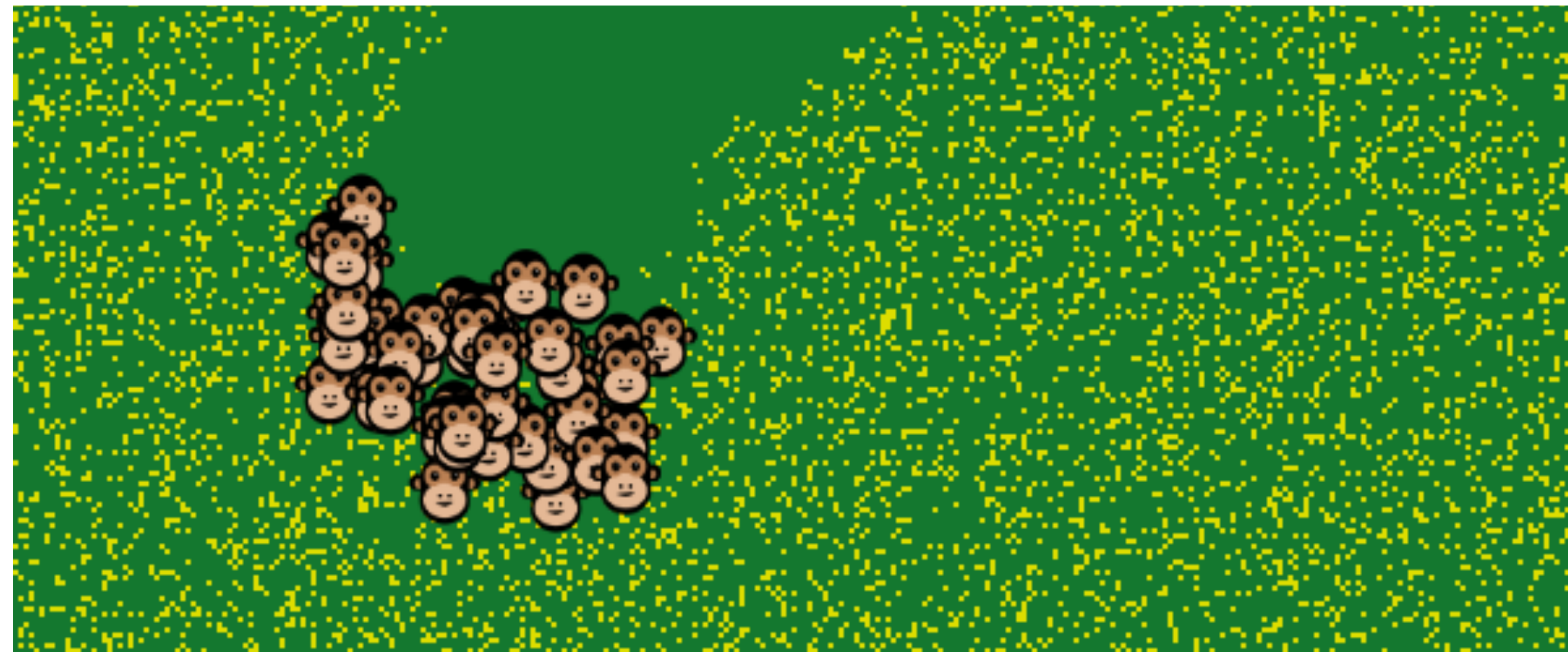


# Werkcollege, wie heeft er wat gevonden?



# Groepjes mini-project zijn definitief

# Groepjes mini-project zijn definitief

- Kijk op BB onder *Course content*

# Groepjes mini-project zijn definitief

- Kijk op BB onder *Course content*
- Vind je groepje (als het goed is heb je een mail als je nog geen groepje had!)

# Groepjes mini-project zijn definitief

- Kijk op BB onder *Course content*
- Vind je groepje (als het goed is heb je een mail als je nog geen groepje had!)
- Lees de omschrijving bij jouw groepsnummer (daar staat dan ook waar jullie heen kunnen tijdens de WCs)

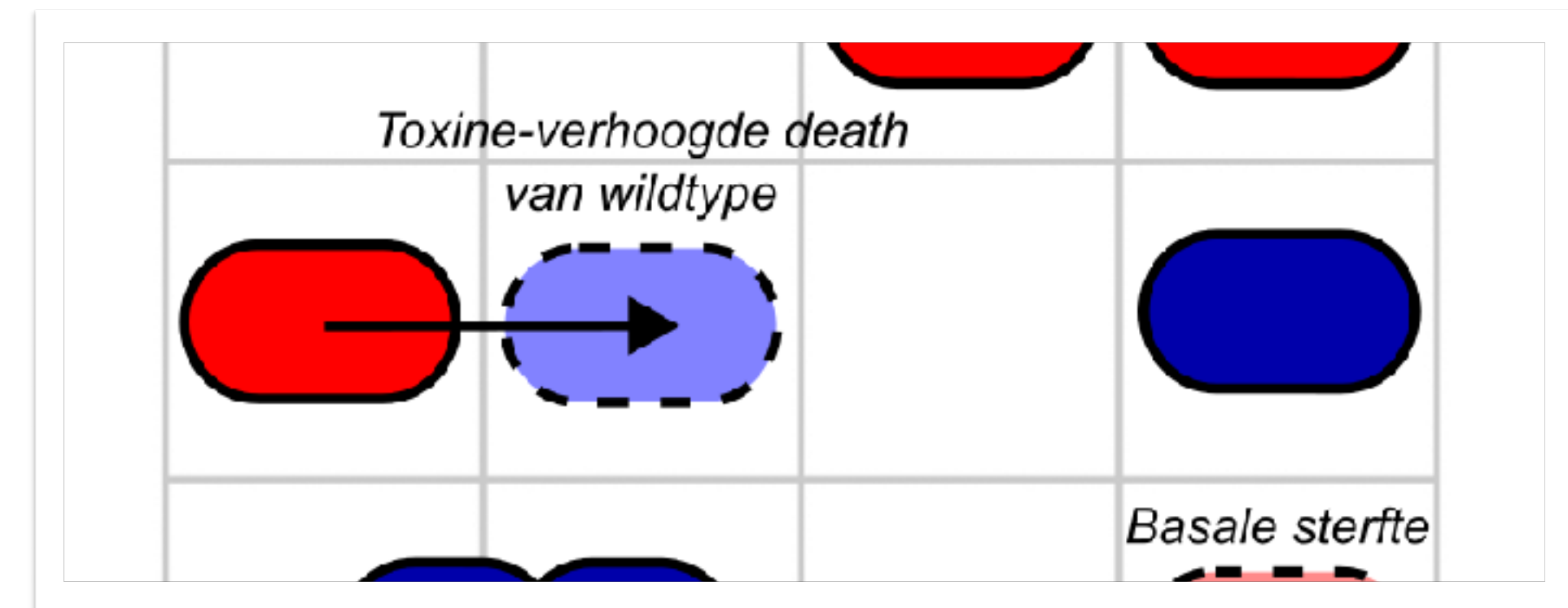
# Groepjes mini-project zijn definitief

- Kijk op BB onder *Course content*
- Vind je groepje (als het goed is heb je een mail als je nog geen groepje had!)
- Lees de omschrijving bij jouw groepsnummer (daar staat dan ook waar jullie heen kunnen tijdens de WCs)
- Iets onduidelijk? Mail naar [kwantitatieve.biologie@uu.nl](mailto:kwantitatieve.biologie@uu.nl)

# Groepjes mini-project zijn definitief

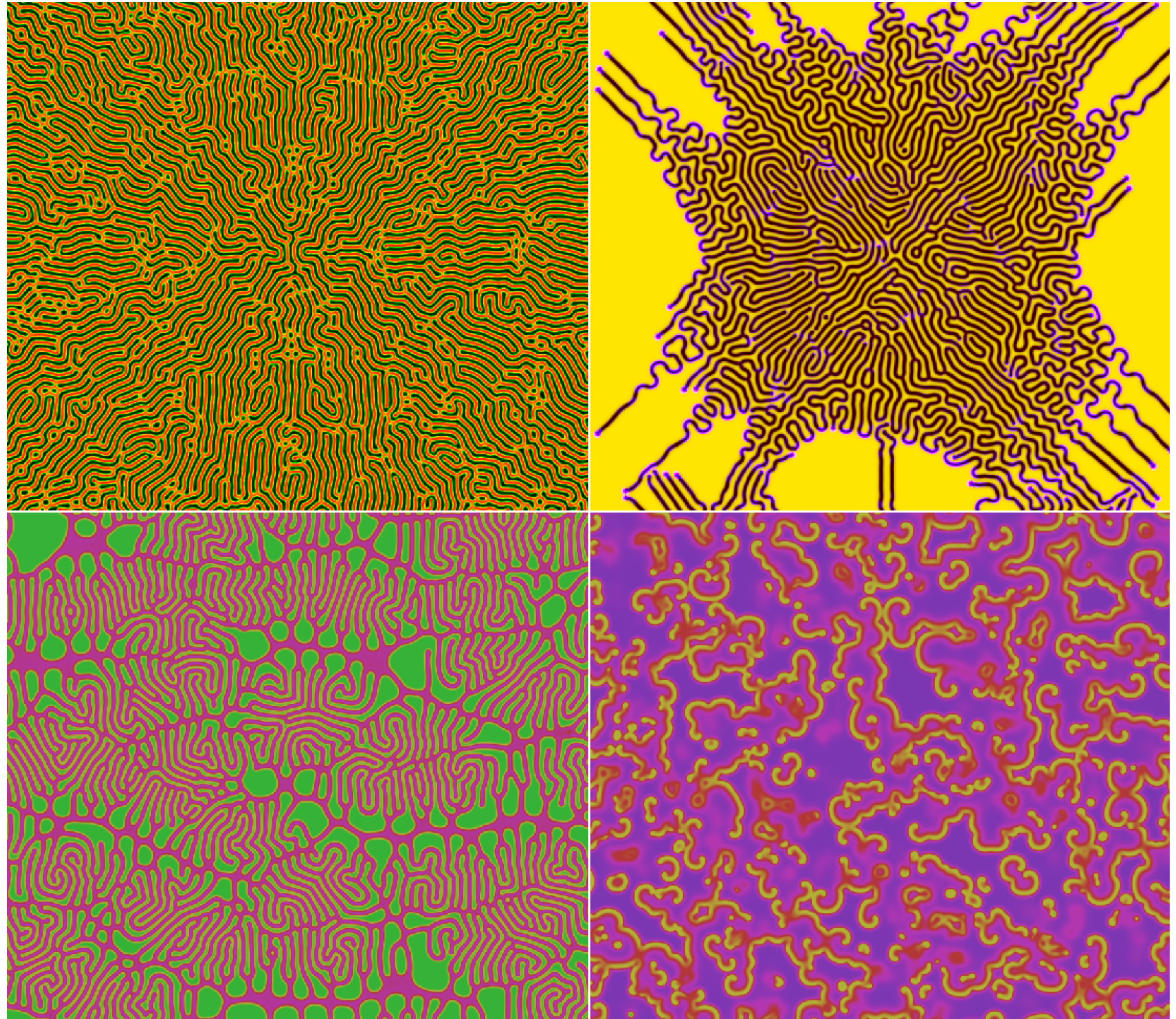
- Kijk op BB onder *Course content*
- Vind je groepje (als het goed is heb je een mail als je nog geen groepje had!)
- Lees de omschrijving bij jouw groepsnummer (daar staat dan ook waar jullie heen kunnen tijdens de WCs)
- Iets onduidelijk? Mail naar [kwantitatieve.biologie@uu.nl](mailto:kwantitatieve.biologie@uu.nl)

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= a_1 X \left(1 - \frac{X + Y}{K}\right) - dX \\ \frac{dY}{dt} &= a_2 Y \left(1 - \frac{X + Y}{K}\right) - dY - cXY\end{aligned}$$



# Reacties, diffusie en bistabiliteit

Bram van Dijk (hij/hem)



