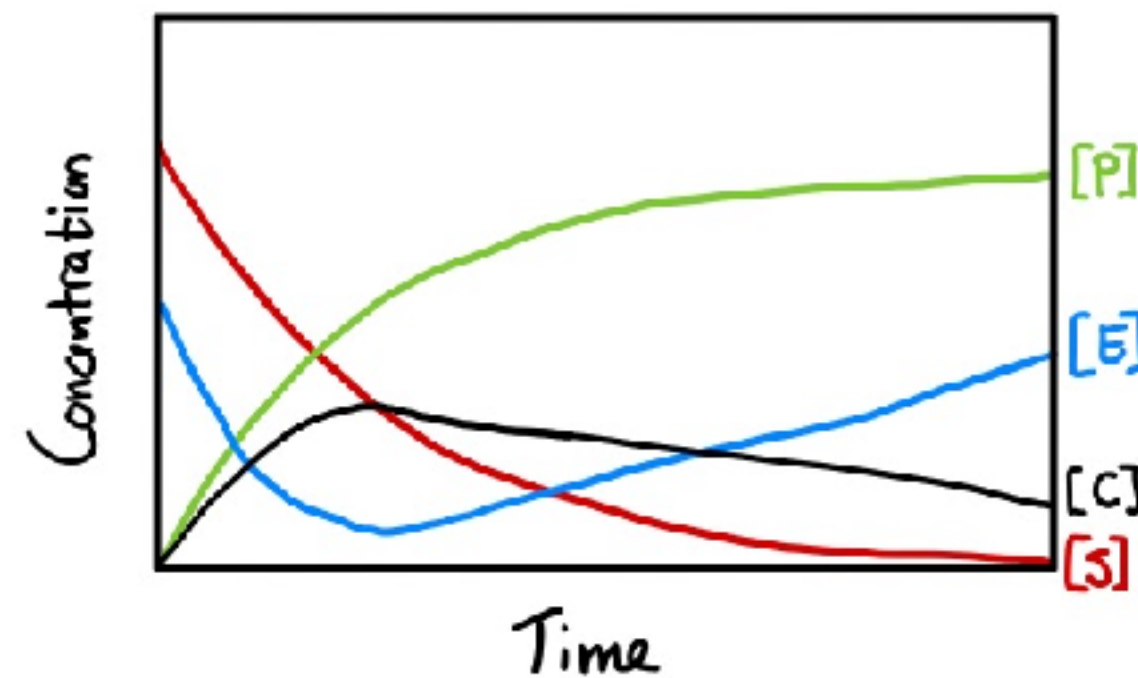
Variabelen : populatiegrootte (V)

Parameters : groeisnelheid (r)

Aannames :

- elke vlinder is gelijk
- discrete tijdstappen ("jaren")

B Enzymatische reacties



Variabelen : concentraties ($[P]$, $[E]$, etc)

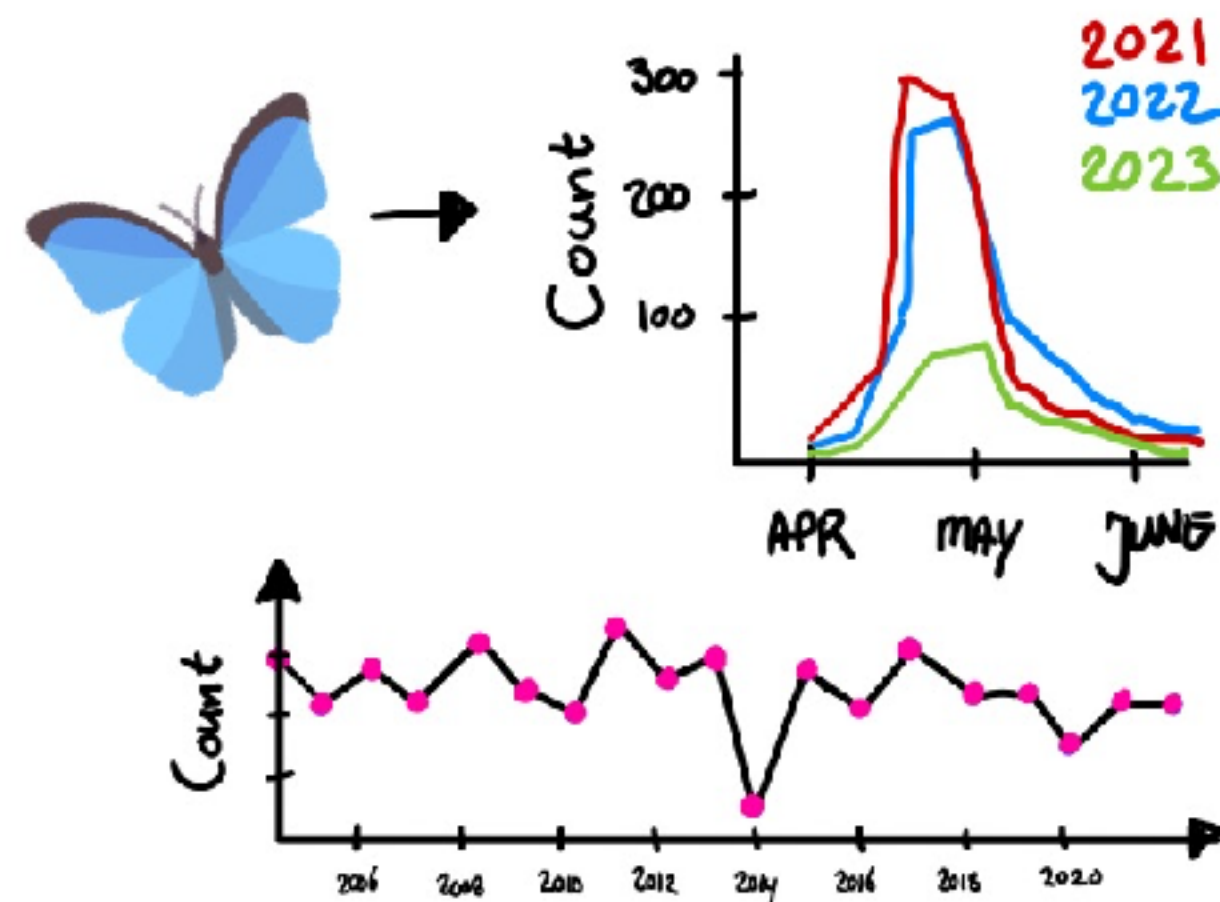
Parameters : reactieconstante (K_{CAT})

Aannames :

- goed gemengd systeem
- oneindig kleine tijdstappen

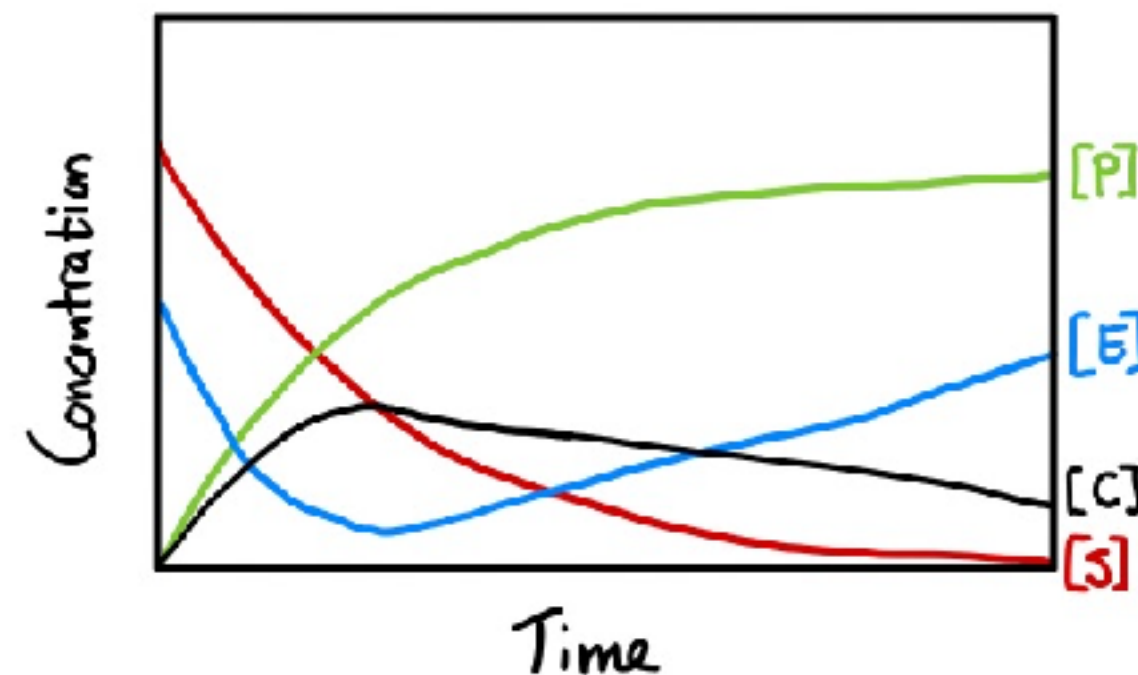
Een verschillend model voor verschillende scenarios

A Bedreigde vlindersoort



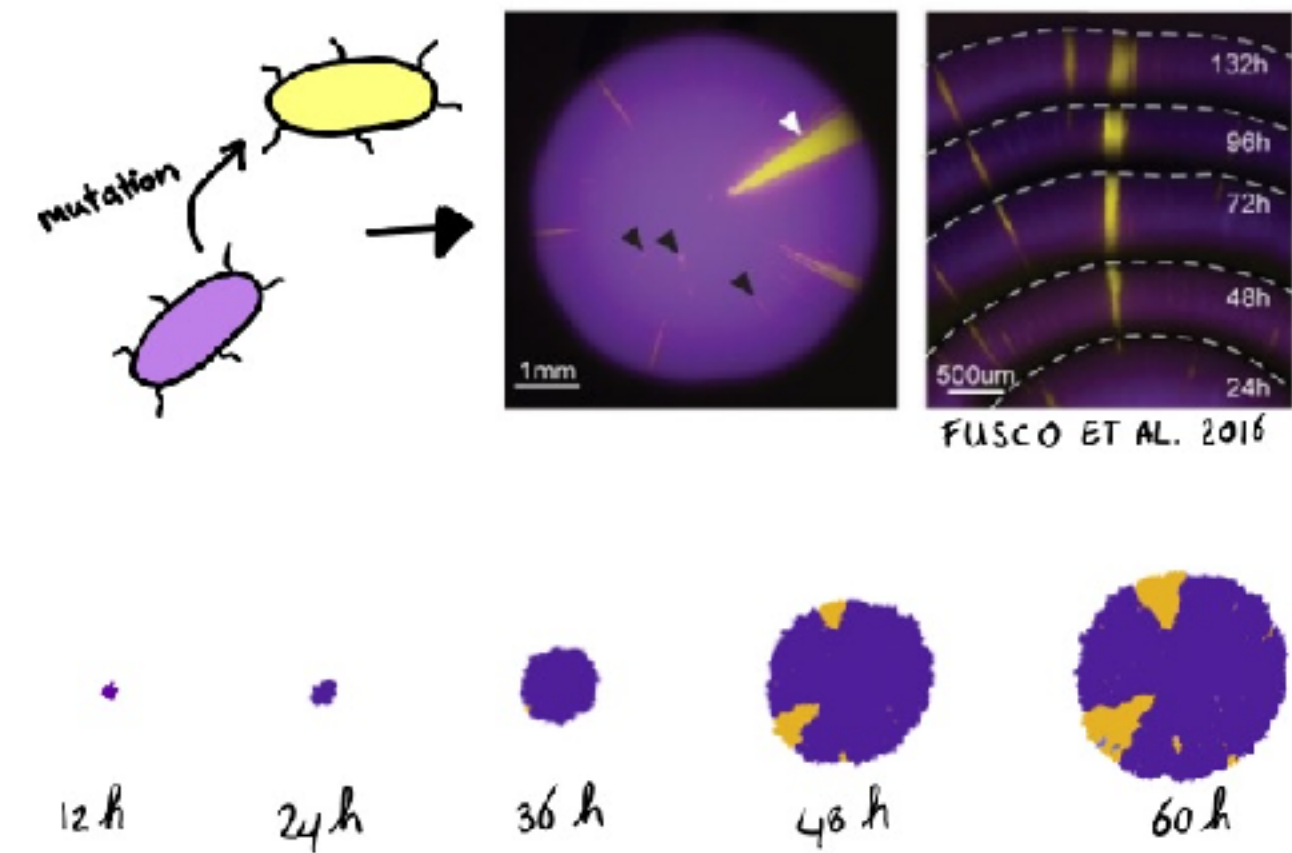
- Variabelen : populatiegrootte (V)
 Parameters : groeisnelheid (r)
 Aannames :
- elke vlinder is gelijk
 - discrete tijdstappen ("jaren")

B Enzymatische reacties



- Variabelen : concentraties ($[P]$, $[E]$, etc)
 Parameters : reactieconstante (K_{CAT})
 Aannames :
- goed gemengd systeem
 - oneindig kleine tijdstappen

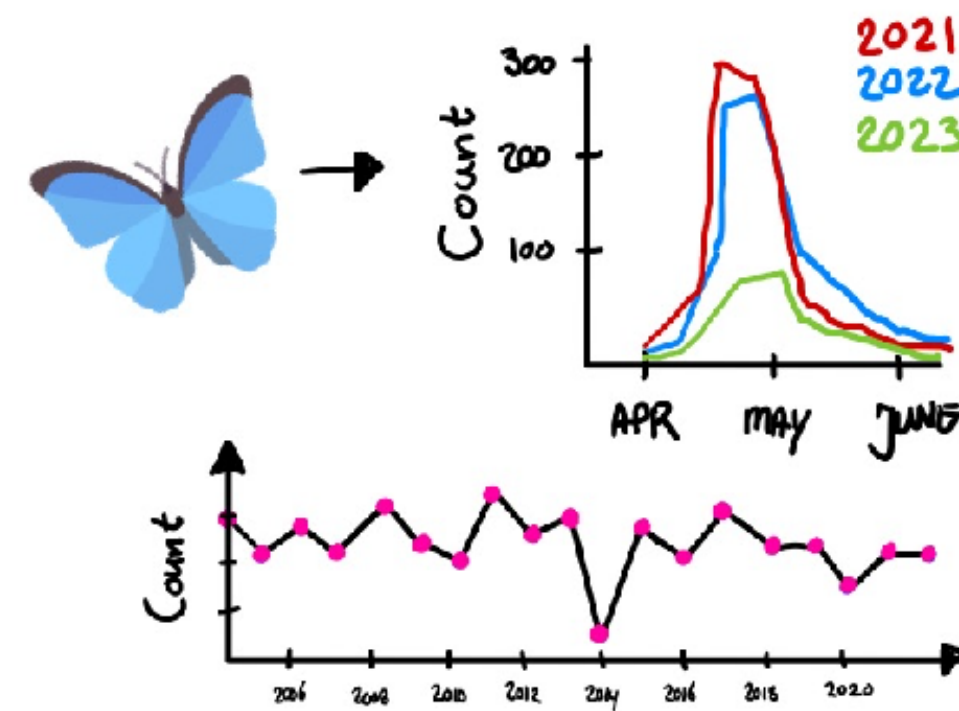
C Bacteriële mutanten op een plaat



- Variabelen : individuele cellen en hun positie
 Parameters : kans op mutaties
 Aannames :
- niet gemengd
 - stochastisch proces