# Wat hebben deze patronen met elkaar te maken?

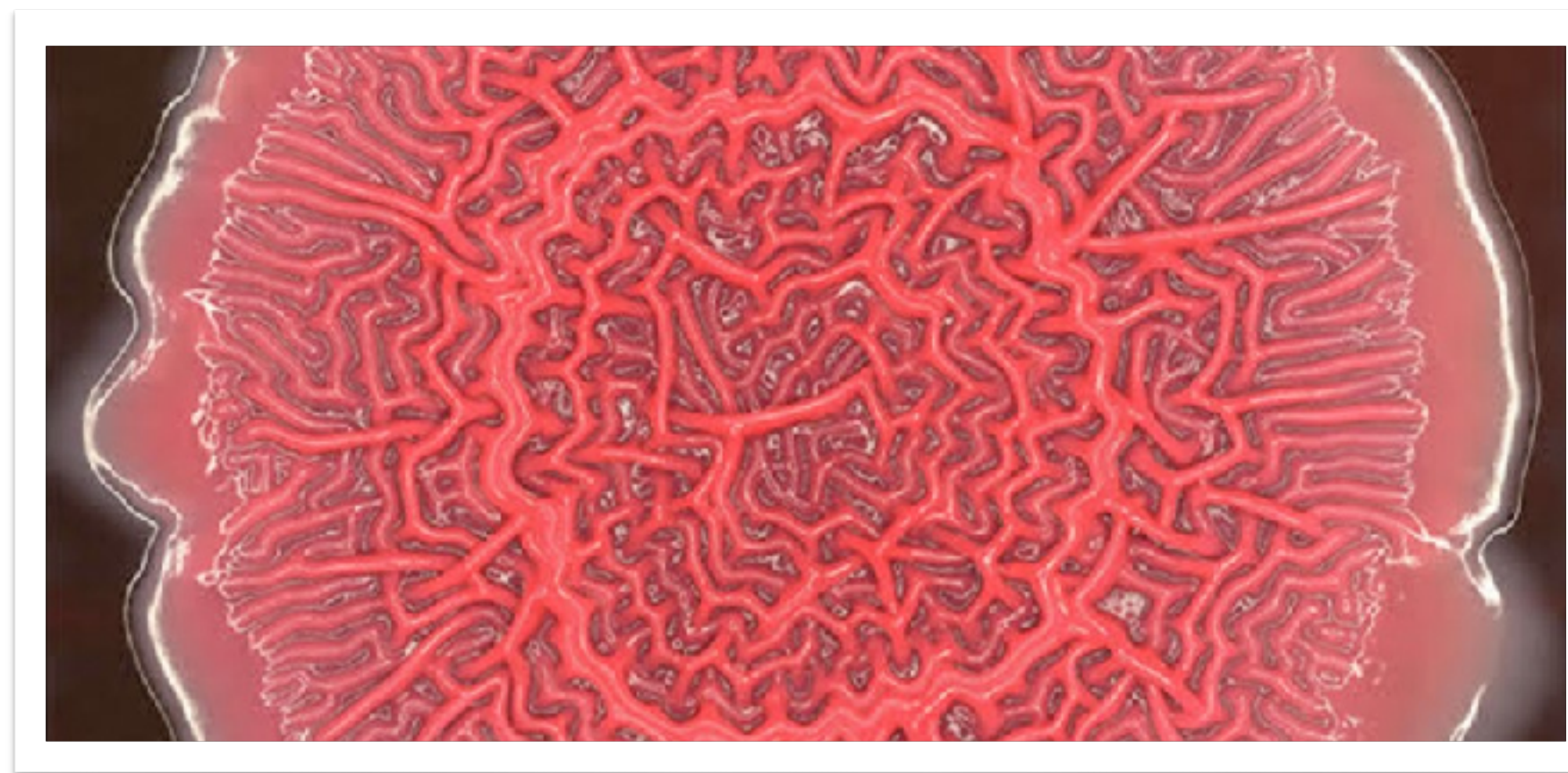


Foto van Lars Dietrich (Colombia University)

# Wat hebben deze patronen met elkaar te maken?

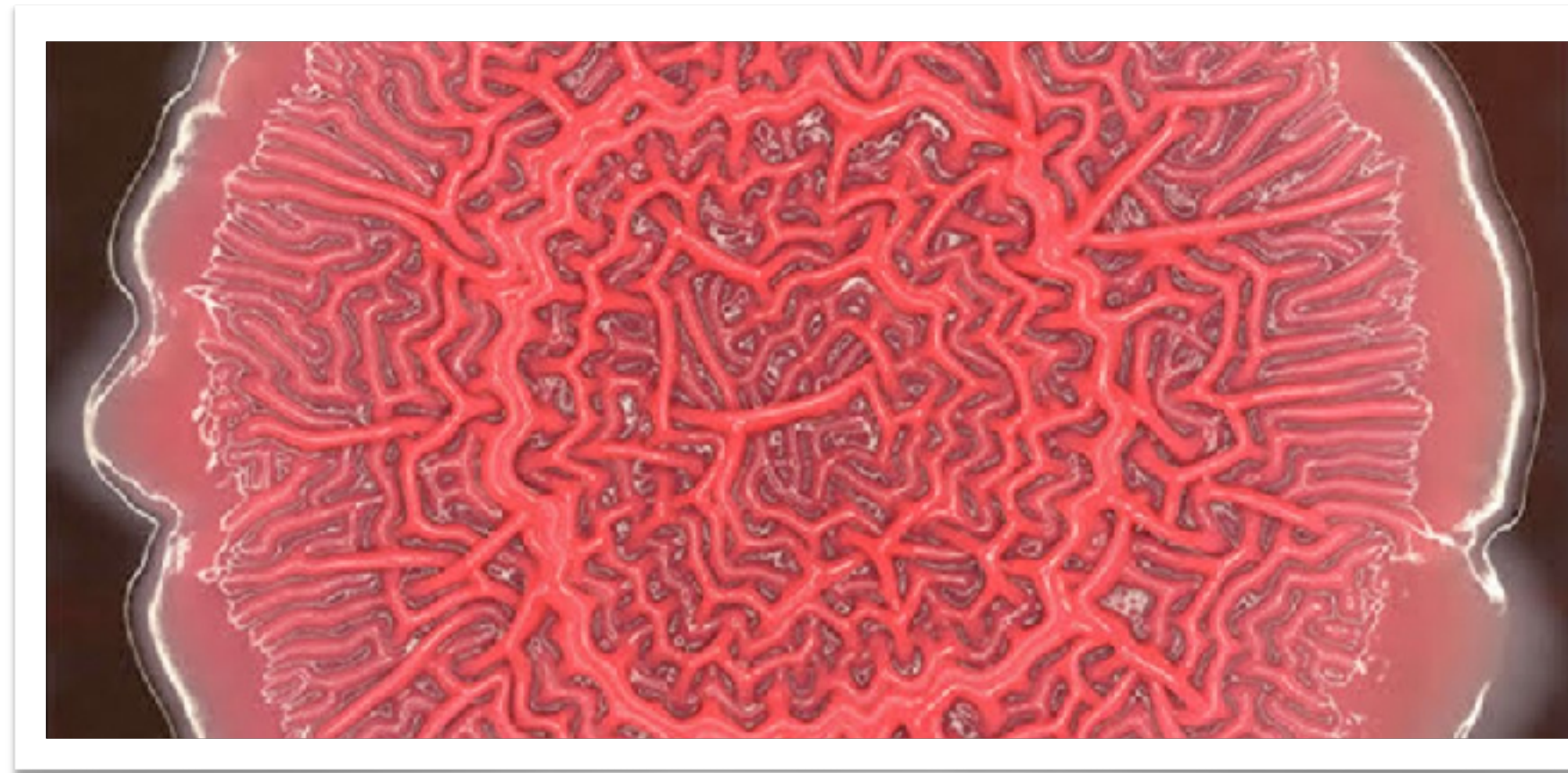


Foto van Lars Dietrich (Colombia University)



Foto van Joachim Huber

# Wat hebben deze patronen met elkaar te maken?



Vogel *et al*, 2012

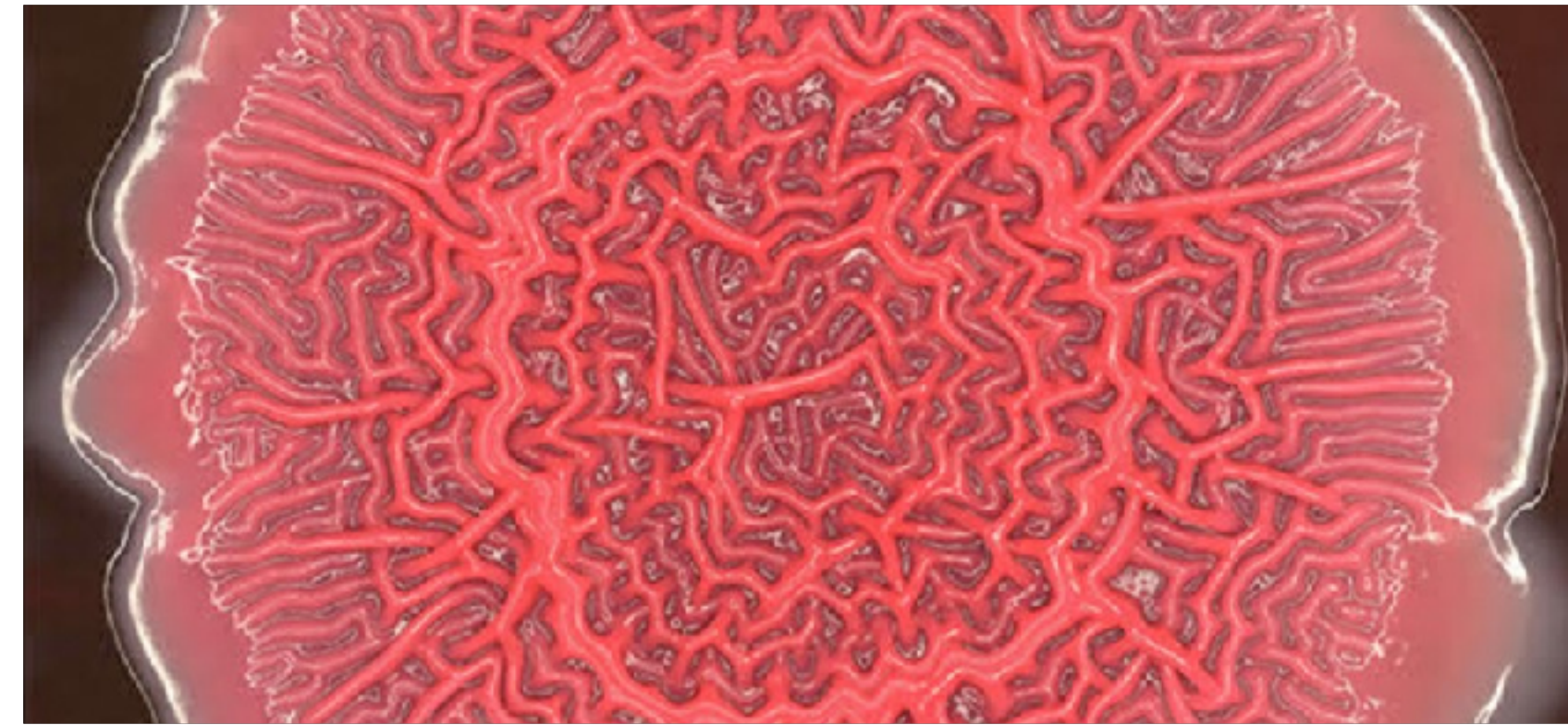


Foto van Lars Dietrich (Colombia University)



Foto van Joachim Huber

# Wat hebben deze patronen met elkaar te maken?



Vogel *et al*, 2012

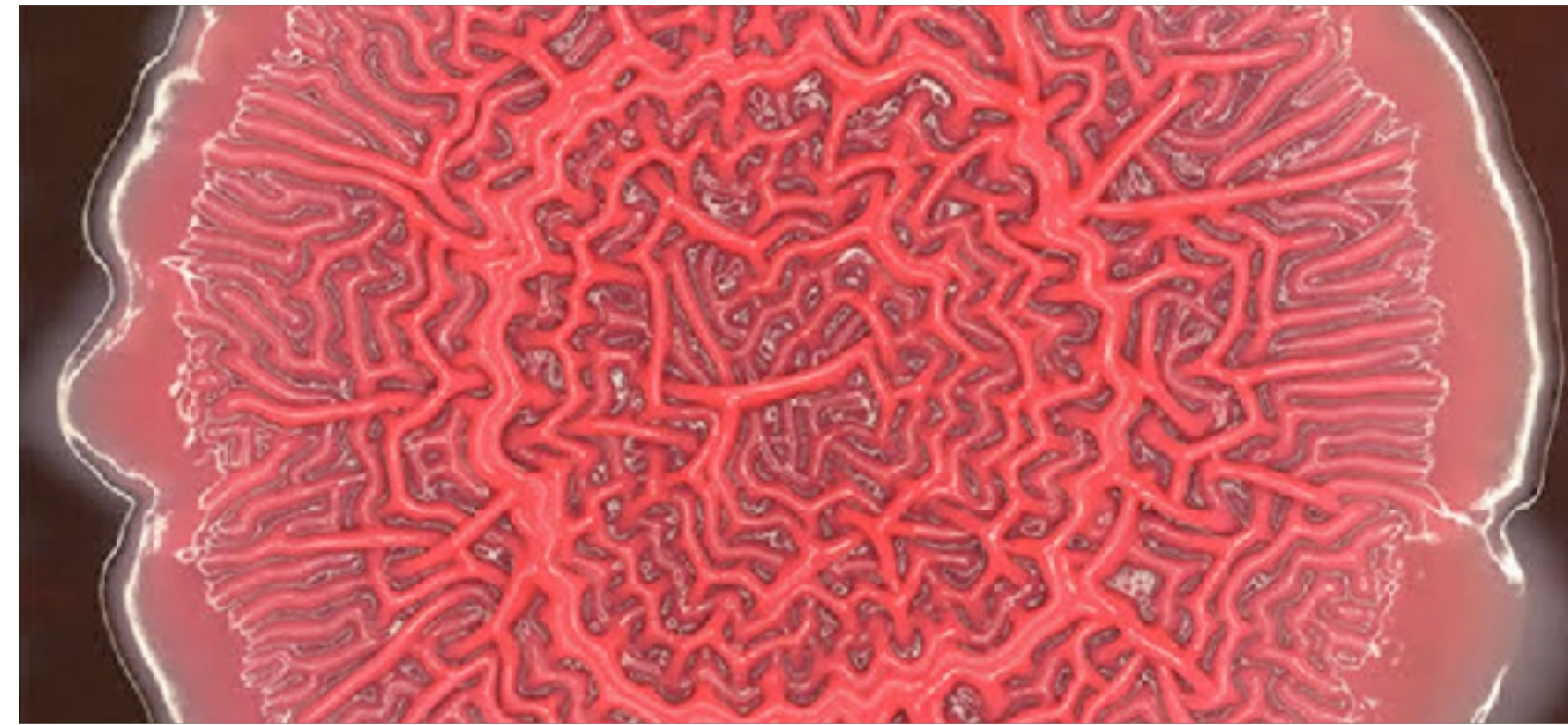
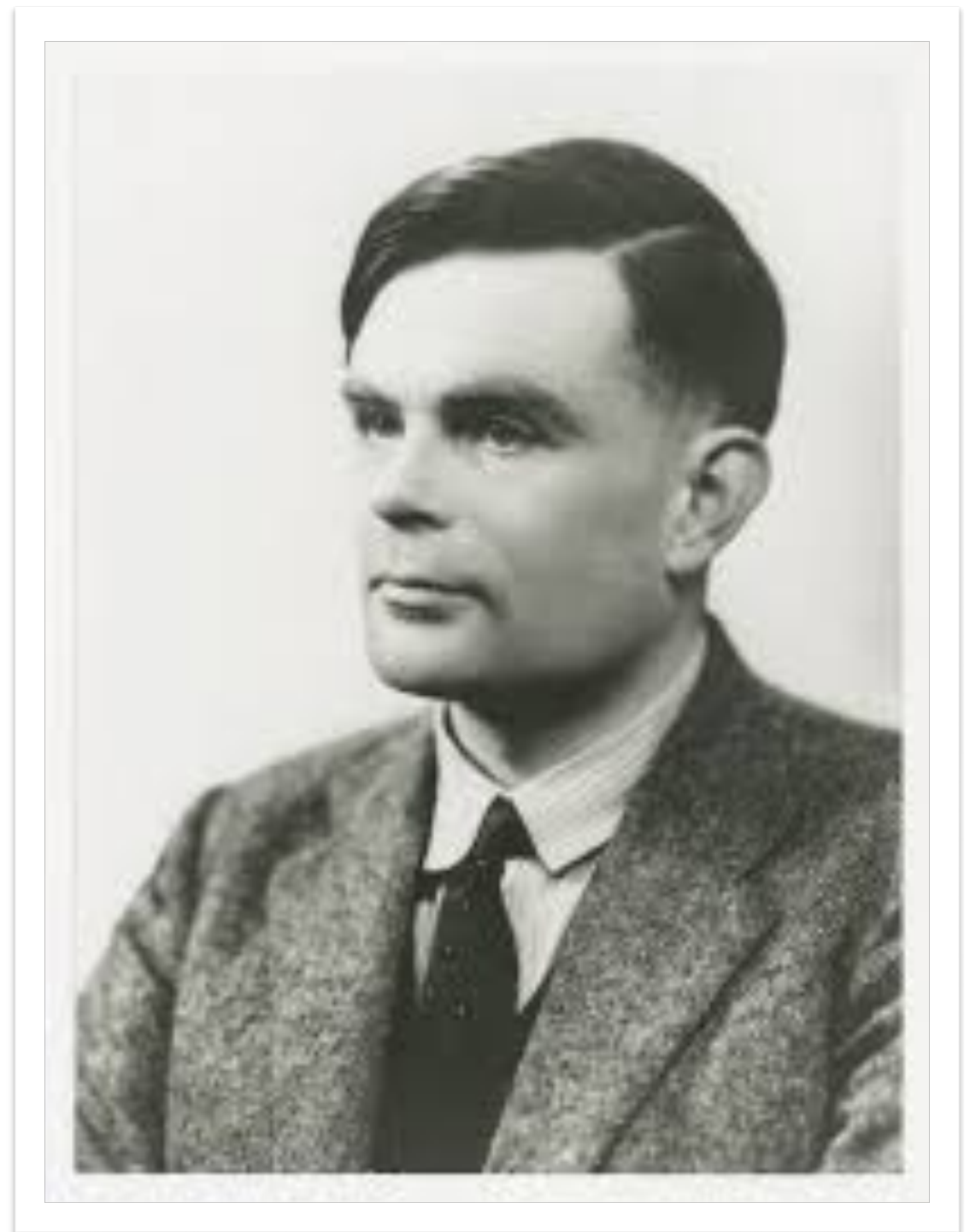


Foto van Lars Dietrich (Colombia University)



Foto van Joachim Huber



Alan Turing (1912 – 1954)

# Reactievergelijkingen



# Reactievergelijkingen



**Michaelis-Menten vergelijking**

# Reactievergelijkingen



**Michaelis-Menten vergelijking**



# Reactievergelijkingen



Michaelis-Menten vergelijking



“Reactievergelijking” voor  
centrale dogma van de biologie

# Reactievergelijkingen



Michaelis-Menten vergelijking



Pijltjes zijn snelheden!

“Reactievergelijking” voor  
centrale dogma van de biologie

# Reactievergelijkingen



Michaelis-Menten vergelijking



Pijltjes zijn snelheden!

“Reactievergelijking” voor  
centrale dogma van de biologie

# Omzetten naar ODEs



# Omzetten naar ODEs

Laten we voor het gemak aannemen dat DNA simpelweg aanwezig is





# Omzetten naar ODEs

# Omzetten naar ODEs

Stel je voor: het eiwit zorgt dat er glucose naar binnen wordt gepompt

# Omzetten naar ODEs



# Omzetten naar ODEs

Stel je voor: glucose bepaalt ook de genexpressie

# Een set simpele reacties als ODEs

$$\frac{dM}{dt} = \frac{eG}{G+h} - dM$$

$$\frac{dE}{dt} = vM - \delta E$$

$$\frac{dG}{dt} = pE - \kappa G$$

# Een set simpele reacties als ODEs

$$\frac{dM}{dt} = \frac{eG}{G+h} - dM$$

Kunnen jullie al ODEs lezen? (leerdoel!)

$$\frac{dE}{dt} = vM - \delta E$$

$$\frac{dG}{dt} = pE - \kappa G$$

# Een set simpele reacties als ODEs

$$\frac{dM}{dt} = \frac{eG}{G+h} - dM$$

$$\frac{dE}{dt} = vM - \delta E$$

$$\frac{dG}{dt} = pE - \kappa G$$

Kunnen jullie al ODEs lezen? (leerdoel!)

- Als alle variabelen 0 zijn, start er dan expressie?

# Een set simpele reacties als ODEs

$$\frac{dM}{dt} = \frac{eG}{G+h} - dM$$

$$\frac{dE}{dt} = vM - \delta E$$

$$\frac{dG}{dt} = pE - \kappa G$$

Kunnen jullie al ODEs lezen? (leerdoel!)

- Als alle variabelen 0 zijn, start er dan expressie?
- Wat is de maximale expressie?

# Een set simpele reacties als ODEs

$$\frac{dM}{dt} = \frac{eG}{G + h} - dM$$

$$\frac{dE}{dt} = vM - \delta E$$

$$\frac{dG}{dt} = pE - \kappa G$$

Kunnen jullie al ODEs lezen? (leerdoel!)

- Als alle variabelen 0 zijn, start er dan expressie?
- Wat is de maximale expressie?
- Bij welke glucose-concentratie is de expressie half-maximaal?

# Voor een 3D systeem is grind.R het makkelijkst

```
source("https://tbb.bio.uu.nl/rdb/grindR/grind.R")

par(mfrow=c(1,2),mar=c(3,3,3,3))
model <- function(t, state, parms) {
  with(as.list(c(state,parms)), {

    dM <- e*G/(G+h) - d*M
    dE <- v*M - delta*E
    dG <- p*E - kappa*G

    return(list(c(dM, dE, dG)))
  })
}

p <- c(e=1,h=2,d=0.3,v=0.3,delta=0.05,p=0.4,kappa=0.2) #Parameters
s <- c(M=0.0,E=0.0,G=0.00) #Starting population sizes
run(tmax=200,ymin=0.0,ymax=1)
```

# Voor een 3D systeem is grind.R het makkelijkst

```
source("https://tbb.bio.uu.nl/rdb/grindR/grind.R")
```

```
par(mfrow=c(1,2),mar=c(3,3,3,3))
```

```
model <- function(t, state, parms) {  
  with(as.list(c(state,parms)), {
```

```
    dM <- e*G/(G+h) - d*M
```

```
    dE <- v*M - delta*E
```

```
    dG <- p*E - kappa*G
```

```
    return(list(c(dM, dE, dG)))
```

```
  })
```

```
}
```

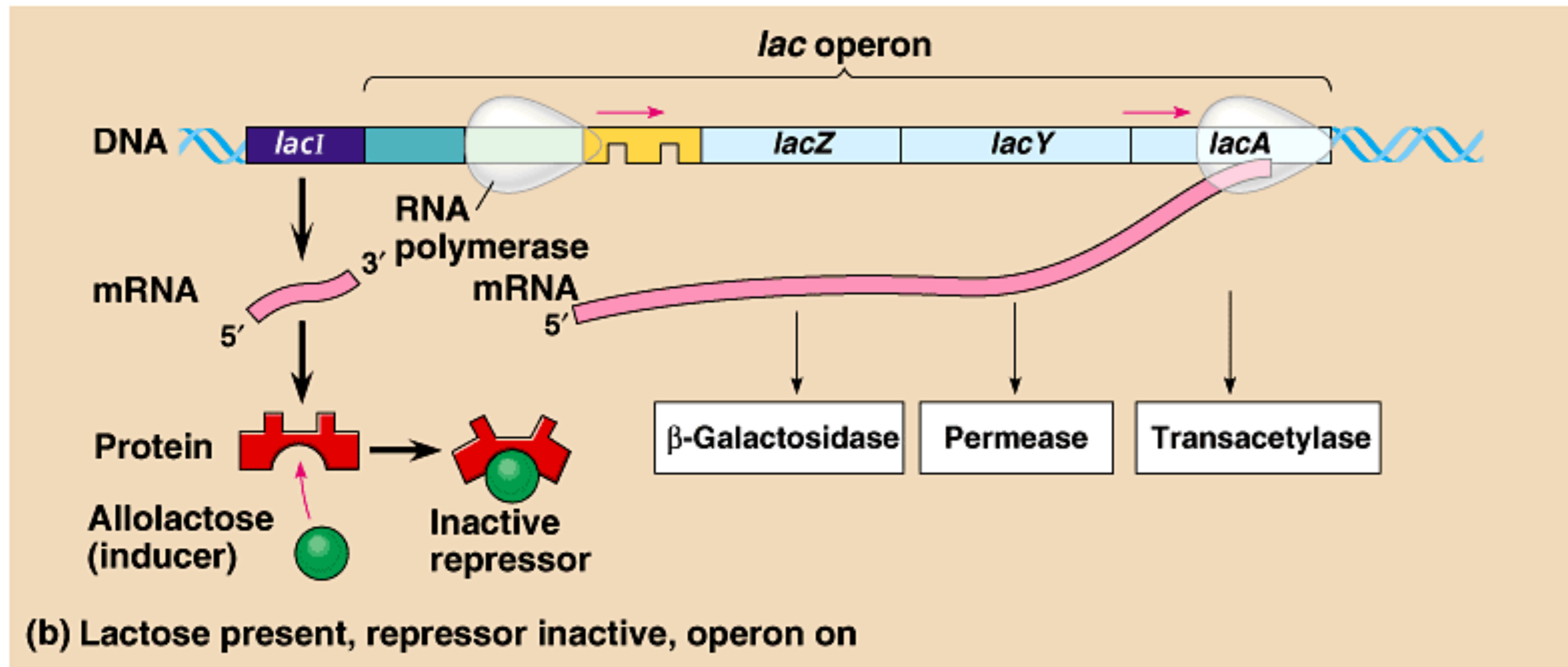
```
p <- c(e=1,h=2,d=0.3,v=0.3,delta=0.05,p=0.4,kappa=0.2) #Parameters
```

```
s <- c(M=0.0,E=0.0,G=0.00) #Starting population sizes
```

```
run(tmax=200,ymin=0.0,ymax=1)
```