Verschillende modellen voor verschillende scenarios

A Bedreigde vlindersoort



Variabelen : populatiegrootte (V)

Parameters : groeisnelheid (r)

Aannames :

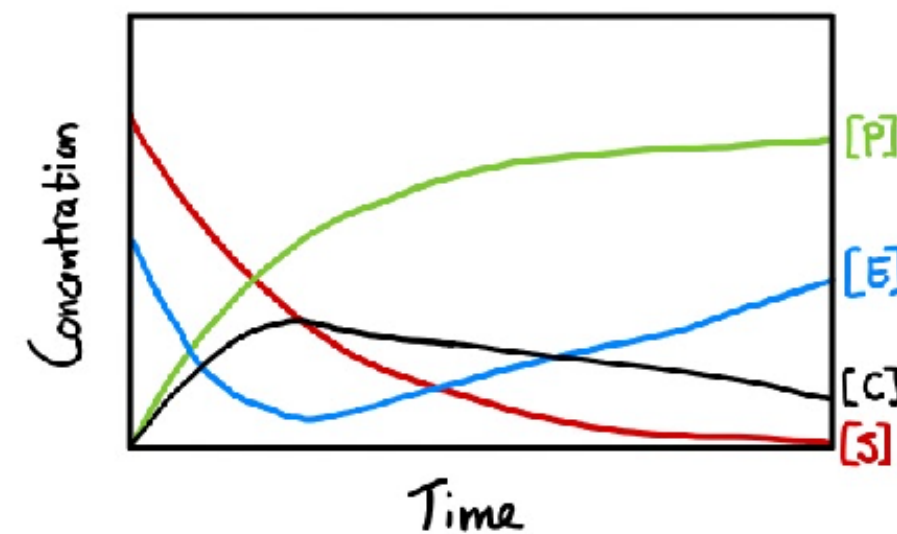
- elke vlinder is gelijk
- discrete tijdstappen ("jaren")



Differentie vergelijking

$$V(t+1) = r V(t) (1 - V(t))$$

B Enzymatische reacties



Variabelen : concentraties ($[P], [E], etc$)

Parameters : reactieconstante (K_{CAT})

Aannames :

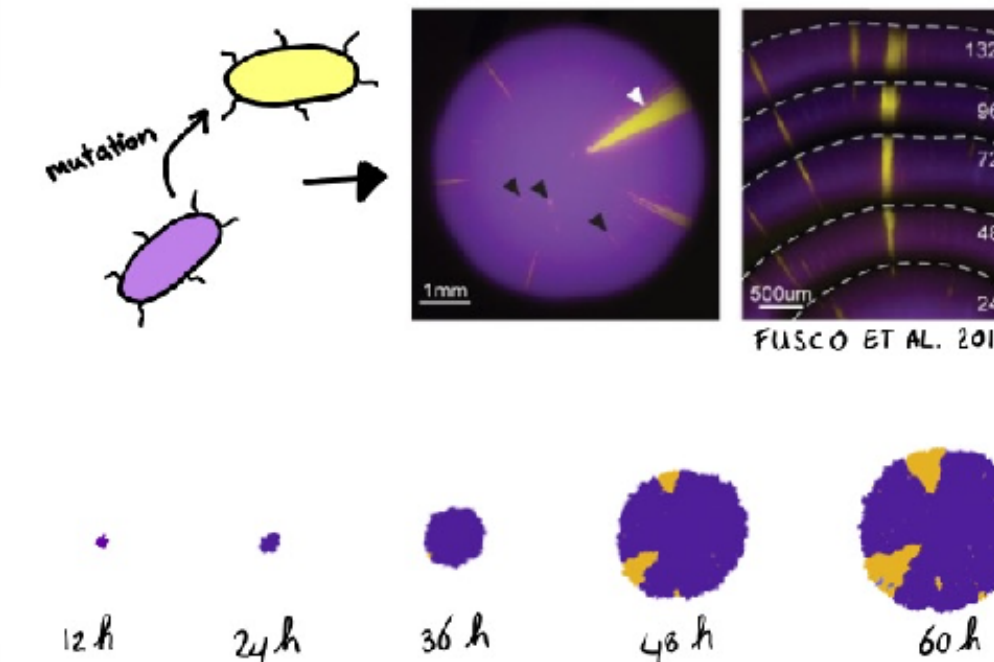
- goed gemengd systeem
- oneindig kleine tijdstappen



Ordinary differential equations

$$\frac{dP}{dt} = C_{ES} \cdot K_{CAT}$$

C Bacteriële mutanten op een plaat



Variabelen : individuele cellen en hun positie

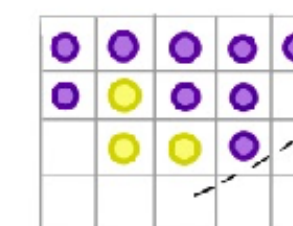
Parameters : kans op mutaties

Aannames :

- niet gemengd
- stochastisch proces



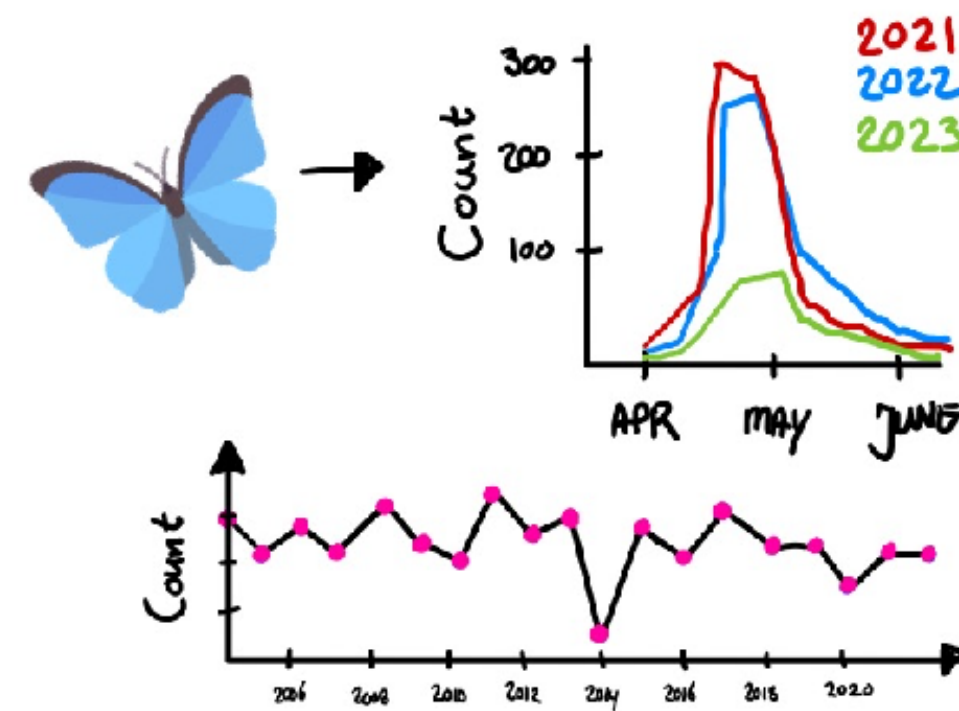
Ruimtelijke modellen



if (spot == empty) {
 neighbours_compete()
}

Verschillende modellen voor verschillende scenarios

A Bedreigde vlindersoort



Variabelen : populatiegrootte (V)

Parameters : groeisnelheid (r)

Aannames :

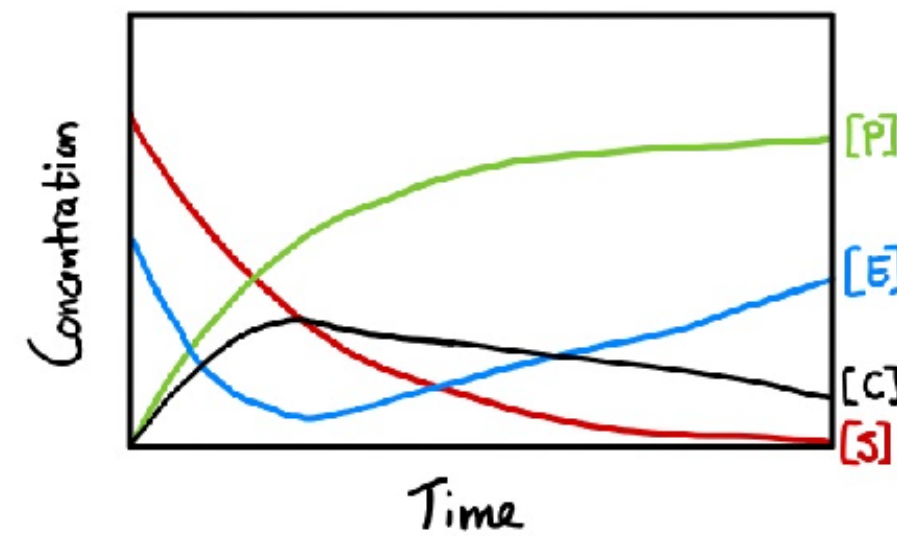
- elke vlinder is gelijk
- discrete tijdstappen ("jaren")



Differentie vergelijking

$$V(t+1) = r V(t) (1 - V(t))$$

B Enzymatische reacties



Variabelen : concentraties ($[P], [E], etc$)

Parameters : reactieconstante (K_{CAT})

Aannames :

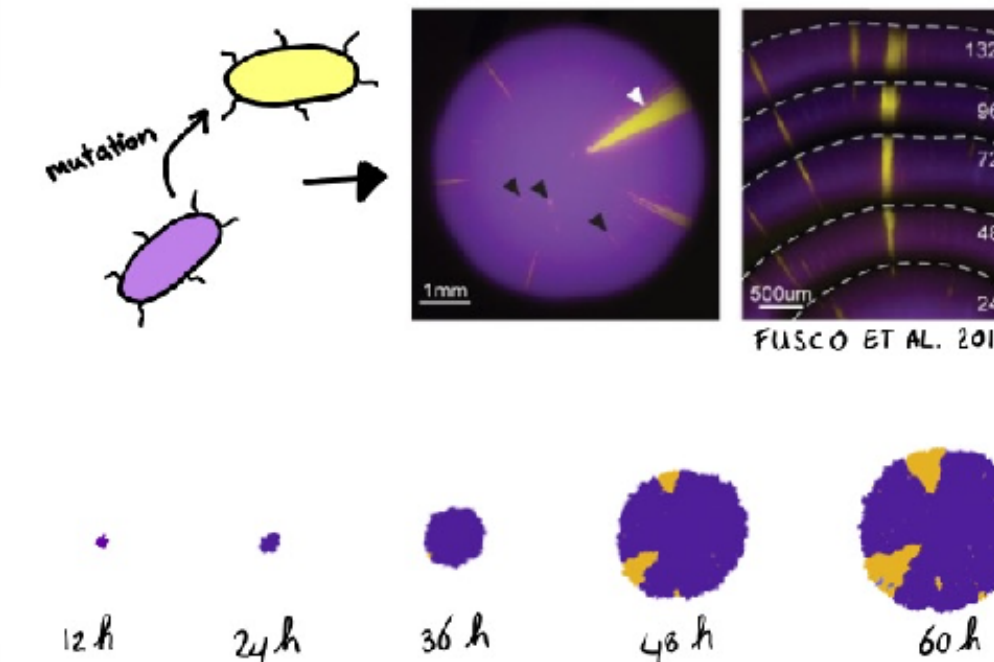
- goed gemengd systeem
- oneindig kleine tijdstappen



Ordinary differential equations

$$\frac{dP}{dt} = C_{ES} \cdot K_{CAT}$$

C Bacteriële mutanten op een plaat



Variabelen : individuele cellen en hun positie

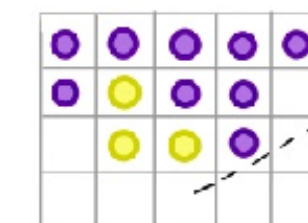
Parameters : kans op mutaties

Aannames :

- niet gemengd
- stochastisch proces



Ruimtelijke modellen

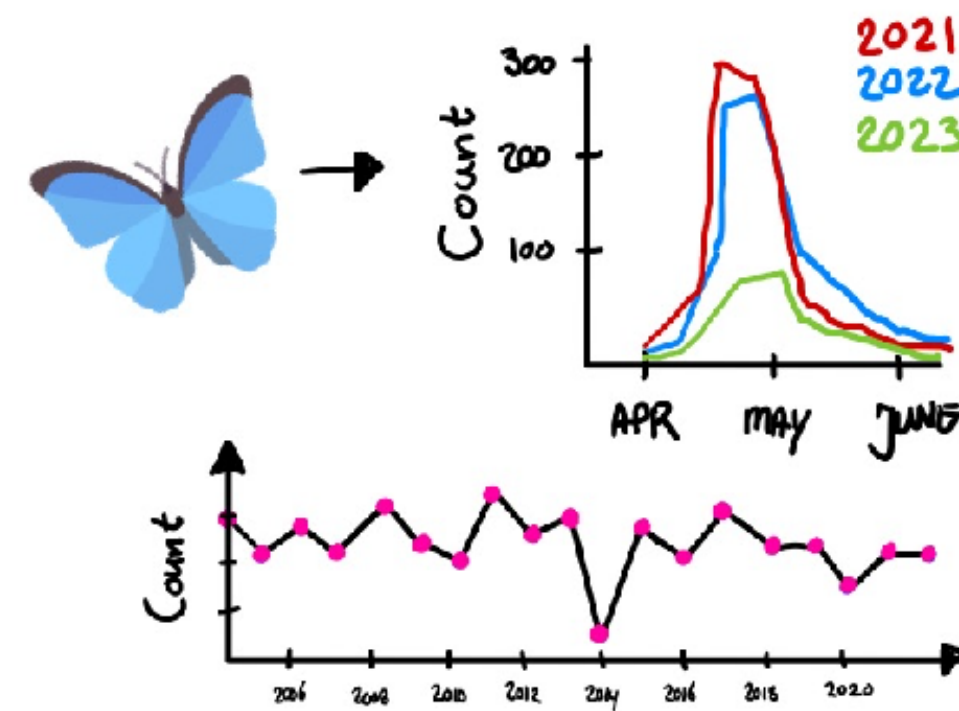


if (spot == empty) {
 neighbours_compete()
}

Geen zorgen, dit zegt jullie inderdaad nog niets ;)

Verschillende modellen voor verschillende scenarios

A Bedreigde vlindersoort



Variabelen : populatiegrootte (V)