# Het Lac operon





# Het Lac operon

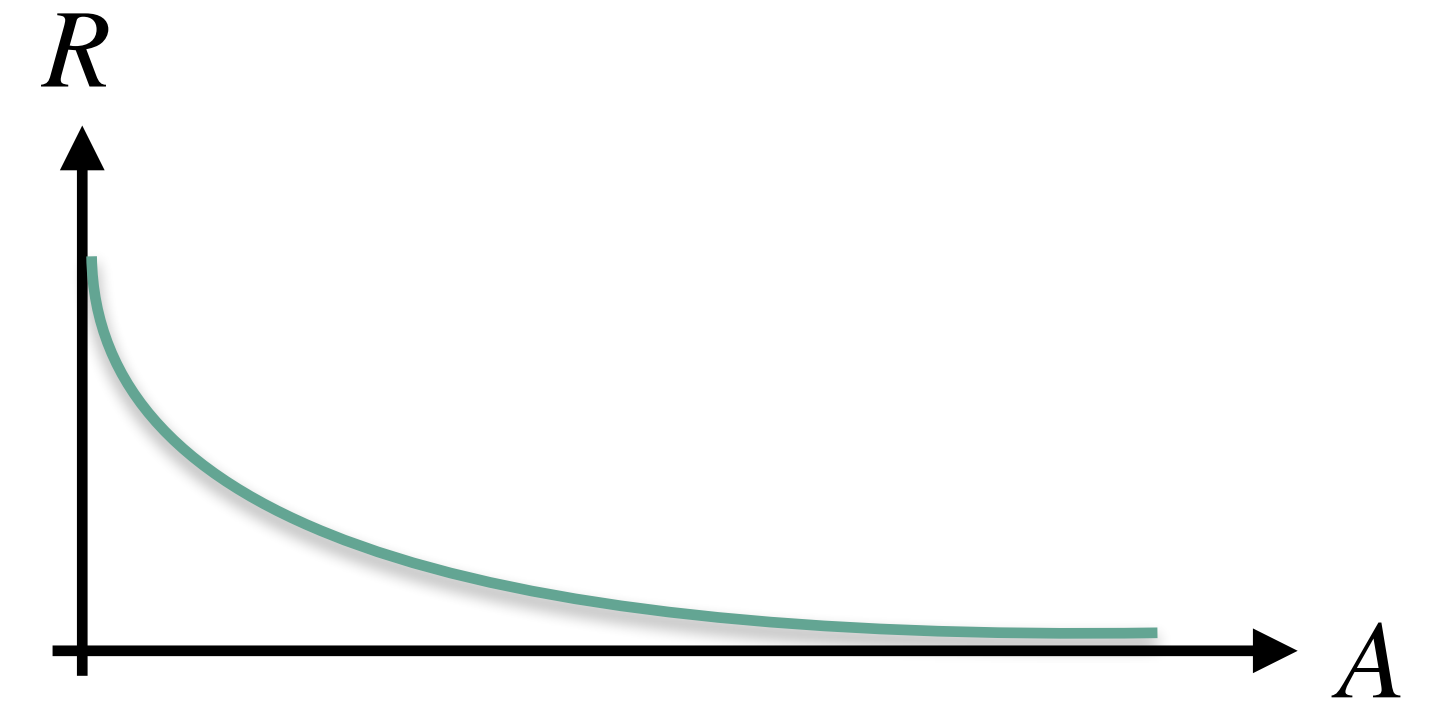
R = actieve repressor, M = mRNA operon, A = allolactose in cell, L = lactose extern (**geen variabele!**)

# Het Lac operon

**Fractie** actieve repressor:  
(ligt **niet** in het operon, dus  
repressor is altijd aanwezig!)

$$R = \frac{1}{1 + A^n}$$

(neem aan:  $n > 1$ )



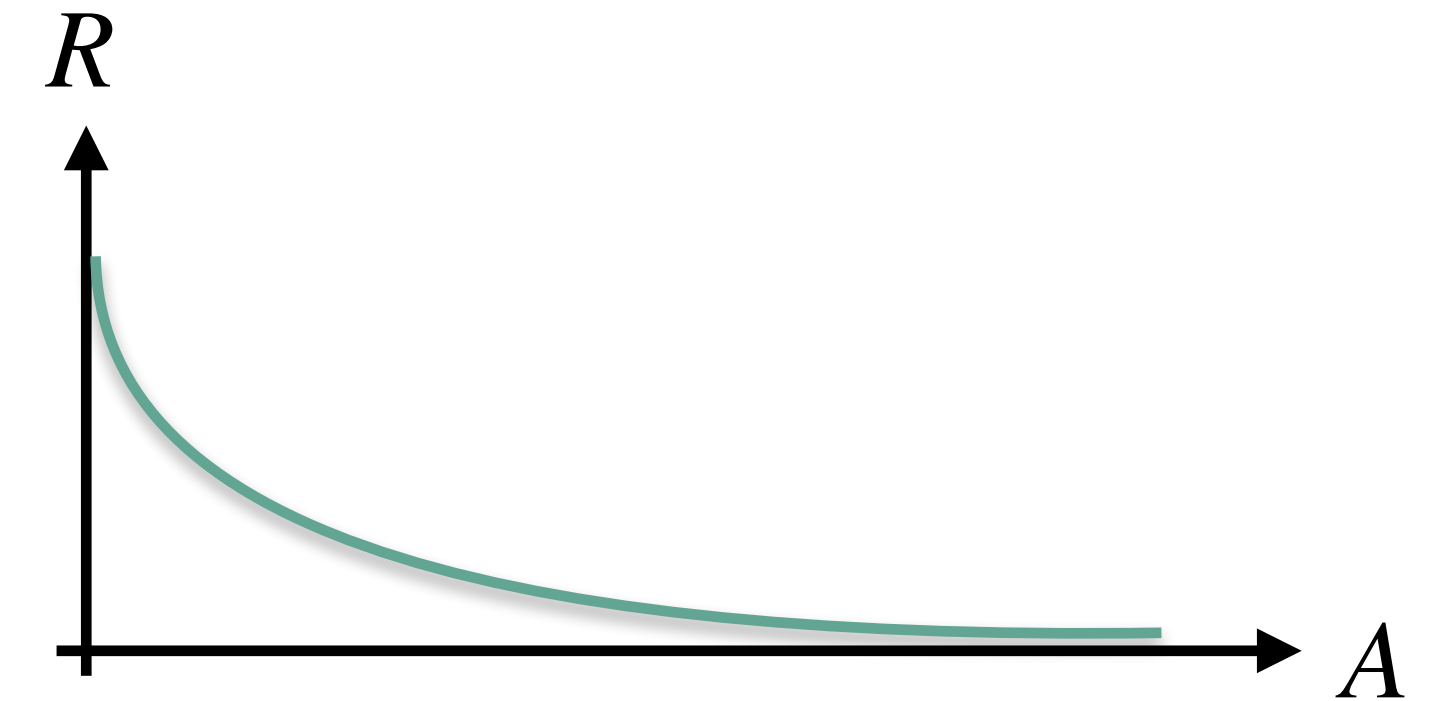
R = actieve repressor, M = mRNA operon, A = allolactose in cell, L = lactose extern (**geen variabele!**)

# Het Lac operon

**Fractie** actieve repressor:  
(ligt **niet** in het operon, dus  
repressor is altijd aanwezig!)

$$R = \frac{1}{1 + A^n}$$

(neem aan:  $n > 1$ )



Hoeveelheid mRNA (**hele** operon):

$$\frac{dM}{dt} = c_0 + c(1 - R) - dM = c_0 + \frac{cA^n}{1 + A^n} - dM$$

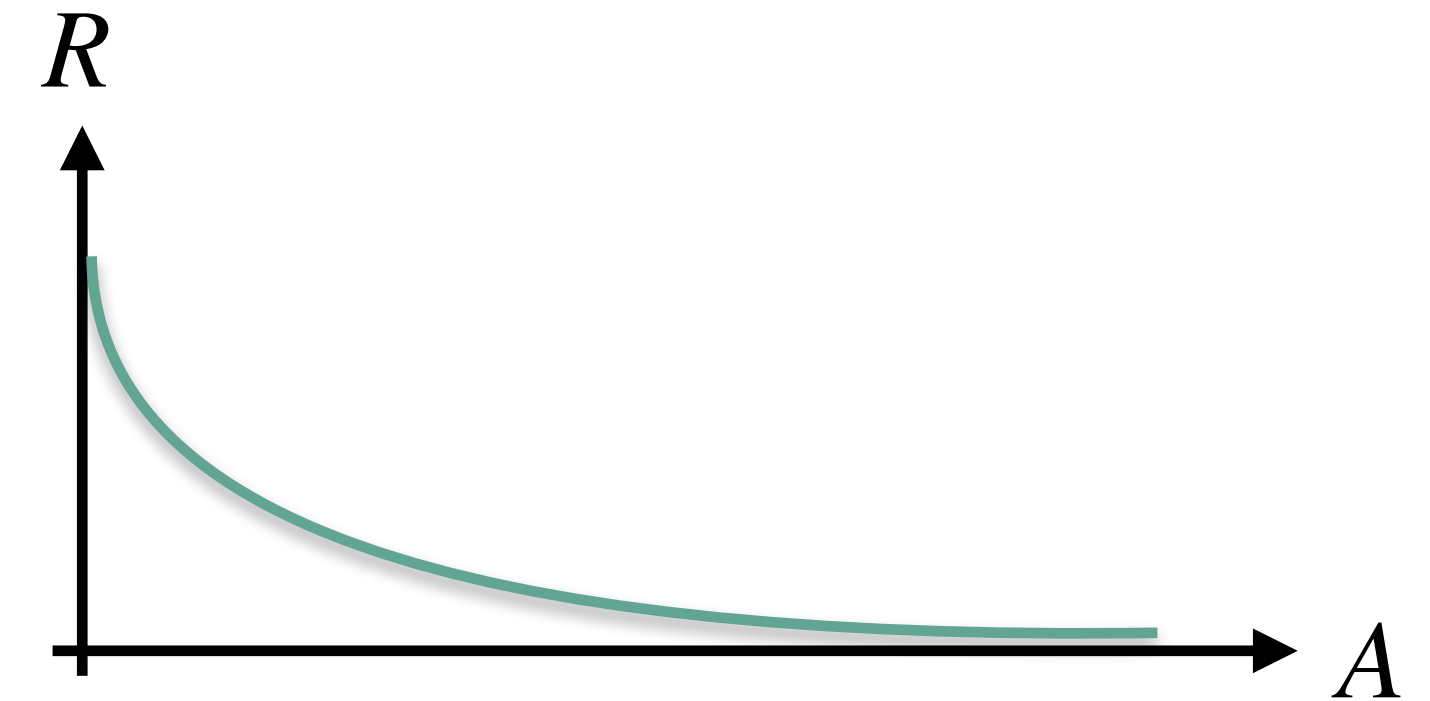
$R$  = actieve repressor,  $M$  = mRNA operon,  $A$  = allolactose in cell,  $L$  = lactose extern (**geen variabele!**)

# Het Lac operon

**Fractie** actieve repressor:  
(ligt **niet** in het operon, dus  
repressor is altijd aanwezig!)

$$R = \frac{1}{1 + A^n}$$

(neem aan:  $n > 1$ )



Hoeveelheid mRNA (**hele** operon):

$$\frac{dM}{dt} = c_0 + c(1 - R) - dM = c_0 + \frac{cA^n}{1 + A^n} - dM$$

Hoeveelheid allolactose in de cel:

$$\frac{dA}{dt} = ML - \delta A - vMA$$

$R$  = actieve repressor,  $M$  = mRNA operon,  $A$  = allolactose in cell,  $L$  = lactose extern (**geen variabele!**)

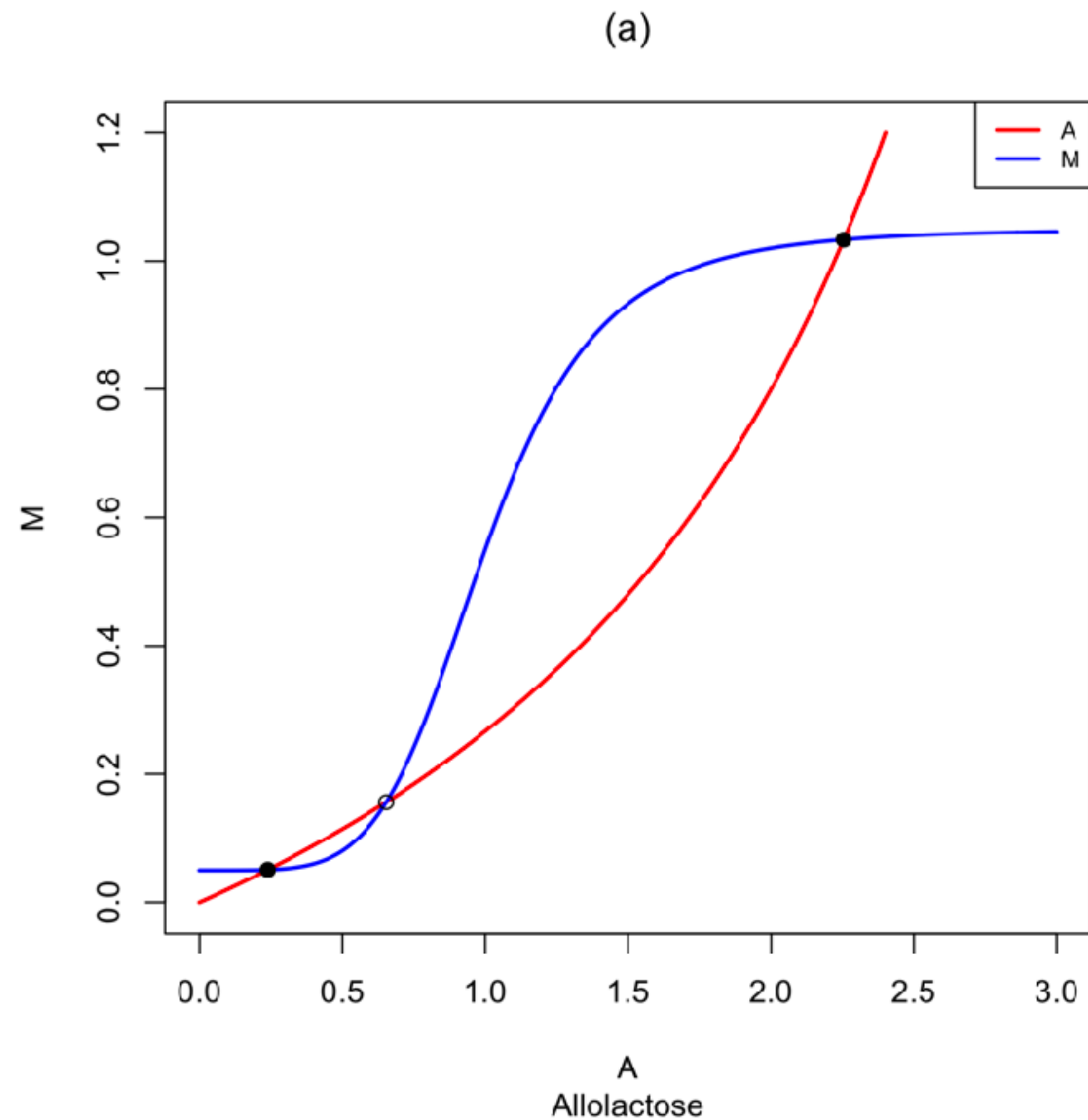


**2D, maar een beetje ingewikkeld. Dus:**

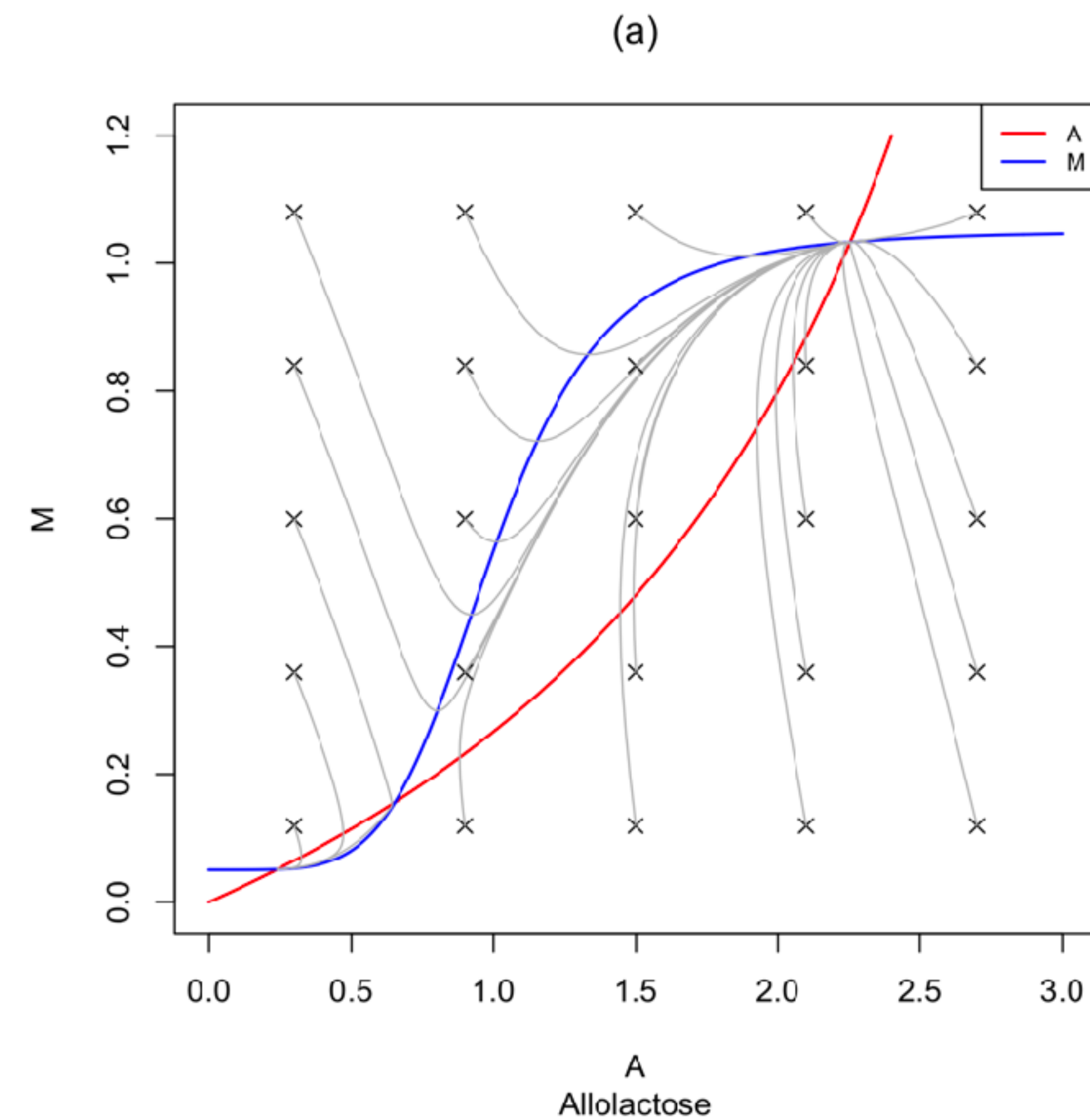
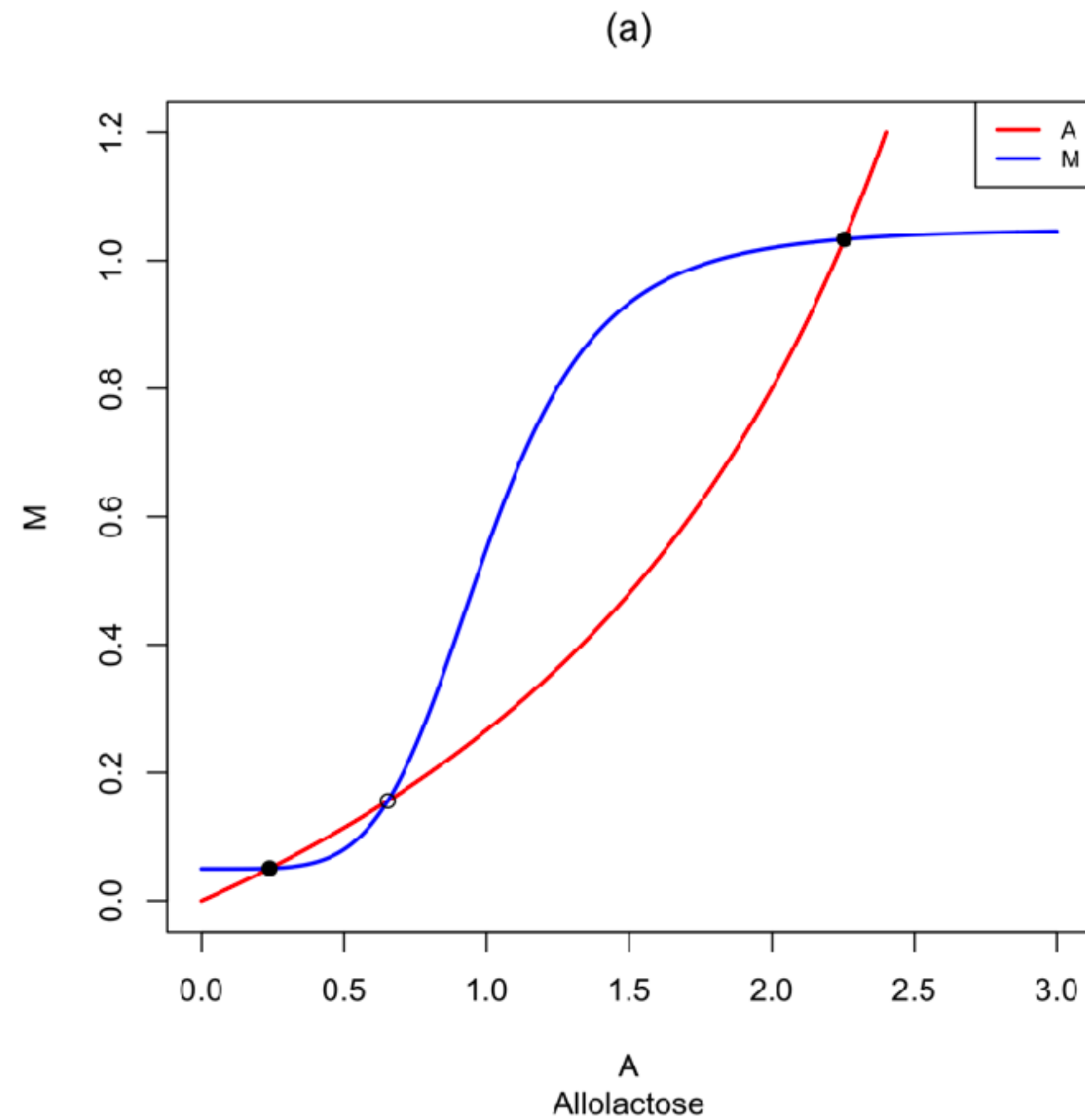
**2D, maar een beetje ingewikkeld. Dus:**