Parameters : groeisnelheid (r)

Aannames :

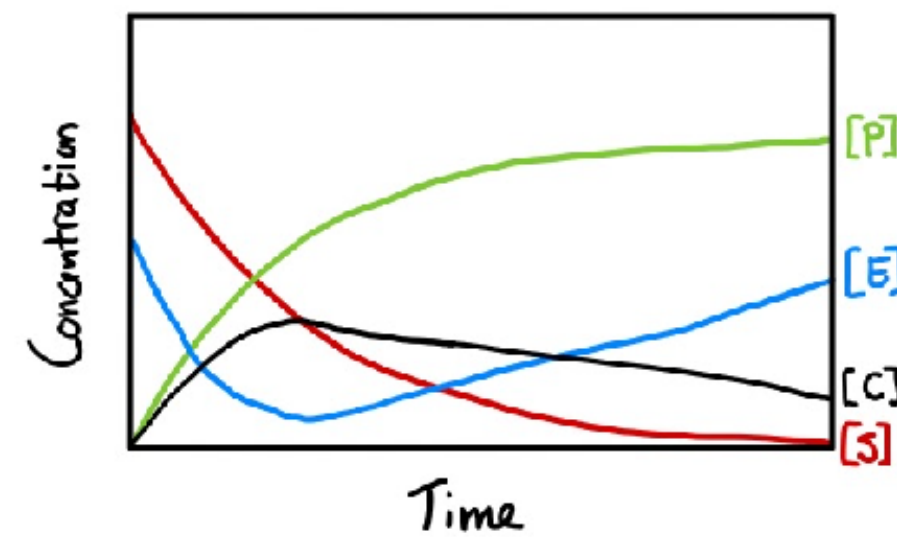
- elke vlinder is gelijk
- discrete tijdstappen ("jaren")



Differentie vergelijking

$$V(t+1) = r V(t) (1 - V(t))$$

B Enzymatische reacties



Variabelen : concentraties ($[P], [E], etc$)

Parameters : reactieconstante (K_{CAT})

Aannames :

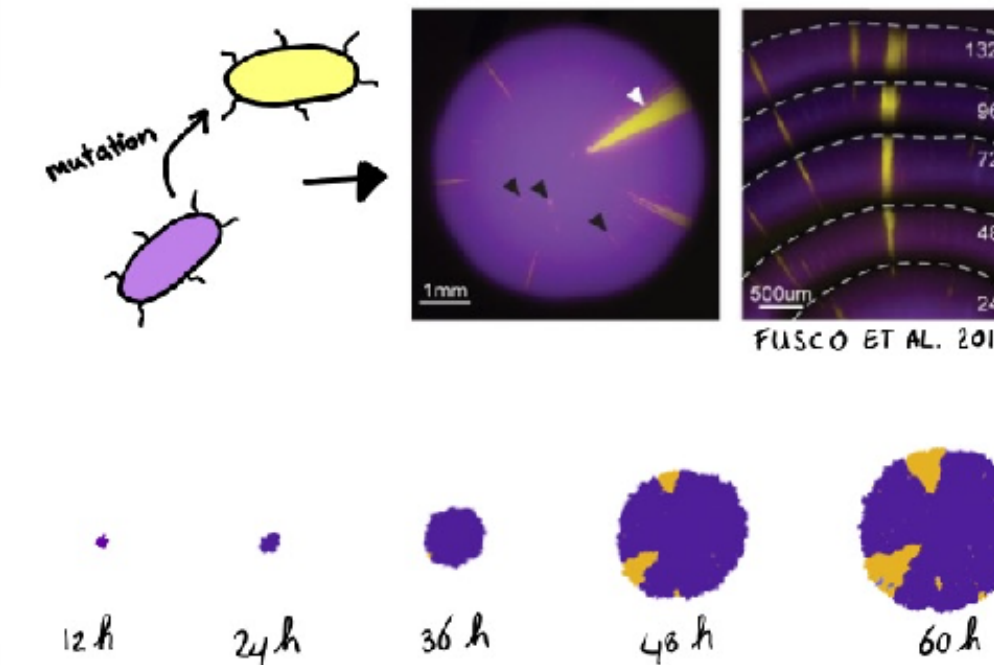
- goed gemengd systeem
- oneindig kleine tijdstappen



Ordinary differential equations

$$\frac{dP}{dt} = C_{ES} \cdot K_{CAT}$$

C Bacteriële mutanten op een plaat



Variabelen : individuele cellen en hun positie

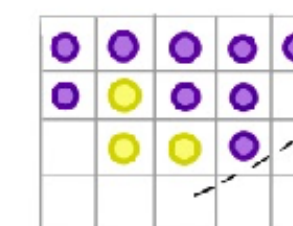
Parameters : kans op mutaties

Aannames :

- niet gemengd
- stochastisch proces



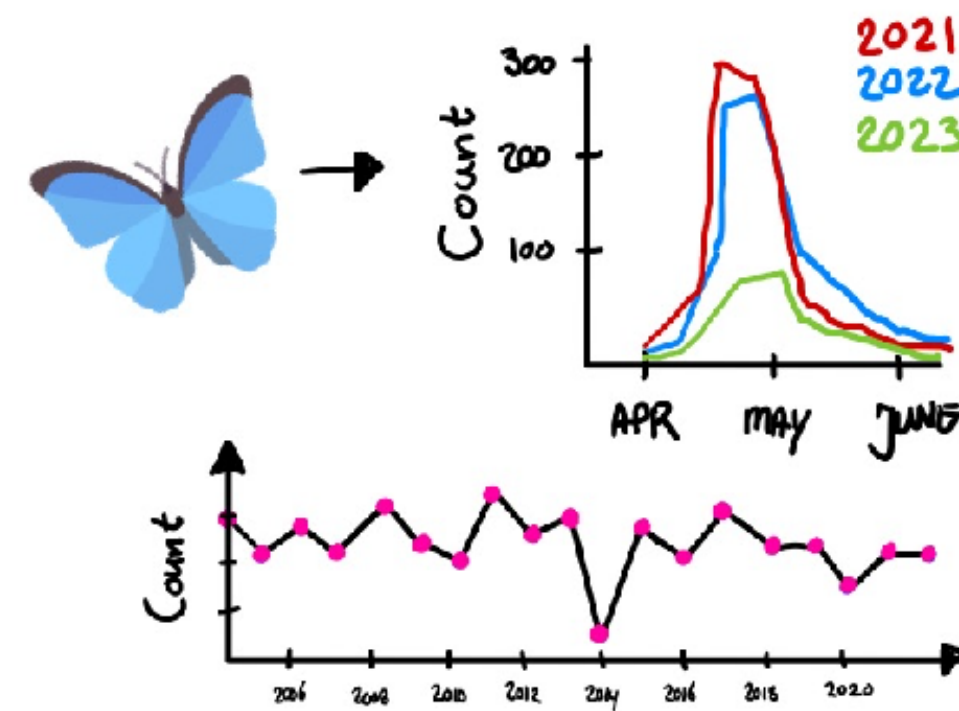
Ruimtelijke modellen



if (spot == empty) {
 neighbours_compete()
}

Verschillende modellen voor verschillende scenarios

A Bedreigde vlindersoort



Variabelen : populatiegrootte (V)
Parameters : groeisnelheid (r)

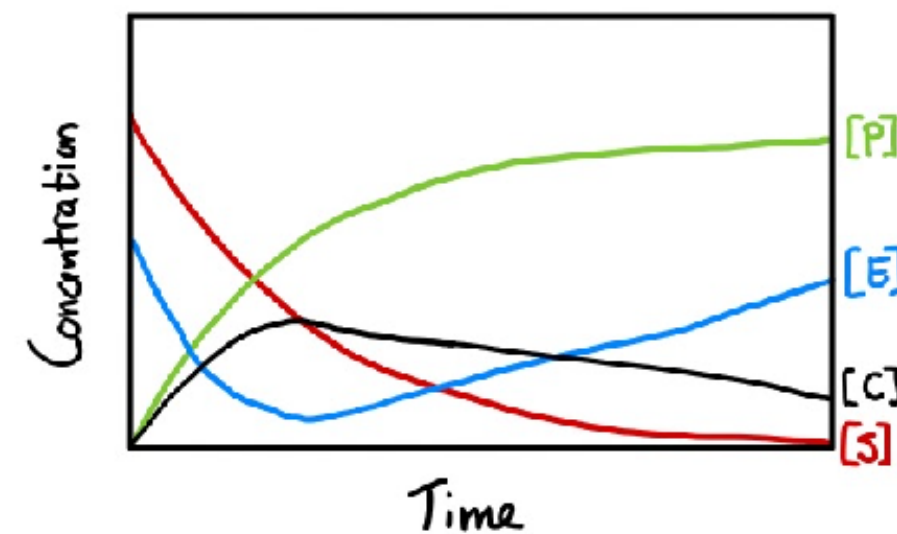
Aannames :

- elke vlinder is gelijk
- discrete tijdstappen ("jaren")

Differentie vergelijking

$$V(t+1) = r V(t) (1 - V(t))$$

B Enzymatische reacties



Variabelen : concentraties ($[P]$, $[E]$, etc)
Parameters : reactieconstante (K_{CAT})

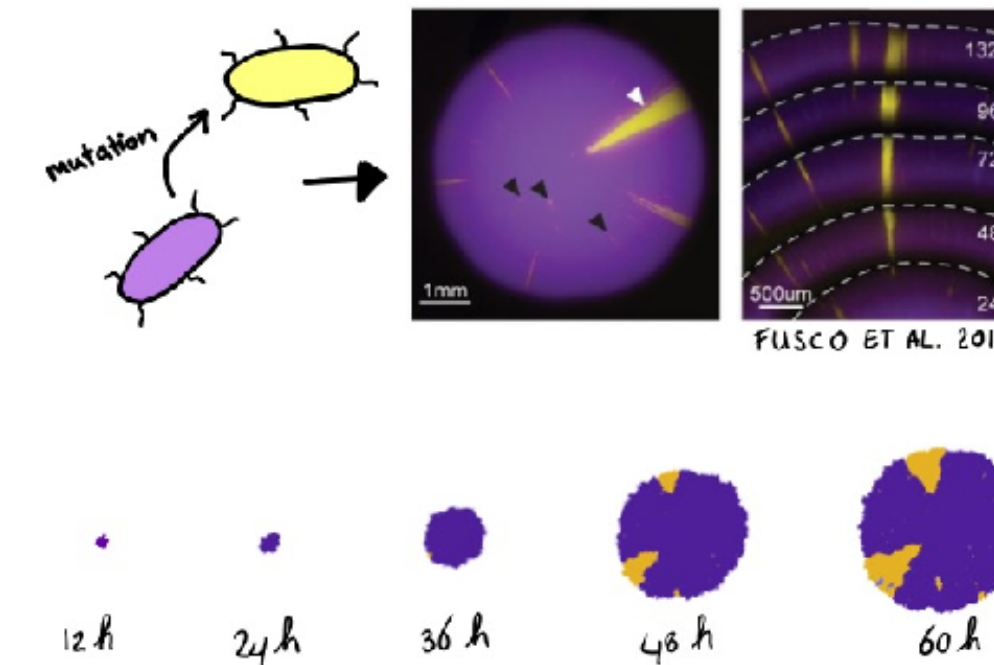
Aannames :

- goed gemengd systeem
- oneindig kleine tijdstappen

Ordinary differential equations

$$\frac{dP}{dt} = C_{ES} \cdot K_{CAT}$$

C Bacteriële mutanten op een plaat

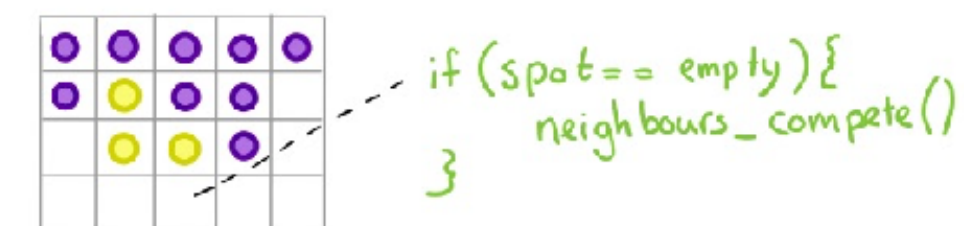


Variabelen : individuele cellen en hun positie
Parameters : kans op mutaties

Aannames :

- niet gemengd
- stochastisch proces

Ruimtelijke modellen



Aannames bepalen welk model geschikt is!

Wanneer is een model “goed”?

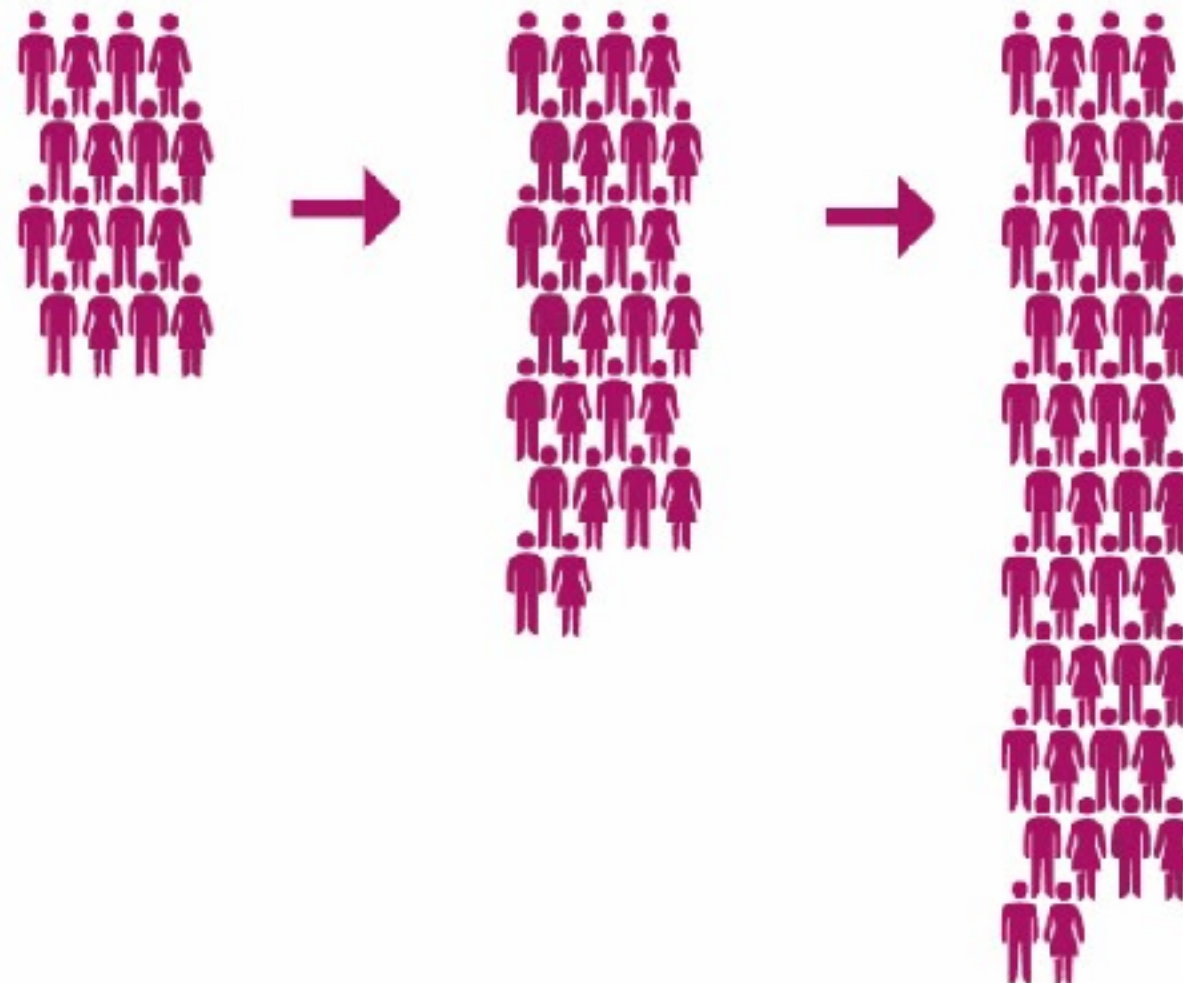
Wanneer is een model “goed”?

Reproductiegetal

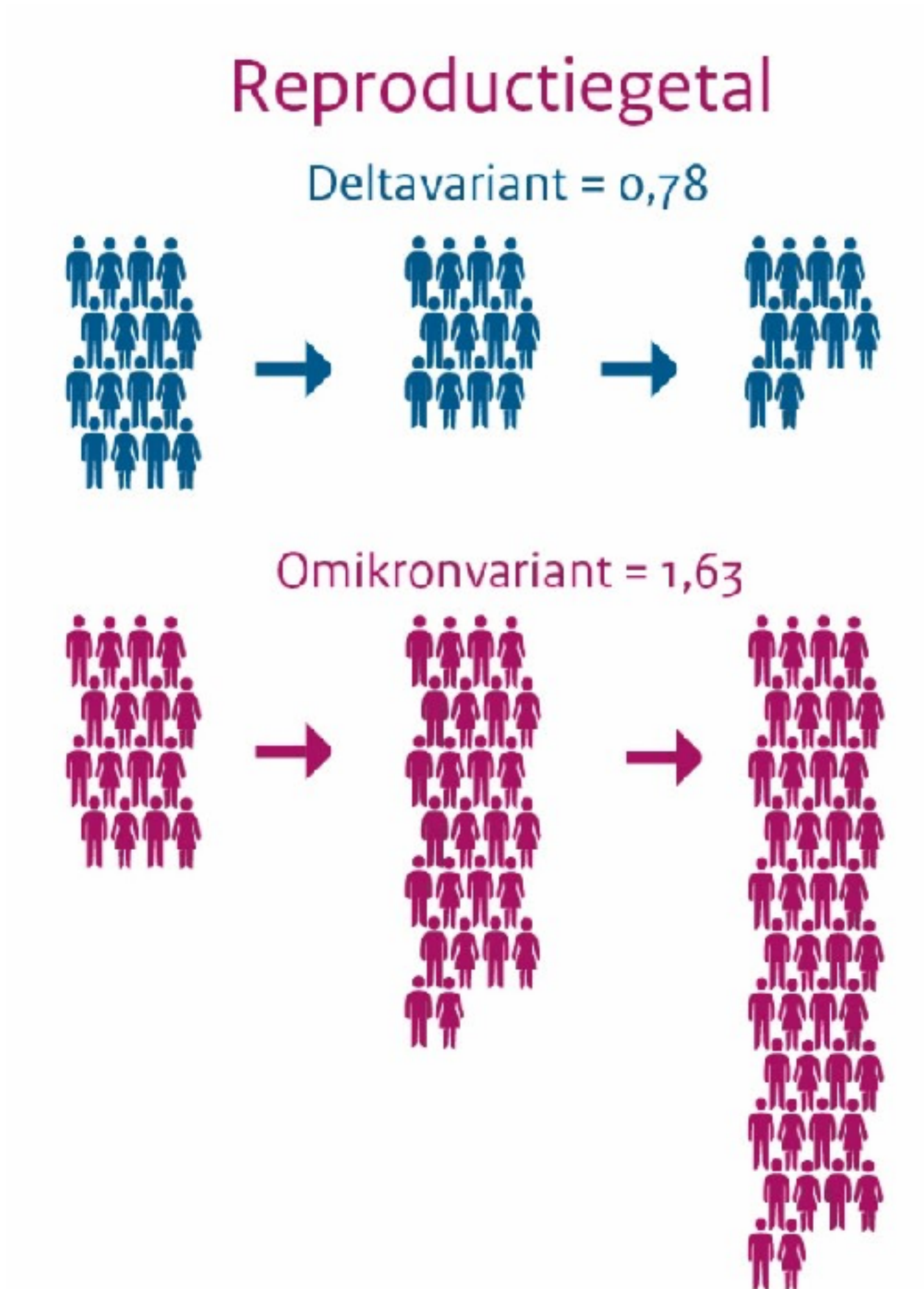
Deltavariant = 0,78



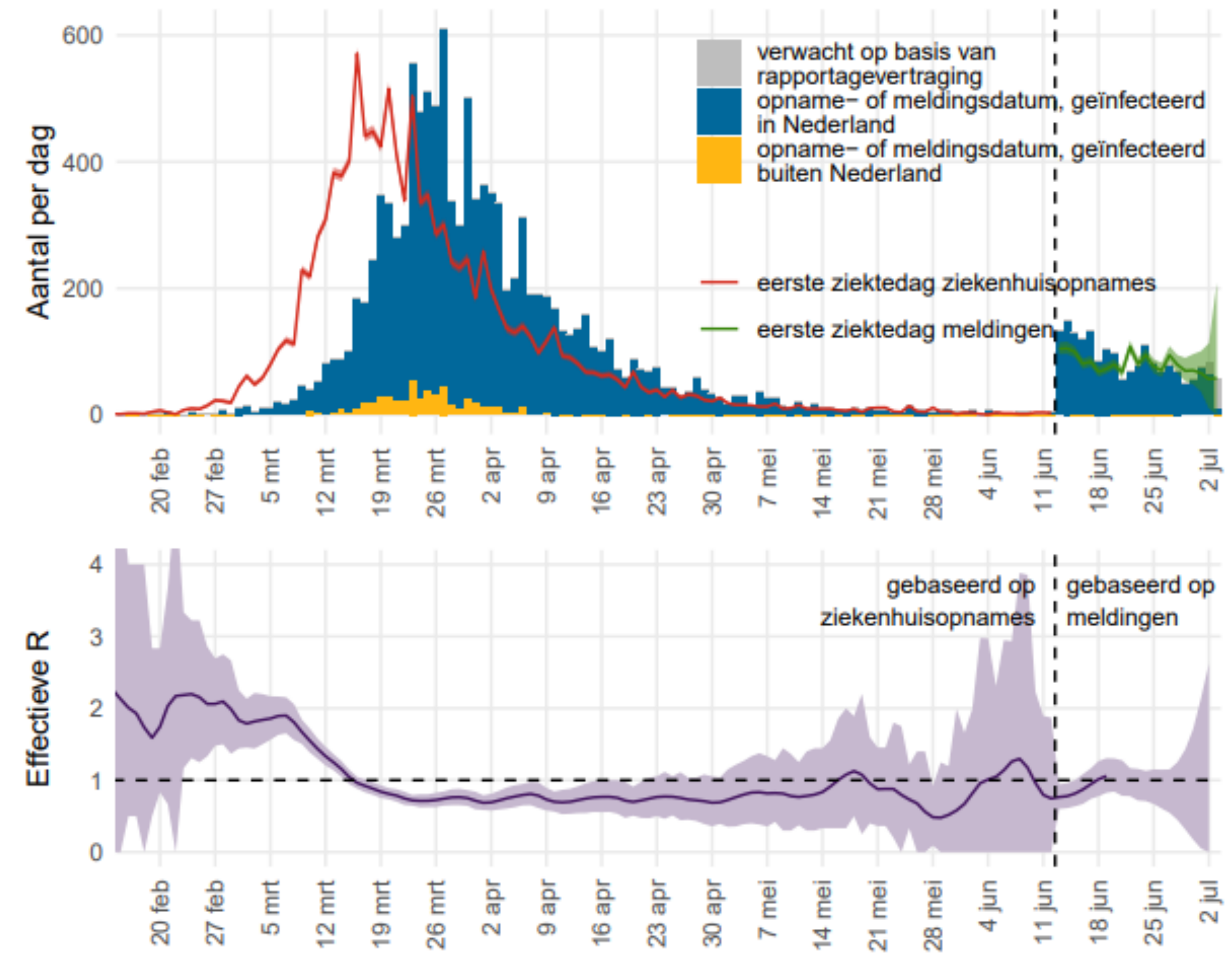
Omikronvariant = 1,63



Wanneer is een model “goed”?



Reproductiegetal van 27 december 2021



Wanneer is een model “goed”?

Wanneer is een model “goed”?

- Een model zal nooit **alles** omschrijven/voorspellen

Wanneer is een model “goed”?

- Een model zal nooit **alles** omschrijven/voorspellen
- Realisme is daarom niet het hoofddoel (en soms niet eens heel belangrijk!)

Wanneer is een model “goed”?

- Een model zal nooit **alles** omschrijven/voorspellen
- Realisme is daarom niet het hoofddoel (en soms niet eens heel belangrijk!)
- Het doel is vaak **voorspellend** en/of **verkennend**

Wanneer is een model “goed”?

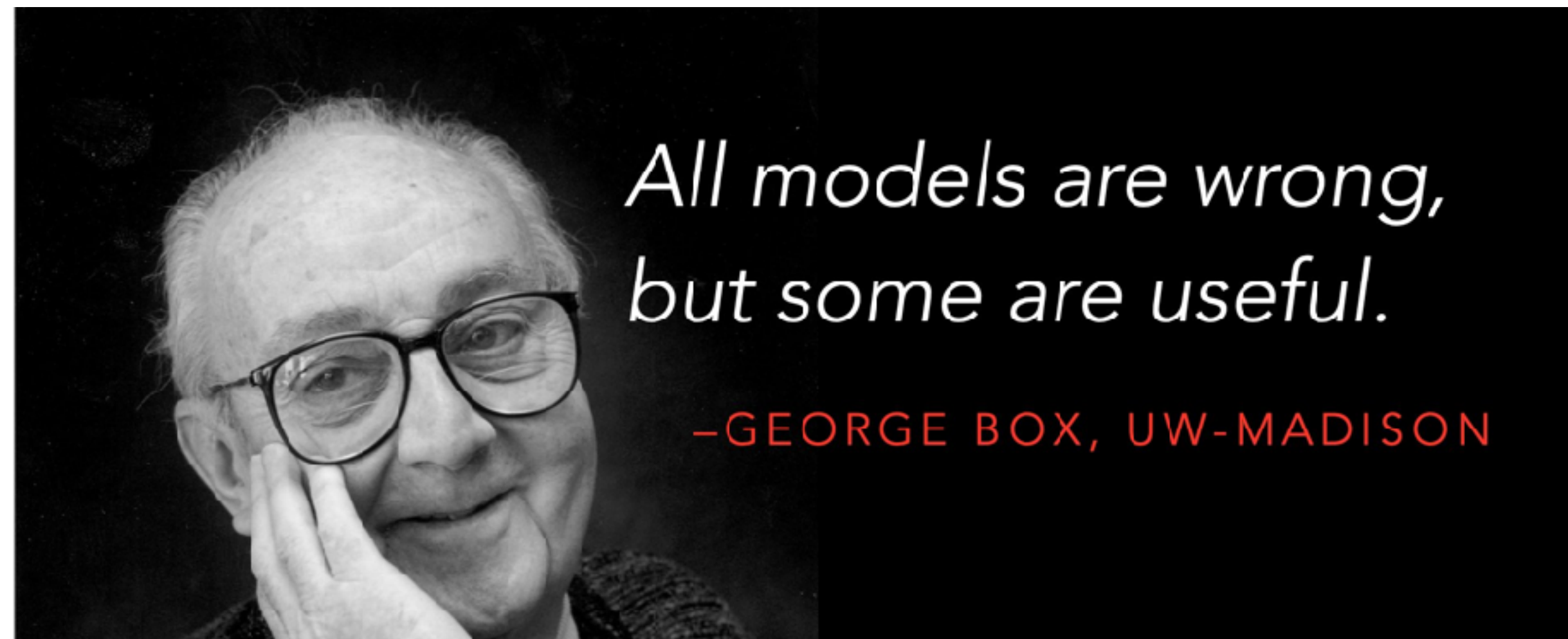
- Een model zal nooit **alles** omschrijven/voorspellen
- Realisme is daarom niet het hoofddoel (en soms niet eens heel belangrijk!)
- Het doel is vaak **voorspellend** en/of **verkennend**
- Voorspellen: je wil dat het model **voorspellingen** verbeteren

Wanneer is een model “goed”?