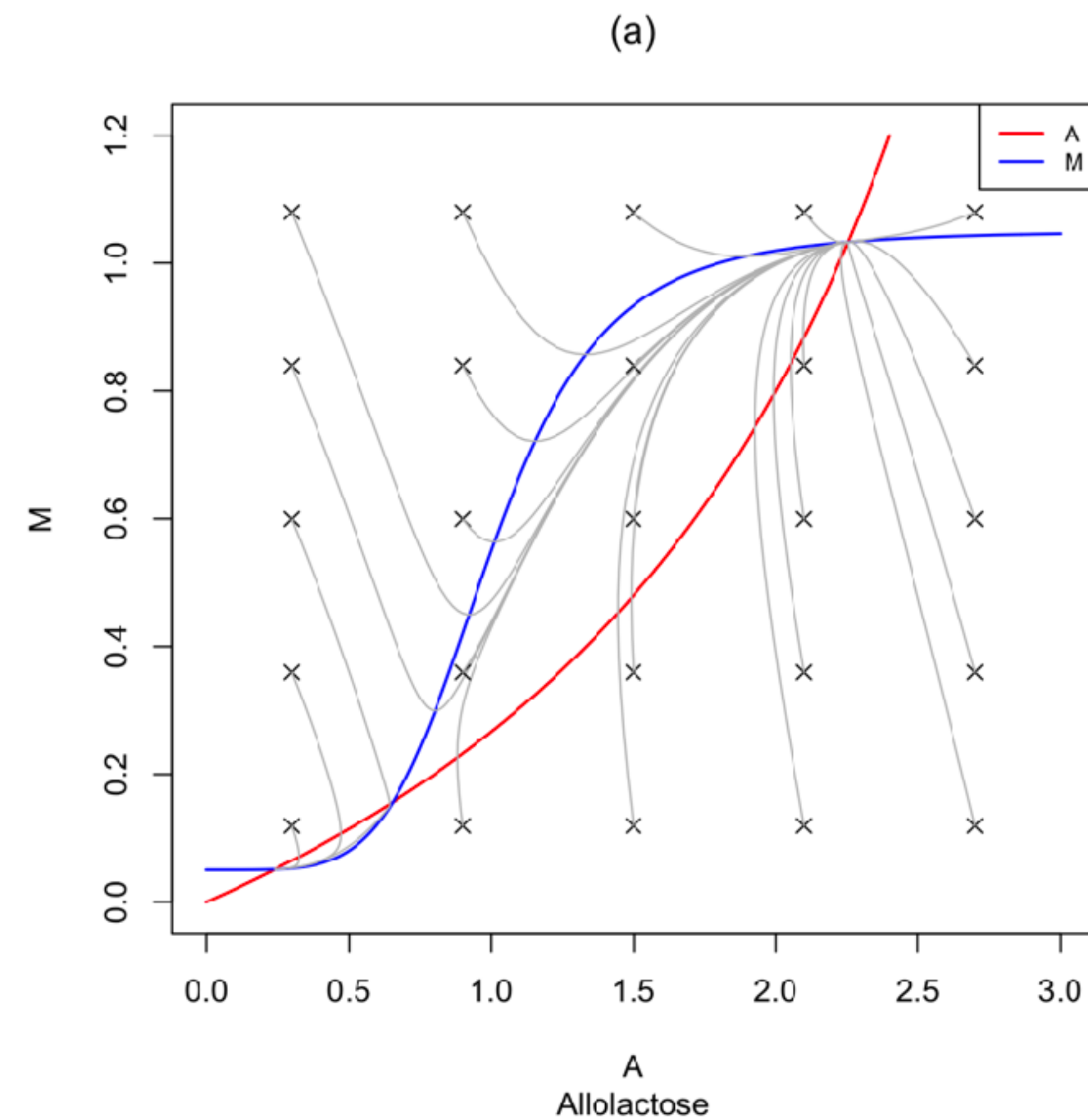
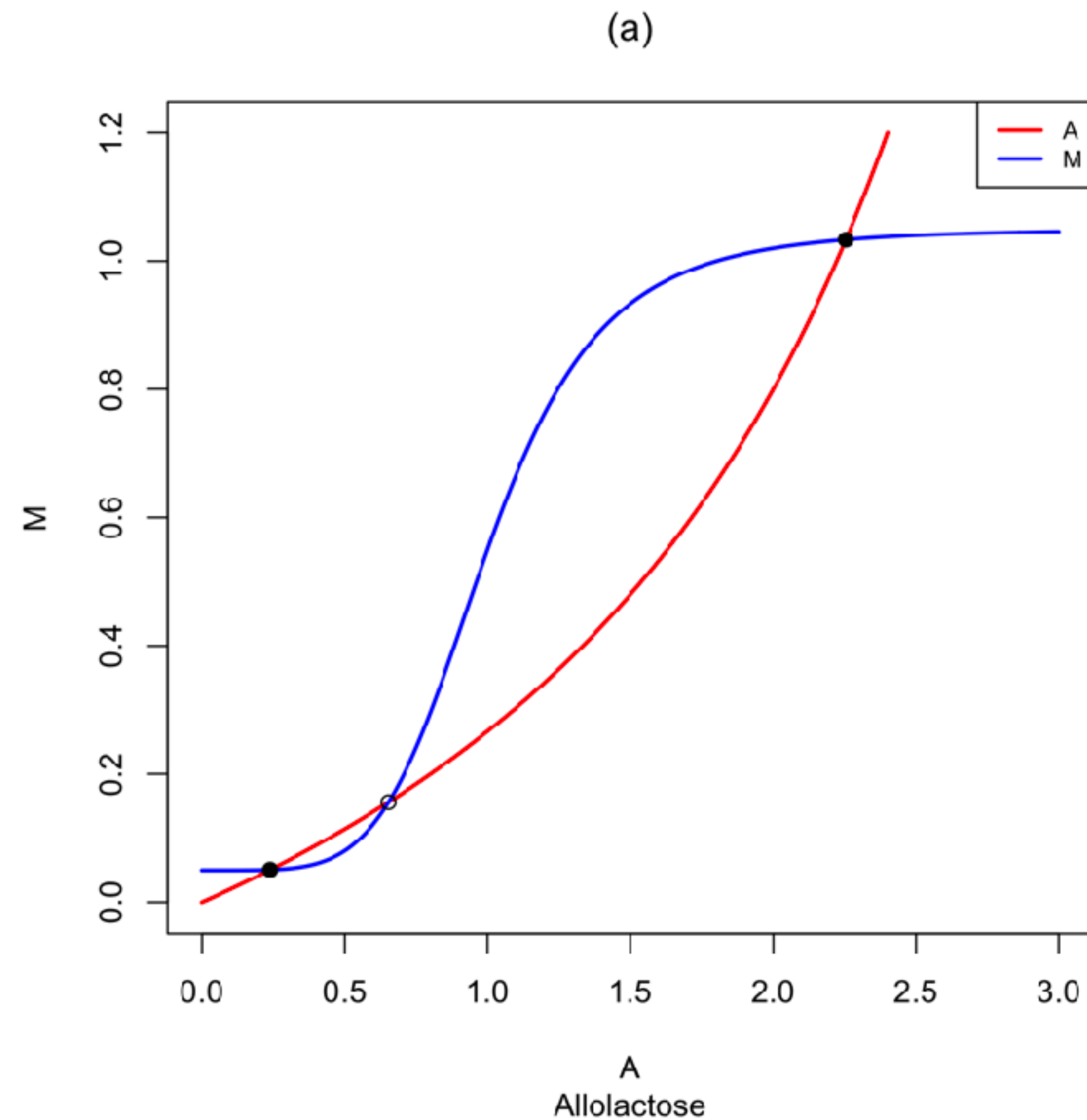
# Inderdaad, vrij complexe nullclines