- Een model zal nooit **alles** omschrijven/voorspellen
- Realisme is daarom niet het hoofddoel (en soms niet eens heel belangrijk!)
- Het doel is vaak **voorspellend** en/of **verkennend**
- Voorspellen: je wil dat het model **voorspellingen** verbeteren
- Verkennend: je wil dat je nieuwe **inzichten** verkrijgt

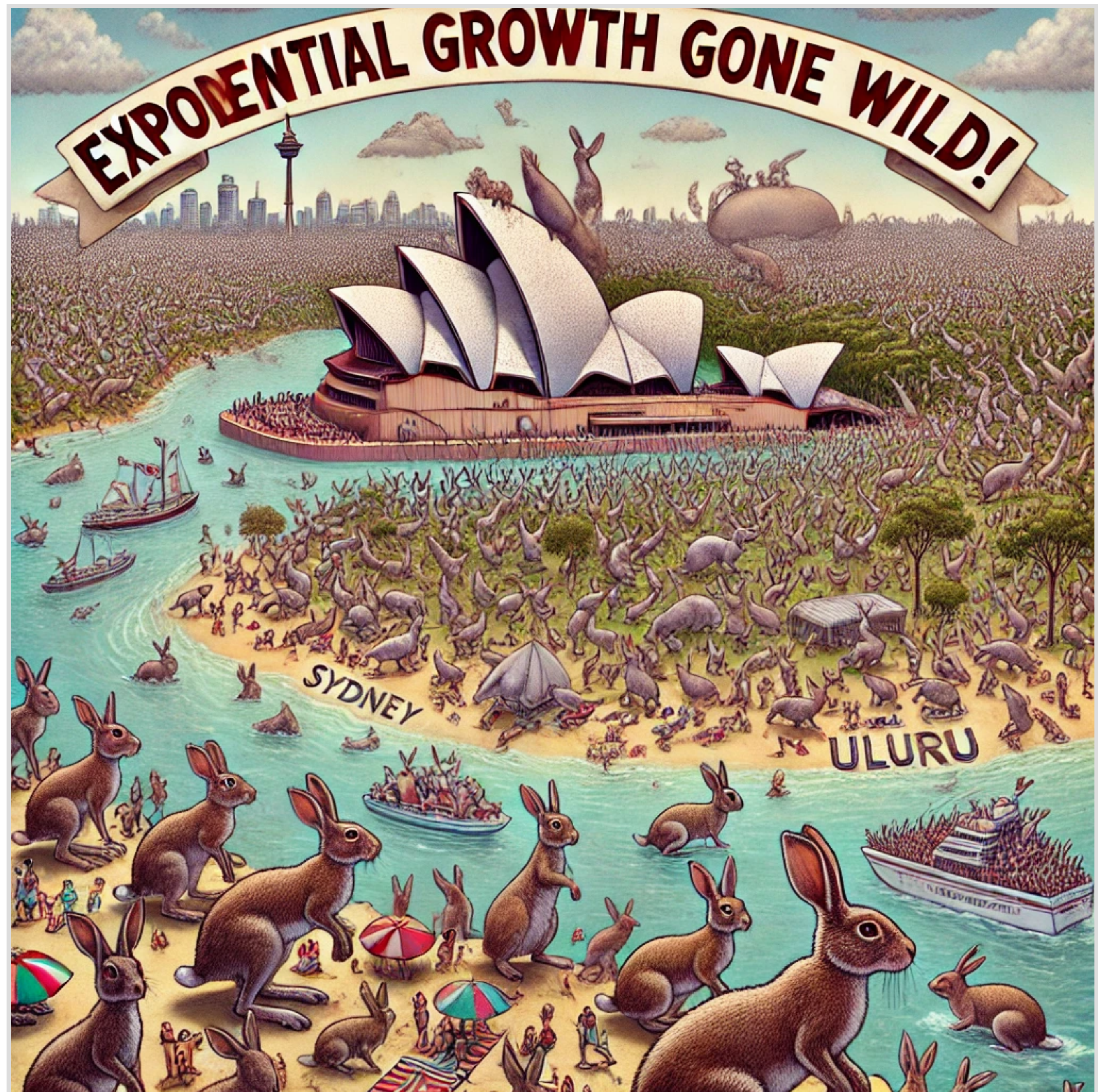
Wanneer is een model “goed”?

- Een model zal nooit **alles** omschrijven/voorspellen
- Realisme is daarom niet het hoofddoel (en soms niet eens heel belangrijk!)
- Het doel is vaak **voorspellend** en/of **verkennend**
- Voorspellen: je wil dat het model **voorspellingen** verbeteren
- Verkennend: je wil dat je nieuwe **inzichten** verkrijgt



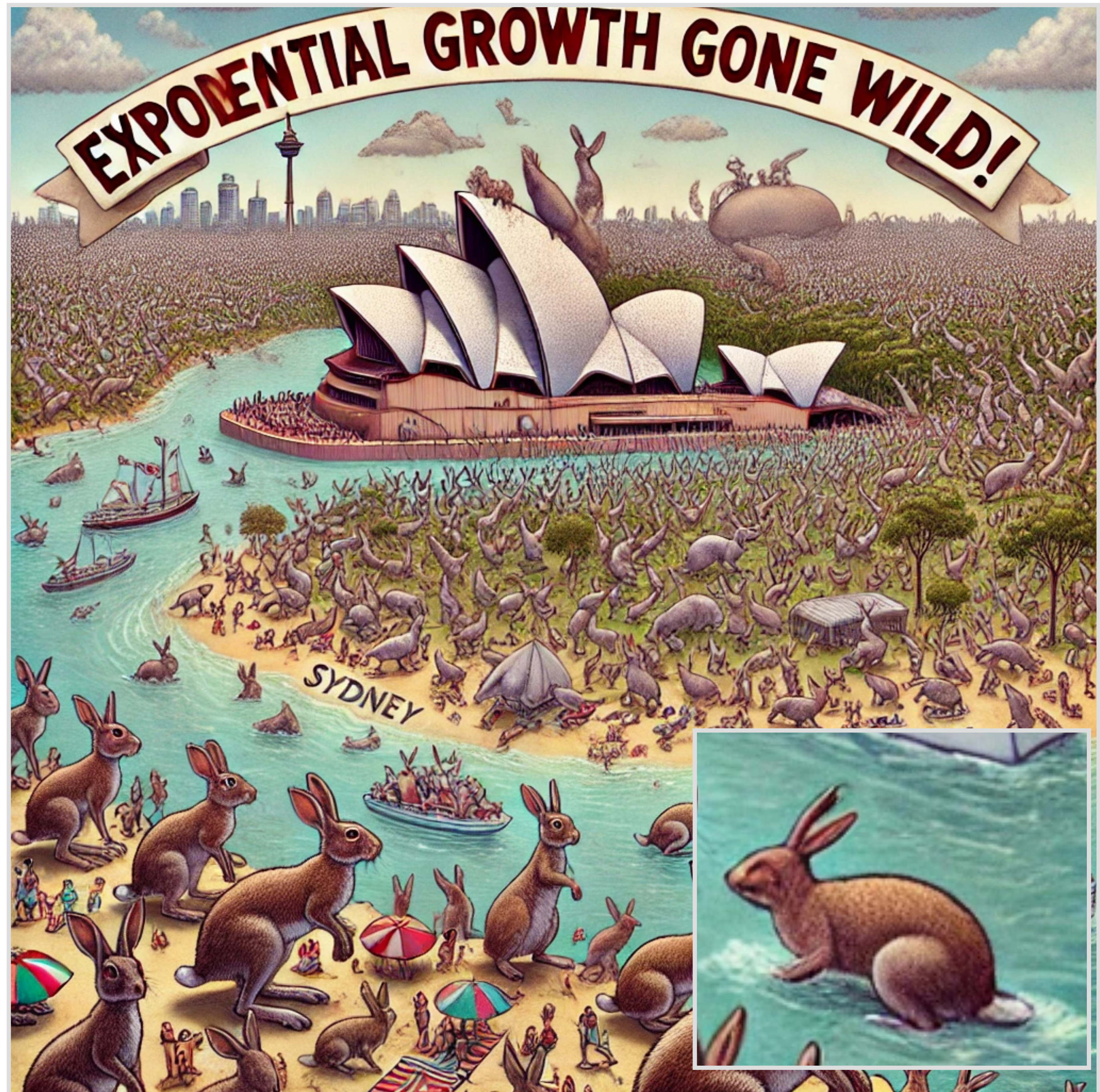
10 Exponentiële groei

Bram van Dijk (hij/hem)



10 Exponentiële groei

Bram van Dijk (hij/hem)



Papier opvouwen



Papier opvouwen

Volgens **mythbusters** kan het niet, maar... laten we toch een vel A4 papier honderd keer opvouwen.



Papier opvouwen

Volgens **mythbusters** kan het niet, maar... laten we toch een vel A4 papier honderd keer opvouwen.

➡ Aannames:

➡ Variabele:

➡ Parameters:



Is de stapel papier...?

Is de stapel papier...?

...groter dan Bram?

Is de stapel papier...?

...groter dan Bram?

...groter dan de Dom toren? (~ 115meter)

Is de stapel papier...?

...groter dan Bram?

...groter dan de Dom toren? (~ 115meter)

...groter dan een Maastricht-Leeuwarden (322 km)?

Is de stapel papier...?

...groter dan Bram?

...groter dan de Dom toren? (~ 115meter)

...groter dan een Maastricht-Leeuwarden (322 km)?

...groter dan Europa?

Is de stapel papier...?

...groter dan Bram?

...groter dan de Dom toren? (~ 115meter)

...groter dan een Maastricht-Leeuwarden (322 km)?

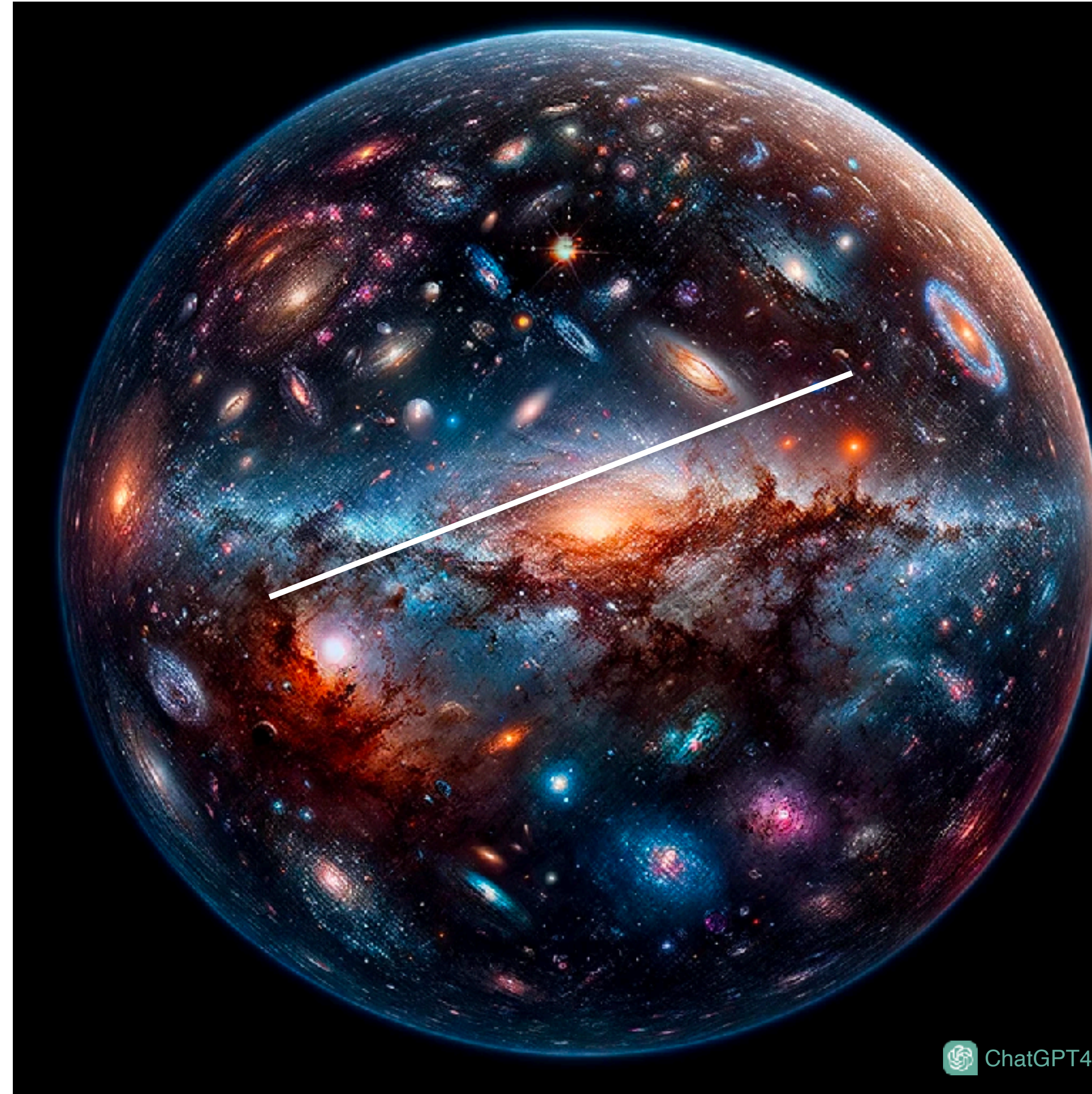
...groter dan Europa?

...groter dan de Aarde?