# Inderdaad, vrij complexe nullclines

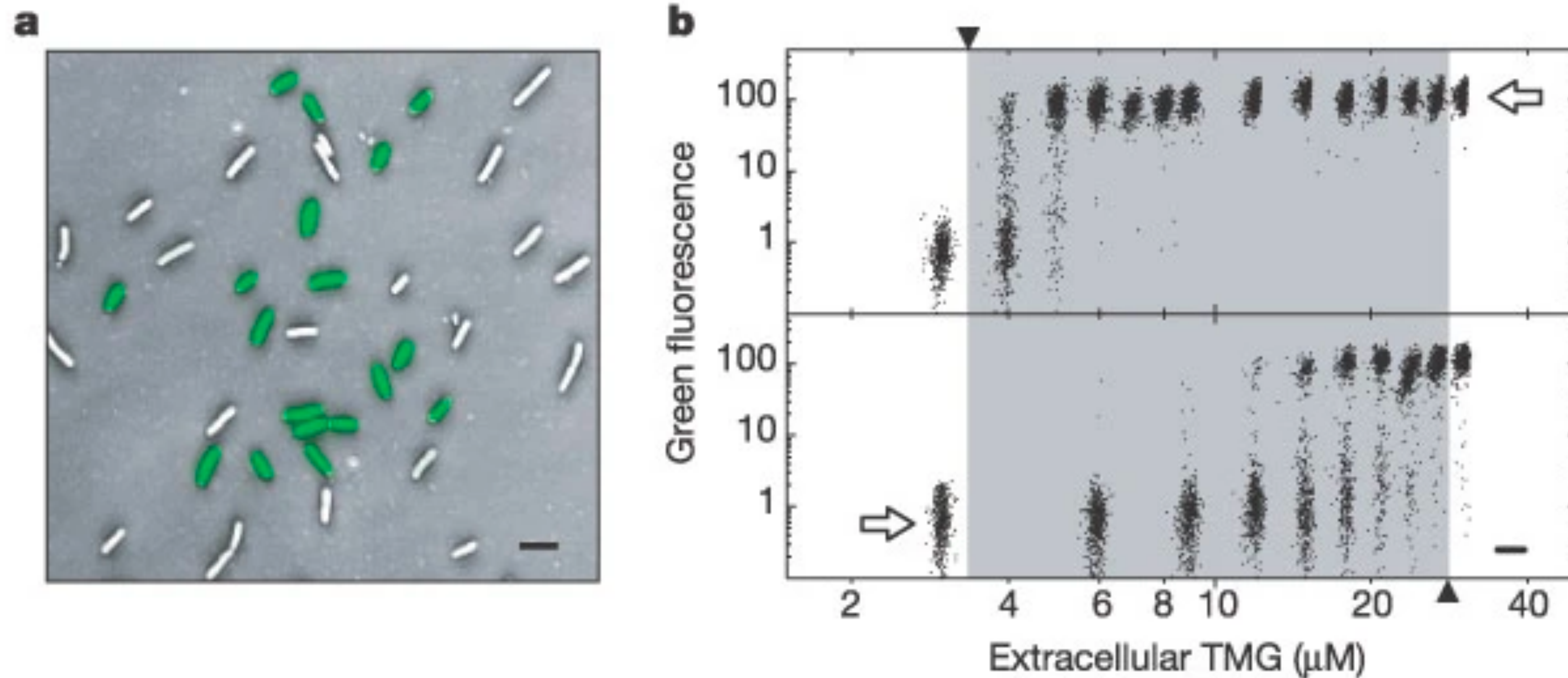


# Inderdaad, vrij complexe nullclines

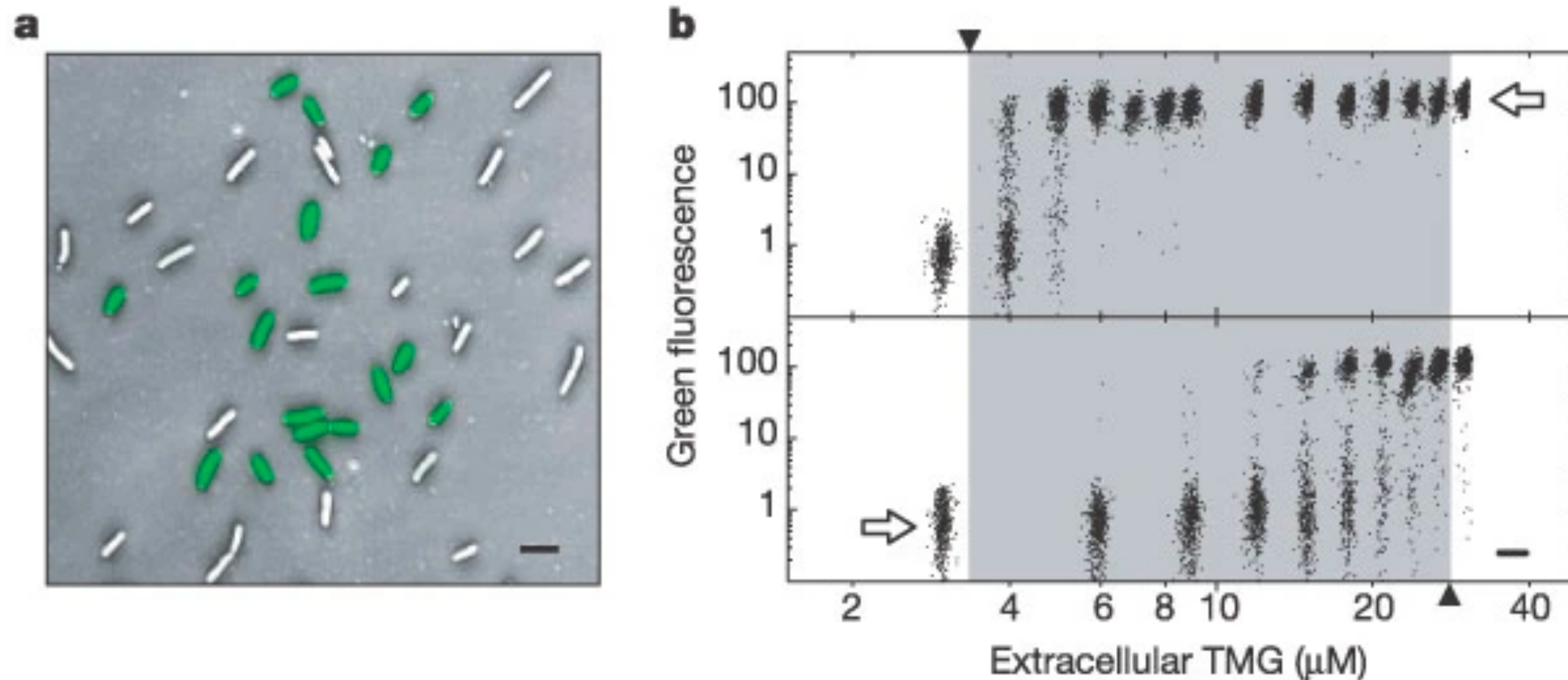


Met twee (niet-triviale) attractoren!

# Wisselen tussen de evenwichten is moeilijk!

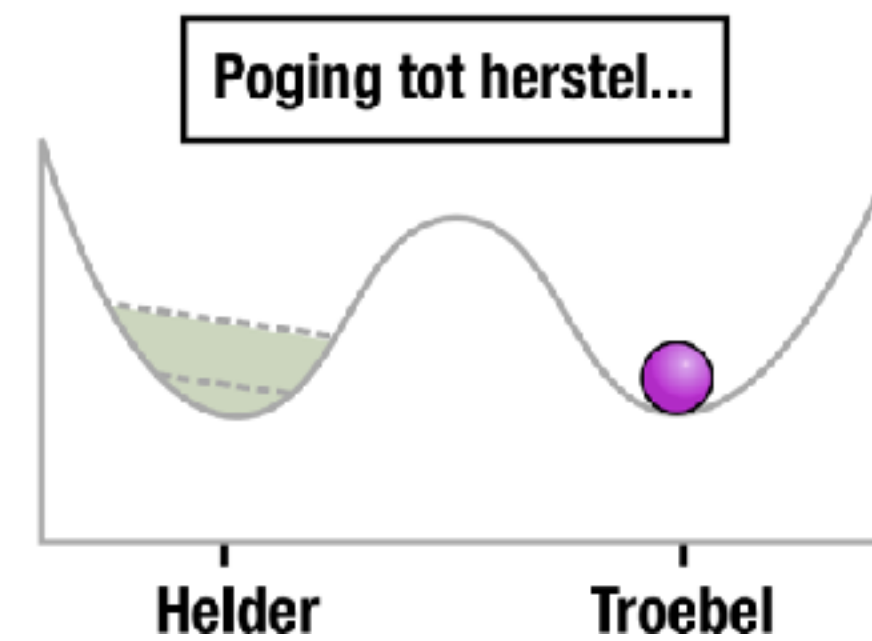
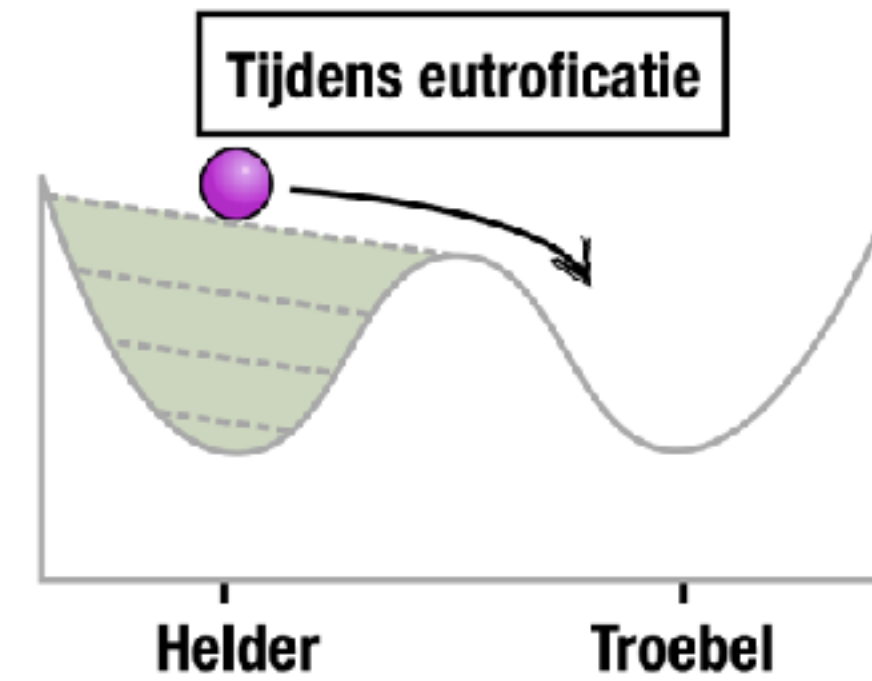
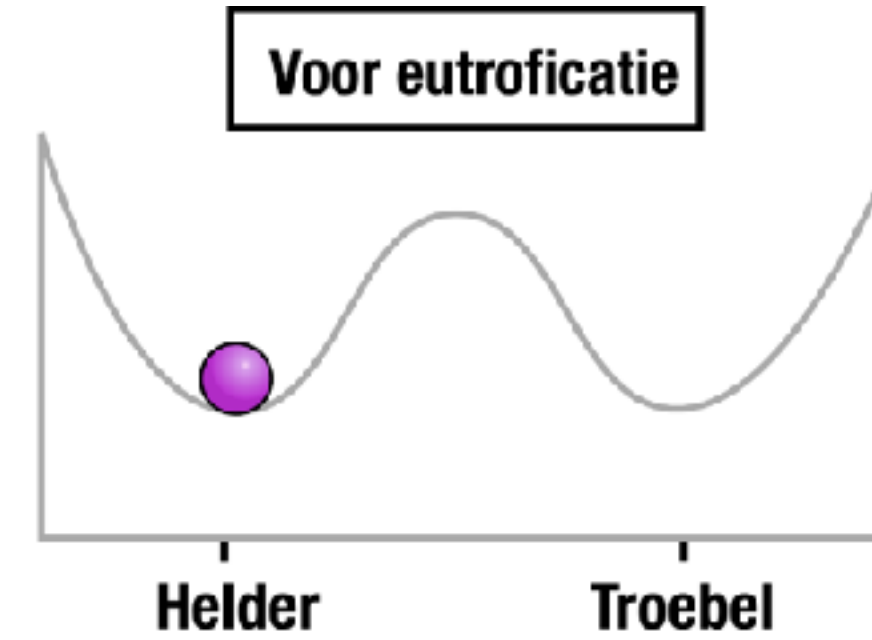


# Wisselen tussen de evenwichten is moeilijk!

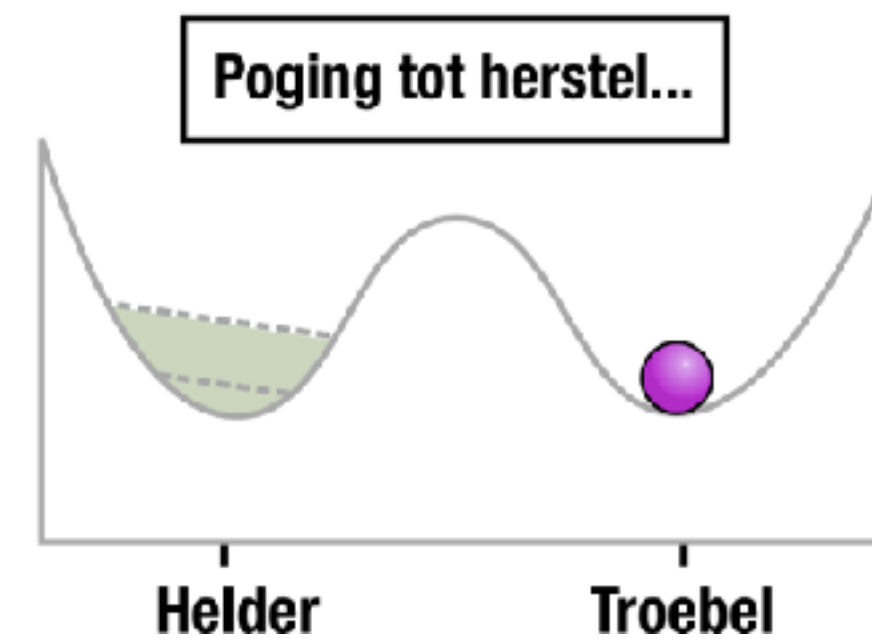
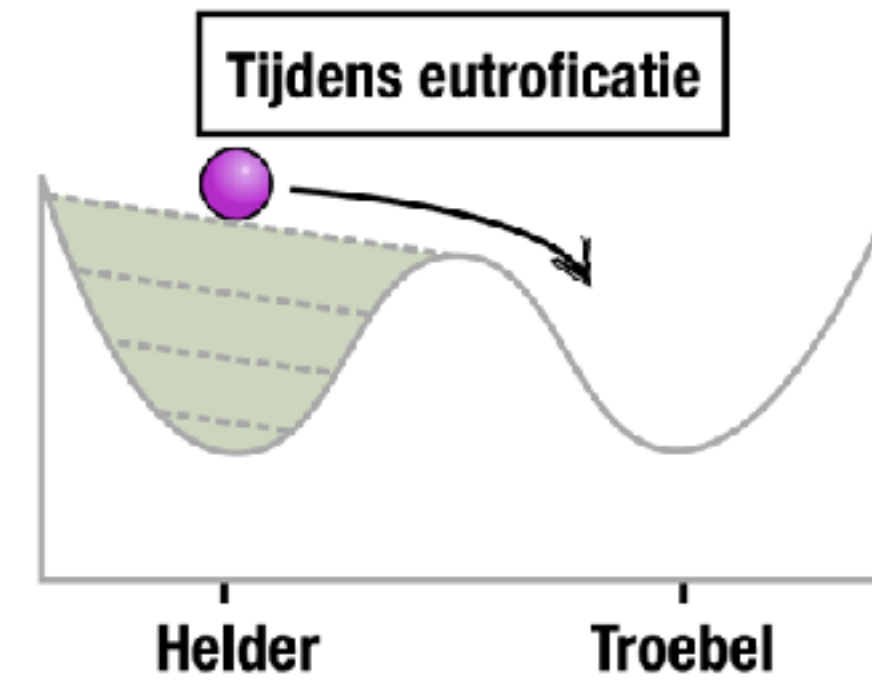
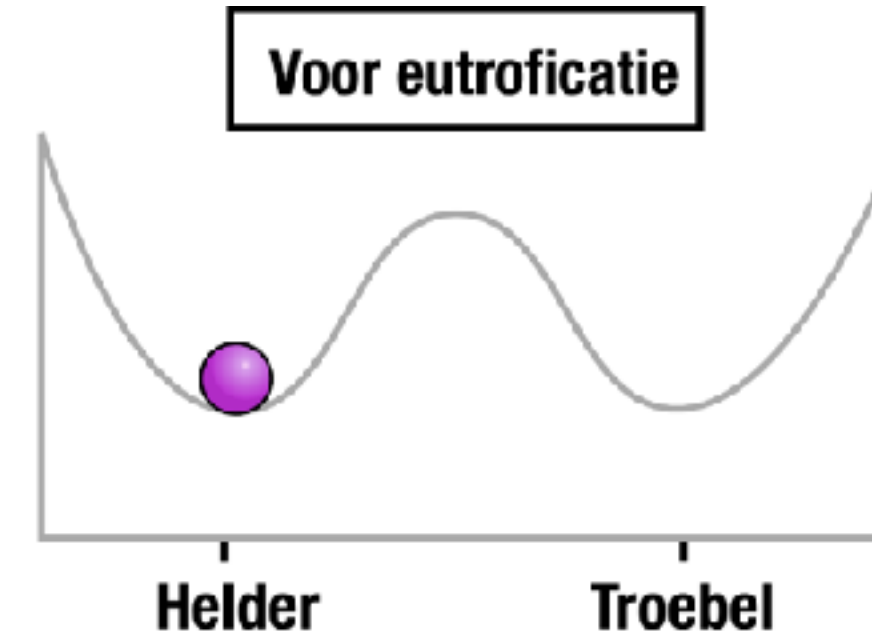


Twee kantelpunten (zwarte driehoekjes), maar op een andere plek afhankelijk of je van boven of van onder komt (witte pijltjes)!