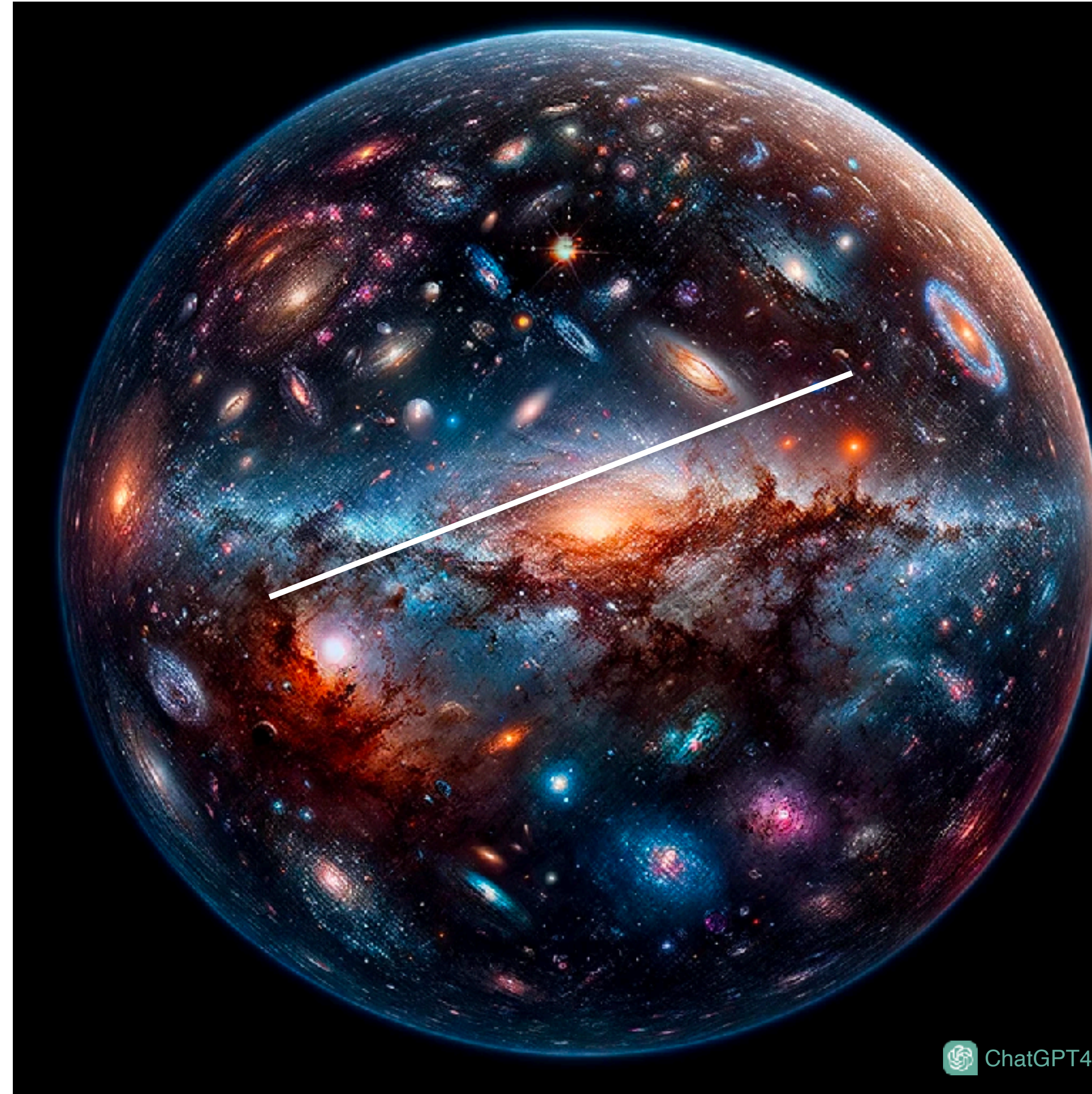
Papier opvouwen



Papier opvouwen



Papier opvouwen

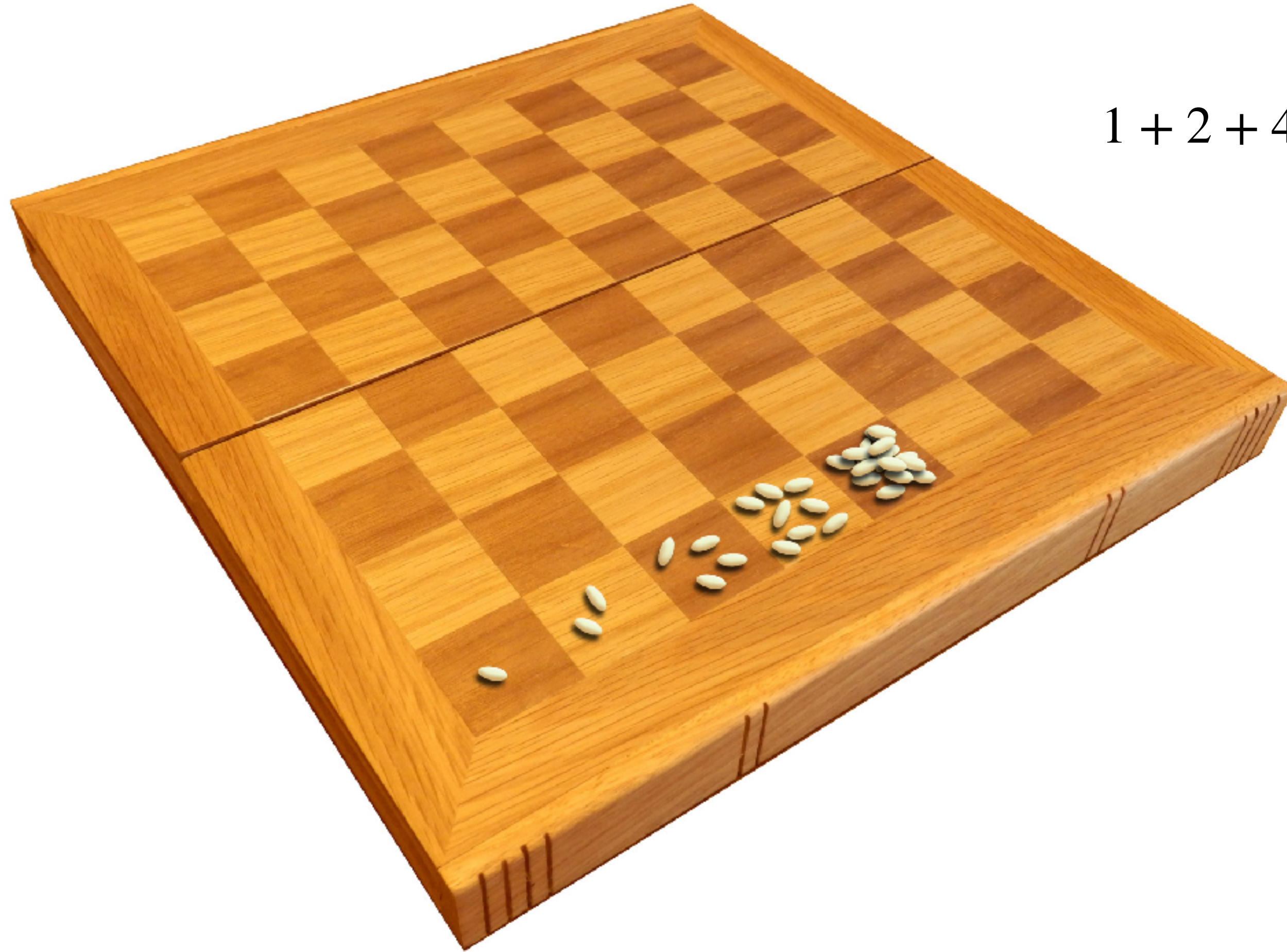


- Miljarden lichtjaren...

Rijst op een schaakbord



Rijst op een schaakbord



$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$$

Rijst op een schaakbord



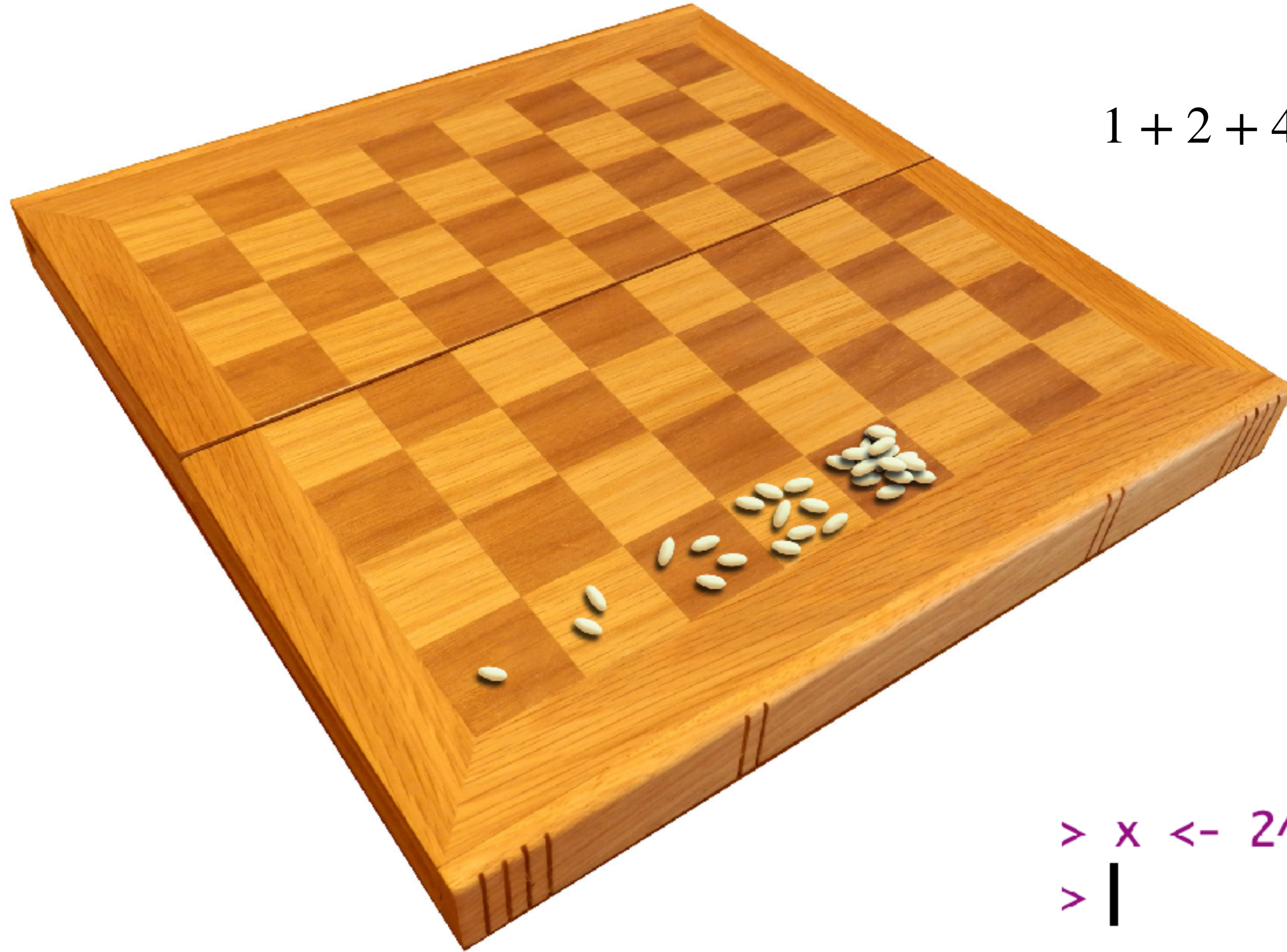
$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$$

R

```
2^64 - 1
```

```
[1] 1.844674e+19
```


Rijst op een schaakbord



$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$$

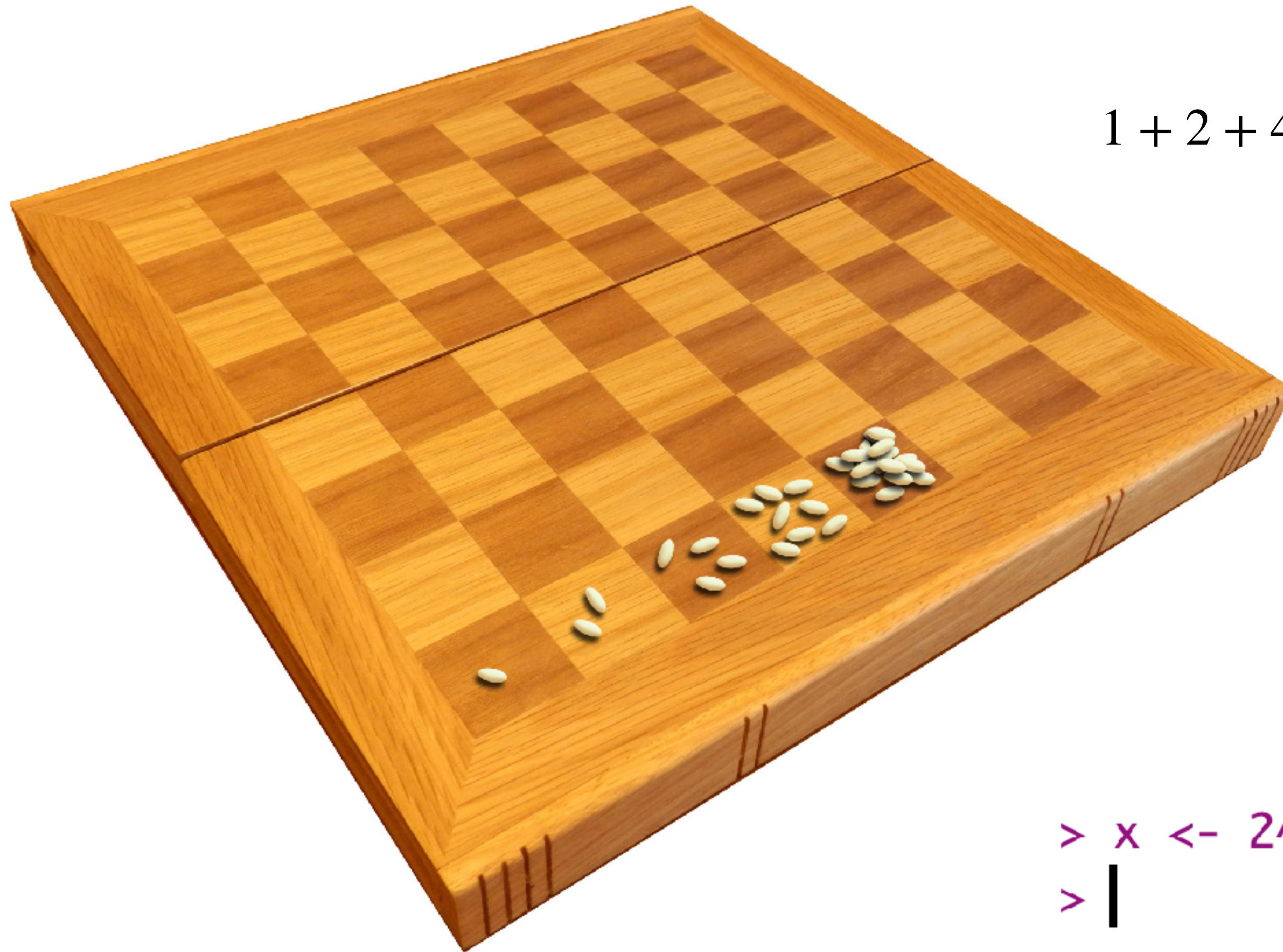
R

```
2^64 - 1
```

```
[1] 1.844674e+19
```

```
> x <- 2^64
> |
```


Rijst op een schaakbord



$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$$



```
2^64 - 1
```

```
[1] 1.844674e+19
```

```
> x <- 2^64
> |
```

Environment	History	Connections	Tutorial
Import Dataset 58 MiB List			
R Global Environment			
vers...	TRUE		
vrij...	FALSE		
wegi...	num [1:4]	0.2 0.35 0.35 0.1	
x	18446744073709551616		

Dynamisch model van rijst op een schaakbord

(laten we stellen dat elk hokje 1 'tijdstep' is)



$$R(t + 1) = 2 \cdot R(t)$$

Dit heet een differentievergelijking

Image from [wikipedia.org](https://www.wikipedia.org)

Niet te verwarren met de differentiaalvergelijking, waar we in het volgende hoofdstuk over gaan leren!

Hoeveelheid rijst simuleren met R

Hoeveelheid rijst simuleren met R

```
rijst <- 1 # Een enkele waarde is standaard een lijst van 1 lang
```


Hoeveelheid rijst simuleren met R

```
rijst <- 1 # Een enkele waarde is standaard een lijst van 1 lang  
rijst[1:9] # Rijst is dus al een lijst! De rijstlijst 🎉.
```

Hoeveelheid rijst simuleren met R

```
rijst <- 1 # Een enkele waarde is standaard een lijst van 1 lang
```

```
rijst[1:9] # Rijst is dus al een lijst! De rijstlijst 🎉.
```

```
rijstlijst =
```


Hoeveelheid rijst simuleren met R

```
rijst <- 1 # Een enkele waarde is standaard een lijst van 1 lang  
rijst[1:9] # Rijst is dus al een lijst! De rijstlijst 🎉.
```

```
rijstlijst =
```


1	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
---	----	----	----	----	----	----	----	----

Hoeveelheid rijst simuleren met R

```
rijst <- 1 # Een enkele waarde is standaard een lijst van 1 lang  
rijst[1:9] # Rijst is dus al een lijst! De rijstlijst 🎉.
```

rijstlijst =

1	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
---	----	----	----	----	----	----	----	----




Hoeveelheid rijst simuleren met R

```
rijst <- 1 # Een enkele waarde is standaard een lijst van 1 lang
rijst[1:9] # Rijst is dus al een lijst! De rijstlijst 🎉.
```

rijstlijst =

1	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
---	----	----	----	----	----	----	----	----


 $R(t + 1) = 2 \cdot R(t)$

Hoeveelheid rijst simuleren met R

```
rijst <- 1 # Een enkele waarde is standaard een lijst van 1 lang
rijst[1:9] # Rijst is dus al een lijst! De rijstlijst 🎉.
```

rijstlijst =

1	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
---	----	----	----	----	----	----	----	----

$$R(t + 1) = 2 \cdot R(t)$$

rijstlijst =

1	2	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
---	---	----	----	----	----	----	----	----

$$R(t + 1) = 2 \cdot R(t)$$

De rijst-lijst verlengen

De rijst-lijst verlengen

```
rijst <- 1 # Een waarde 1 toekennen.
```


De rijst-lijst verlengen

```
rijst <- 1 # Een waarde 1 toekennen.  
rijst[2] <- rijst[1]*2
```

De rijst-lijst verlengen

```
rijst <- 1 # Een waarde 1 toekennen.  
rijst[2] <- rijst[1]*2  
rijst[3] <- rijst[2]*2
```


De rijst-lijst verlengen

```
rijst <- 1 # Een waarde 1 toekennen.  
rijst[2] <- rijst[1]*2  
rijst[3] <- rijst[2]*2  
rijst[4] <- rijst[3]*2
```

De rijst-lijst verlengen

```
rijst <- 1 # Een waarde 1 toekennen.  
rijst[2] <- rijst[1]*2  
rijst[3] <- rijst[2]*2  
rijst[4] <- rijst[3]*2  
rijst[5] <- rijst[4]*2
```


De rijst-lijst verlengen

```
rijst <- 1 # Een waarde 1 toekennen.
```

```
rijst[2] <- rijst[1]*2
```

```
rijst[3] <- rijst[2]*2
```


```
rijst[4] <- rijst[3]*2
```

```
rijst[5] <- rijst[4]*2
```

```
...
```

De rijst-lijst verlengen

```
rijst <- 1 # Een waarde 1 toekennen.  
rijst[2] <- rijst[1]*2  
rijst[3] <- rijst[2]*2  
rijst[4] <- rijst[3]*2  
rijst[5] <- rijst[4]*2  
...
```

Hier is een patroon... →  R Studio®

Exponentiële groei

Groei waarbij toename evenredig is (en blijft!) aan de eigen omvang

Exponentiële groei

Groei waarbij toename evenredig is (en blijft!) aan de eigen omvang

Exponentiële groei en “snelle groei” zijn dus niet synoniemen!

Exponentiële groei

Groei waarbij toename evenredig is (en blijft!) aan de eigen omvang

Exponentiële groei en “snelle groei” zijn dus niet synoniemen!

Groei is altijd exponentieel als het percentage groei constant is!

(dus ook als dat 0.00001% is, ookal ziet dat er bijna recht uit op een lineaire schaal!)

Exponentiële groei

Groei waarbij toename evenredig is (en blijft!) aan de eigen omvang

Exponentiële groei en “snelle groei” zijn dus niet synoniemen!

Groei is altijd exponentieel als het percentage groei constant is!

(dus ook als dat 0.00001% is, ookal ziet dat er bijna recht uit op een lineaire schaal!)

Soms ziet groei er exponentieel uit (helling grafiek neemt toe), maar is die dat niet (helling grafiek neemt **niet evenredig** toe!)

Tijd voor biologie: knijnen

Thomas Austin hield van jagen...



Tijd voor biologie: knijnen

Knijnen in een differentievergelijking

$$R(t + 1) = 2 \cdot R(t)$$

Tijd voor biologie: knijnen

Knijnen in een differentievergelijking

$$R(t + 1) = 2 \cdot R(t)$$

$$N(t + 1) = 2 \cdot N(t)$$

Tijd voor biologie: knijnen

Knijnen in een differentievergelijking

$$R(t + 1) = 2 \cdot R(t)$$

$$N(t + 1) = 2 \cdot N(t)$$

$$N(t + 1) = r \cdot N(t)$$

Tijd voor biologie: knijnen

Knijnen in een differentievergelijking

$$R(t + 1) = 2 \cdot R(t)$$

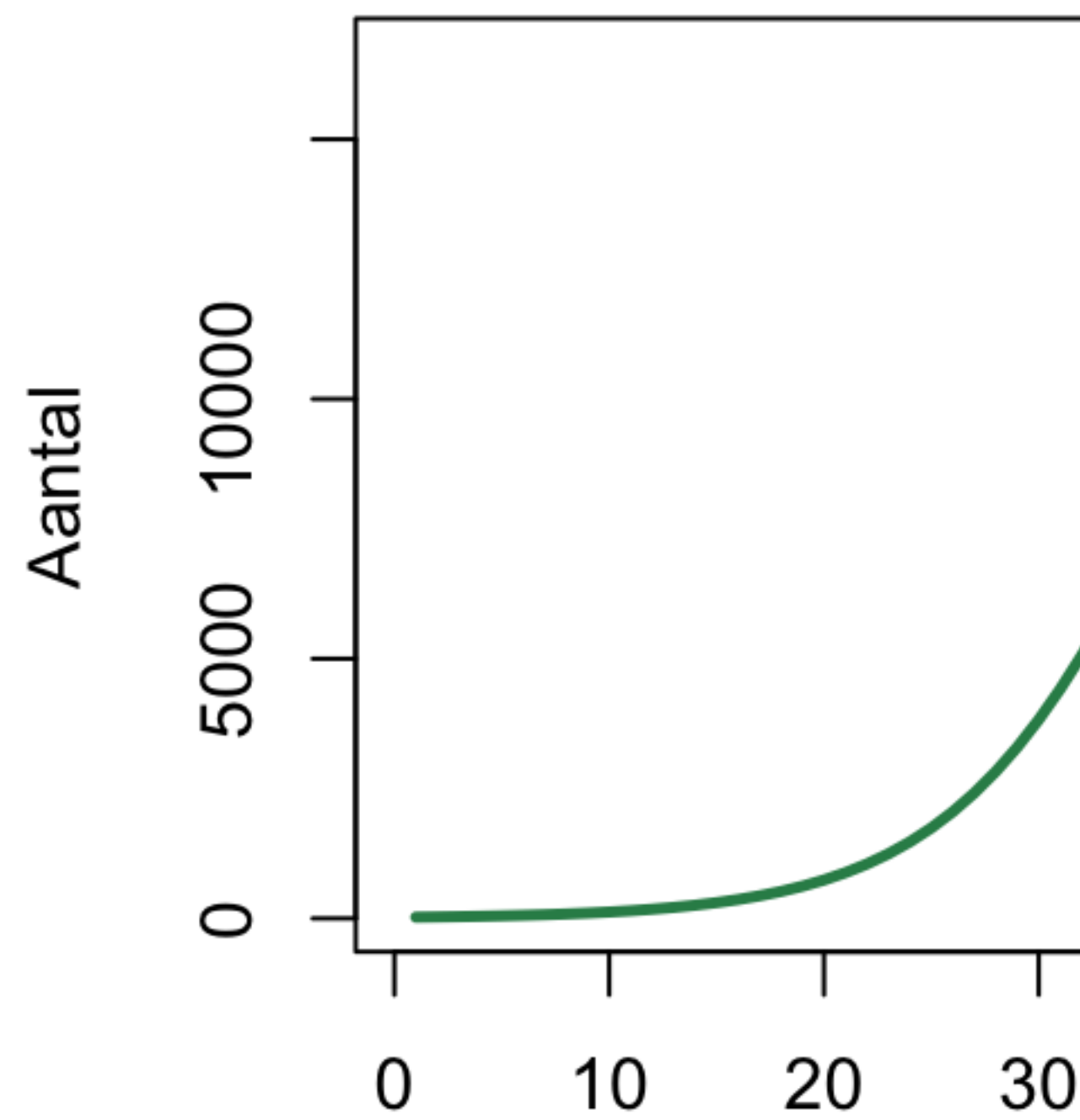
$$N(t + 1) = 2 \cdot N(t)$$

$$N(t + 1) = r \cdot N(t)$$



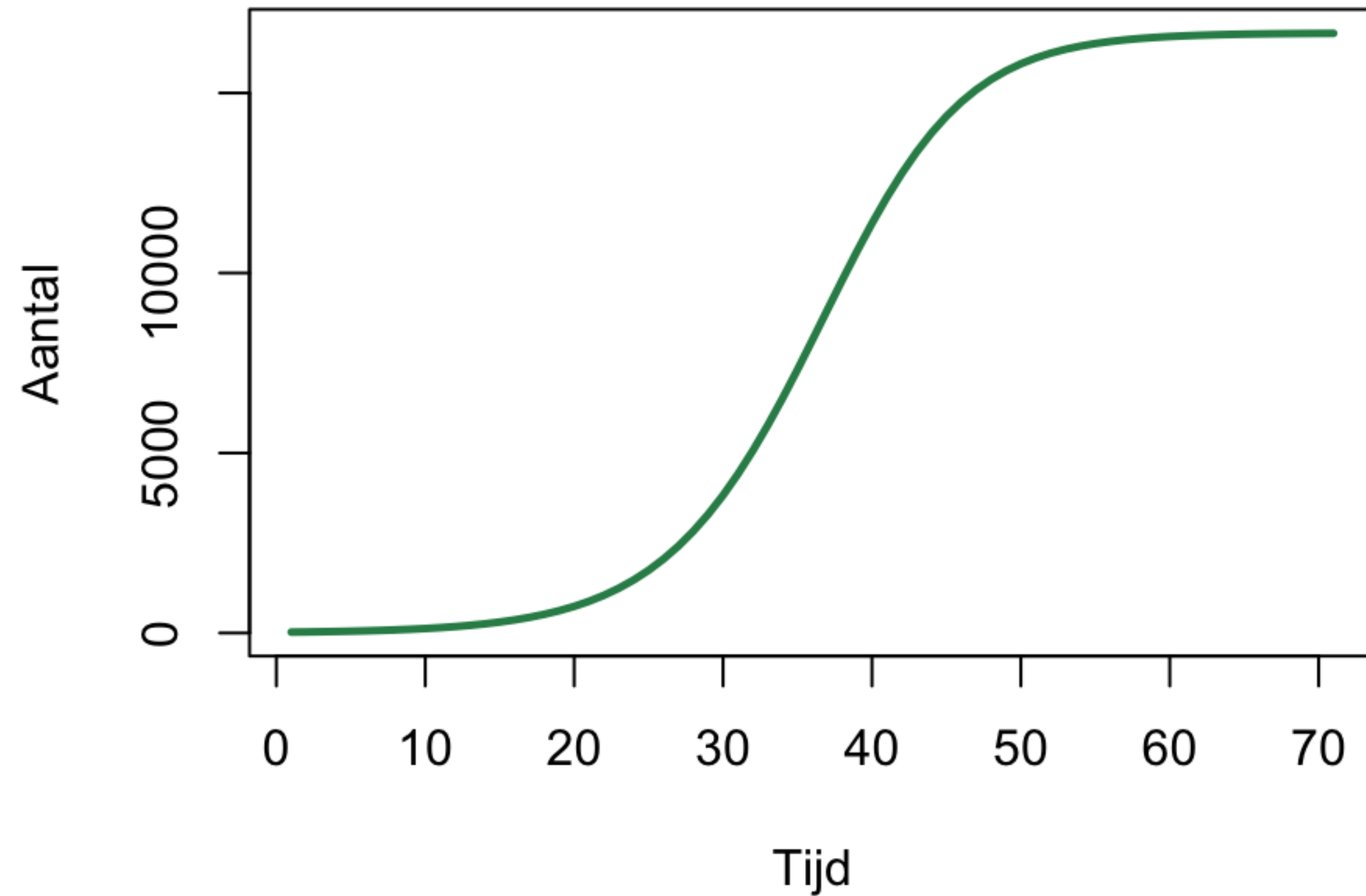
Het feest houdt een keer op

Ook voor knijnen.



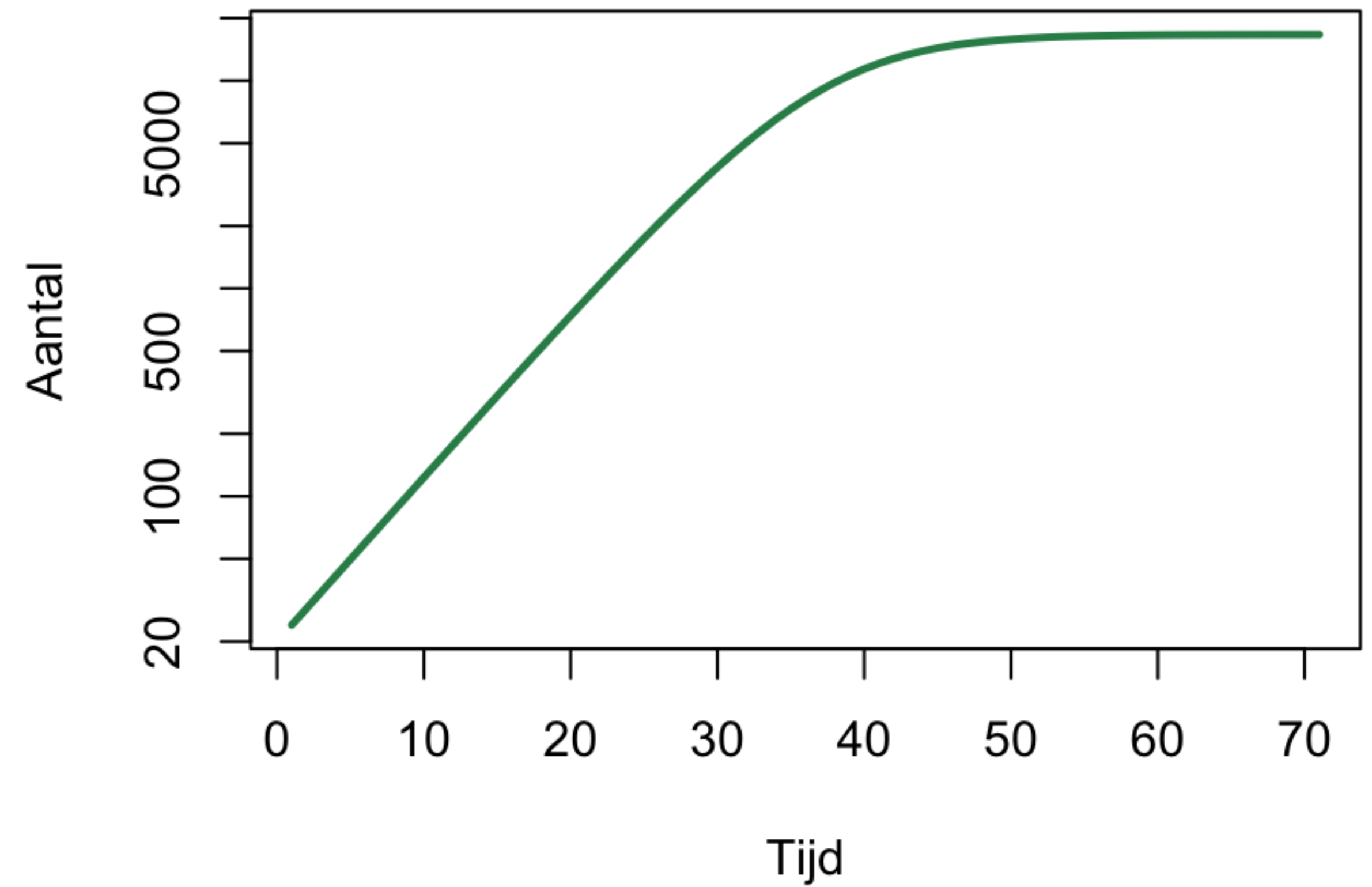
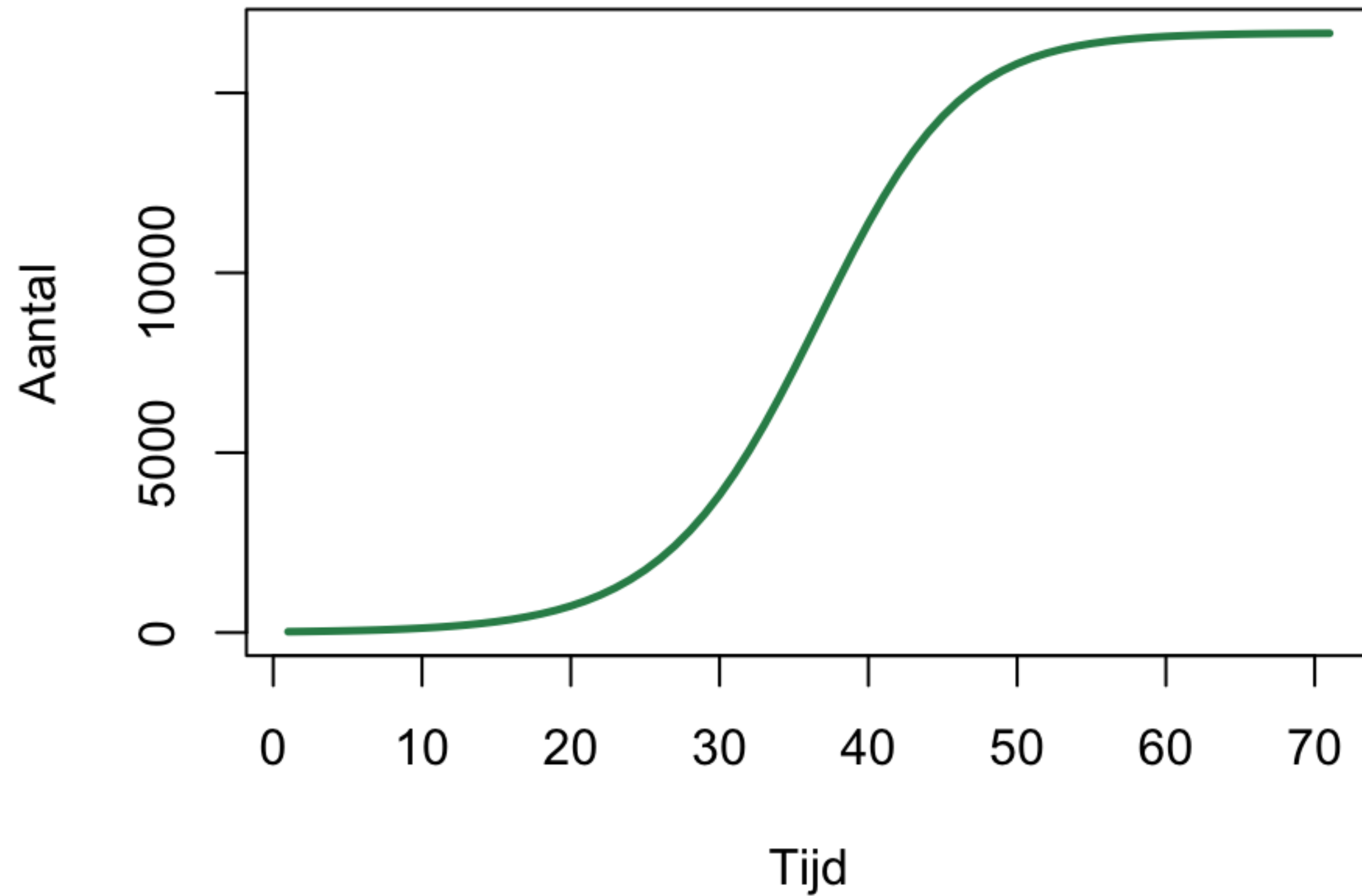
Het feest houdt een keer op

Ook voor knijnen.

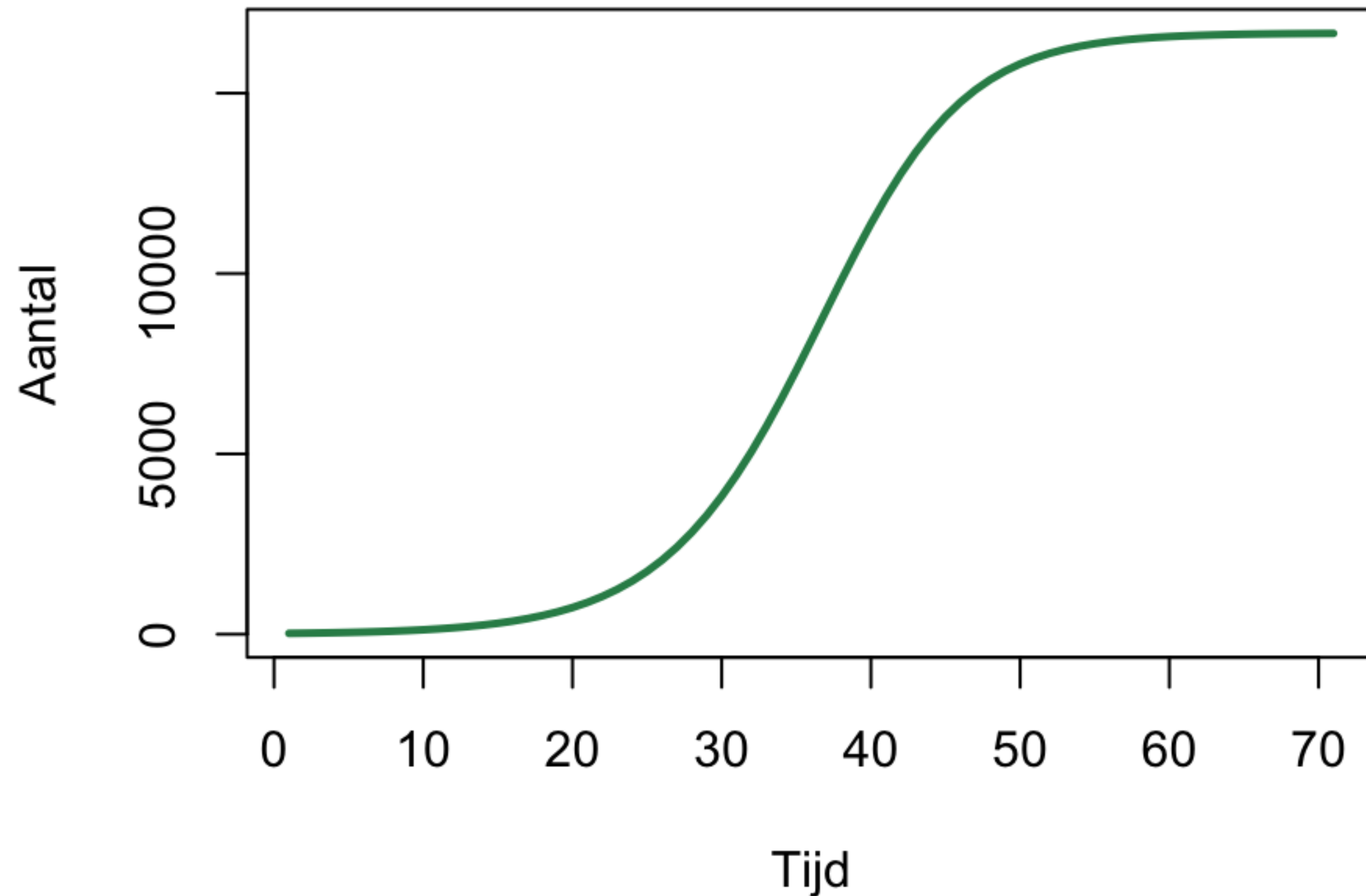


Het feest houdt een keer op

Ook voor knijnen.



Logistische groei



Logistische groei = groei die exponentieel begint, maar waarbij het (eco)systeem of de populatie bij een bepaald **draagvermogen** een evenwicht bereikt.

Draagvermogen (*carrying capacity*) = het maximale aantal individuen (of de maximale concentratie) dat een systeem in evenwicht kan ondersteunen.





- Snelle groei is niet altijd exponentiële groei (en exponentiële groei is niet altijd snel!)



- Snelle groei is niet altijd exponentiële groei (en exponentiële groei is niet altijd snel!)
- We spreken van **exponentiële groei** als het % toename constant blijft



- Snelle groei is niet altijd exponentiële groei (en exponentiële groei is niet altijd snel!)
- We spreken van **exponentiële groei** als het % toename constant blijft
- Met differentievergelijkingen bereken je de populatiegrootte in “de volgende tijdstap” uit op basis van de huidige populatiegrootte



- Snelle groei is niet altijd exponentiële groei (en exponentiële groei is niet altijd snel!)
- We spreken van **exponentiële groei** als het % toename constant blijft
- Met differentievergelijkingen bereken je de populatiegrootte in “de volgende tijdstap” uit op basis van de huidige populatiegrootte
- Een dergelijke vergelijking reken je (relatief) gemakkelijk door met R!



- Snelle groei is niet altijd exponentiële groei (en exponentiële groei is niet altijd snel!)
- We spreken van **exponentiële groei** als het % toename constant blijft
- Met differentievergelijkingen bereken je de populatiegrootte in “de volgende tijdstap” uit op basis van de huidige populatiegrootte
- Een dergelijke vergelijking reken je (relatief) gemakkelijk door met R!
- **Logistische groei** is groei die exponentieel begint, maar waar uiteindelijk een evenwicht / draagvlak wordt bereikt

Werkcollege: 10.1 t/m 10.3

Werkcollege: 10.1 t/m 10.3

```
# Stap 1: Stel begin-aantal konijnen in
N <- 24
r <- 2

# Stap 2: Vermeerder het aantal konijnen 30 keer
for (t in 1:30){
  N[t+1] <- r*N[t]
}

# Stap 3: Plot het resultaat
plot(N, type='l')
```

$$N(t + 1) = b \cdot N(t) - d \cdot N(t)$$

Werkcollege: 10.1 t/m 10.3

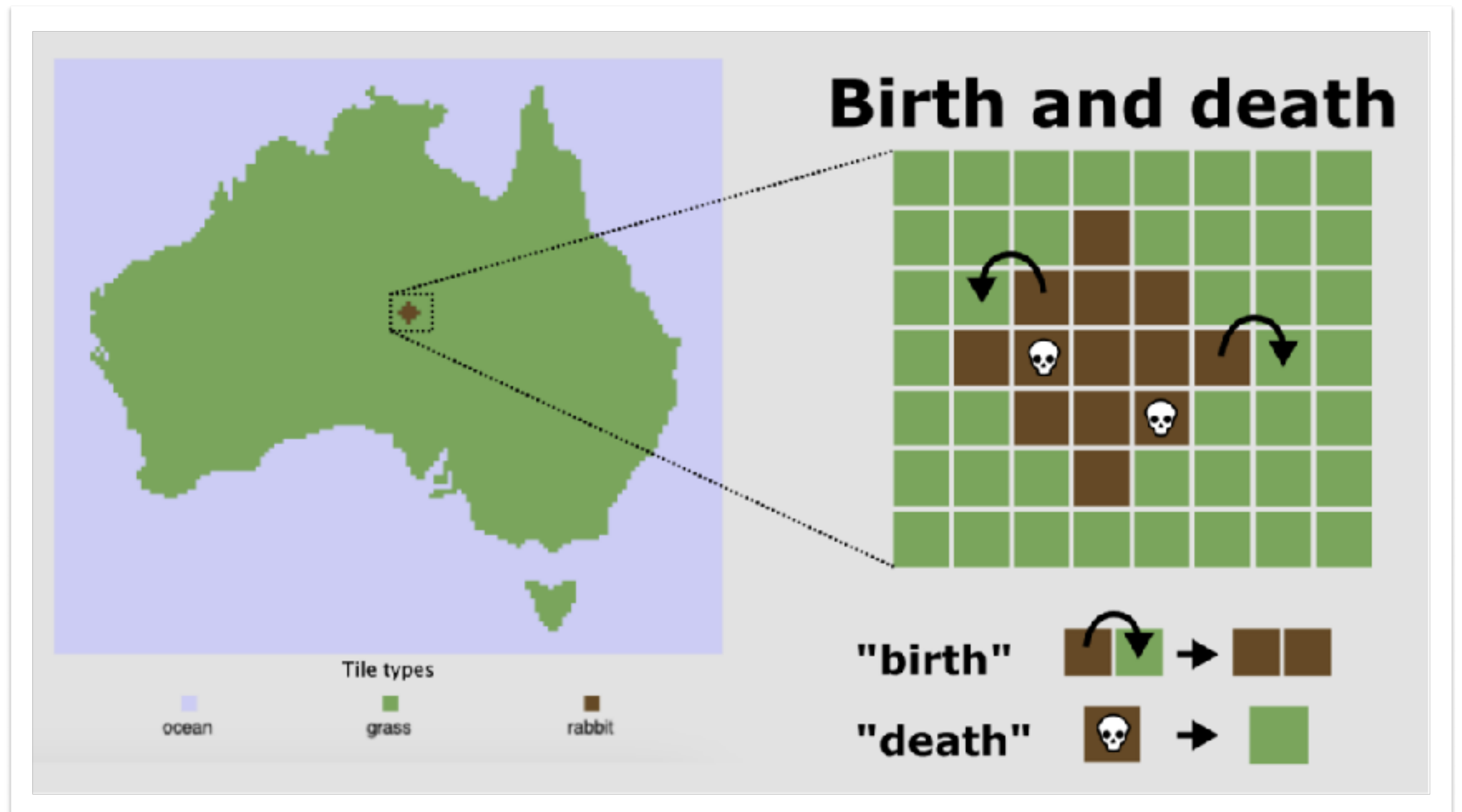
```

# Stap 1: Stel begin-aantal konijnen in
N <- 24
r <- 2

# Stap 2: Vermeerder het aantal konijnen 30 keer
for (t in 1:30){
  N[t+1] <- r*N[t]
}

# Stap 3: Plot het resultaat
plot(N, type='l')

```



$$N(t + 1) = b \cdot N(t) - d \cdot N(t)$$