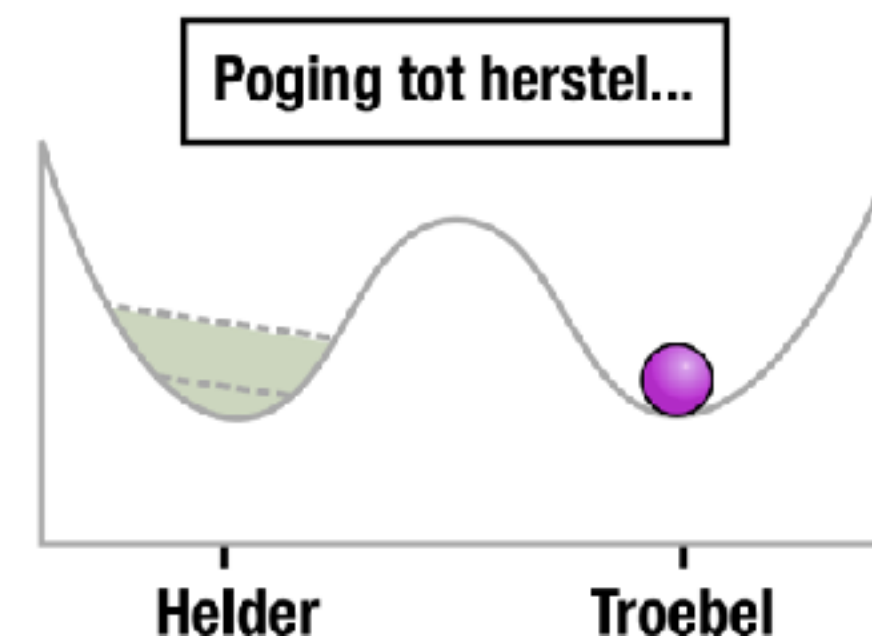
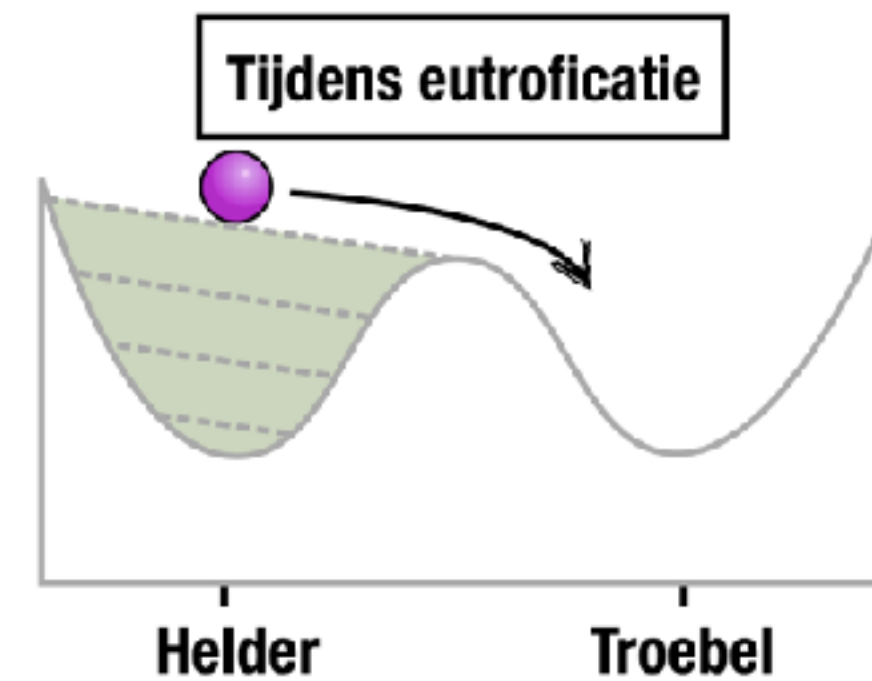
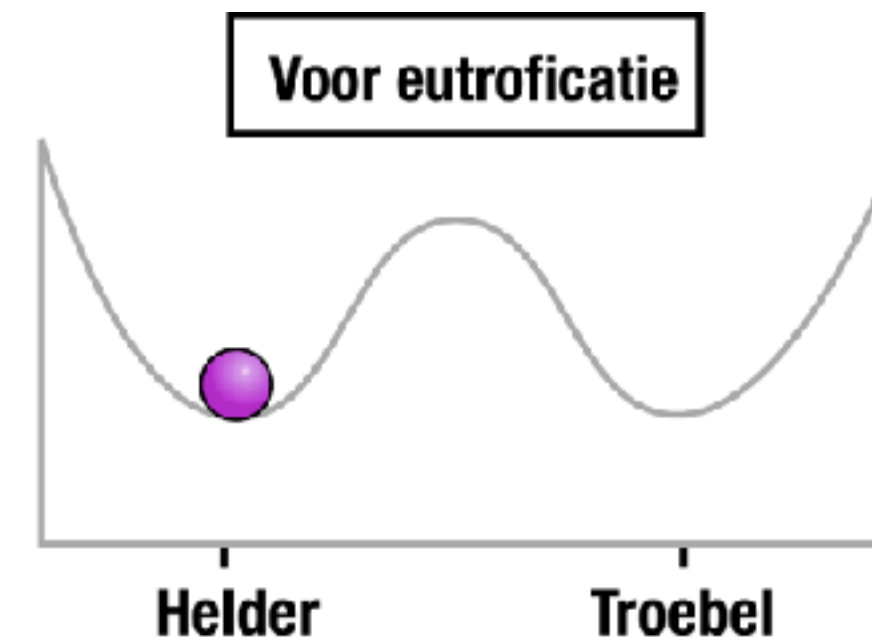
# Hysteresis:



# Hysteresis:

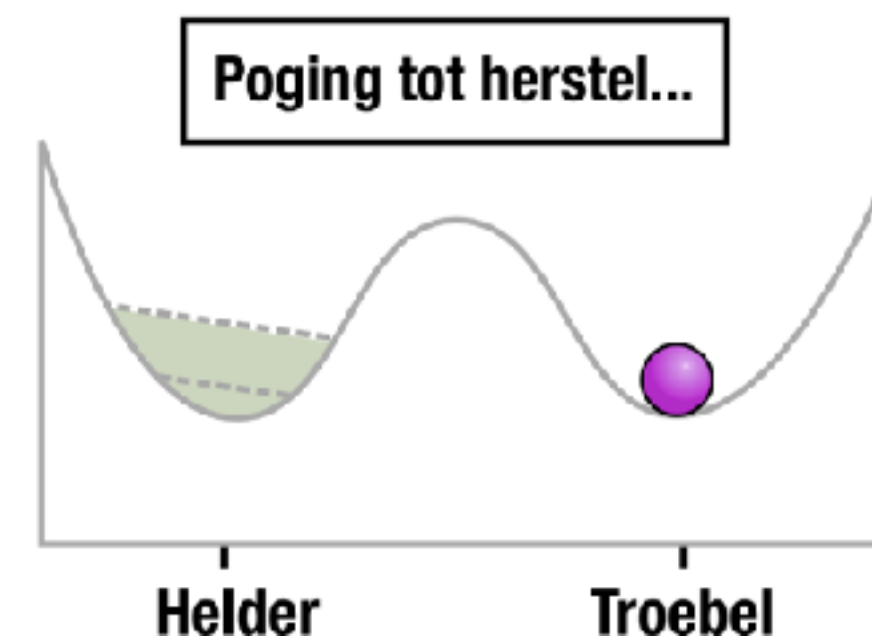
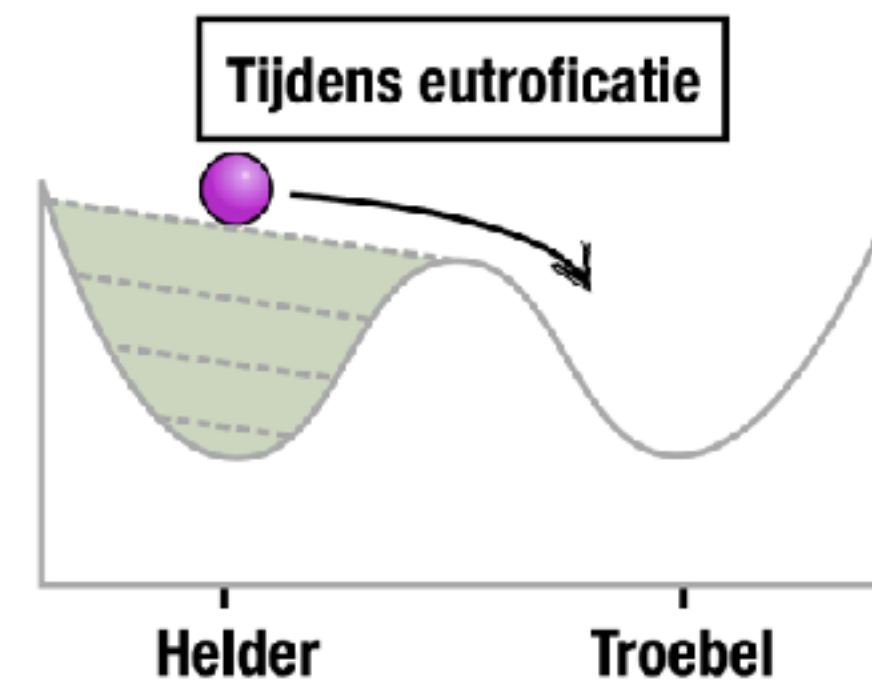
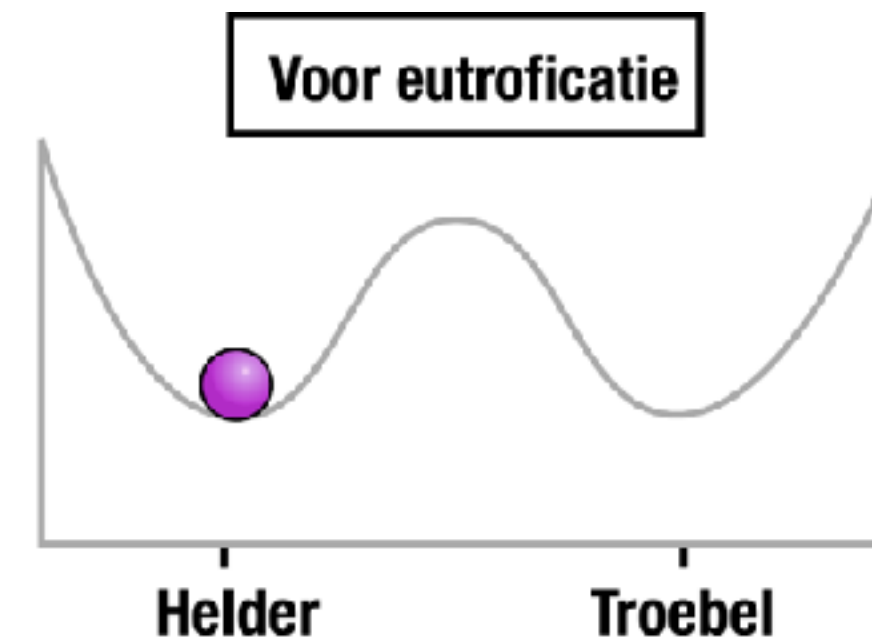


# Hysteresis:



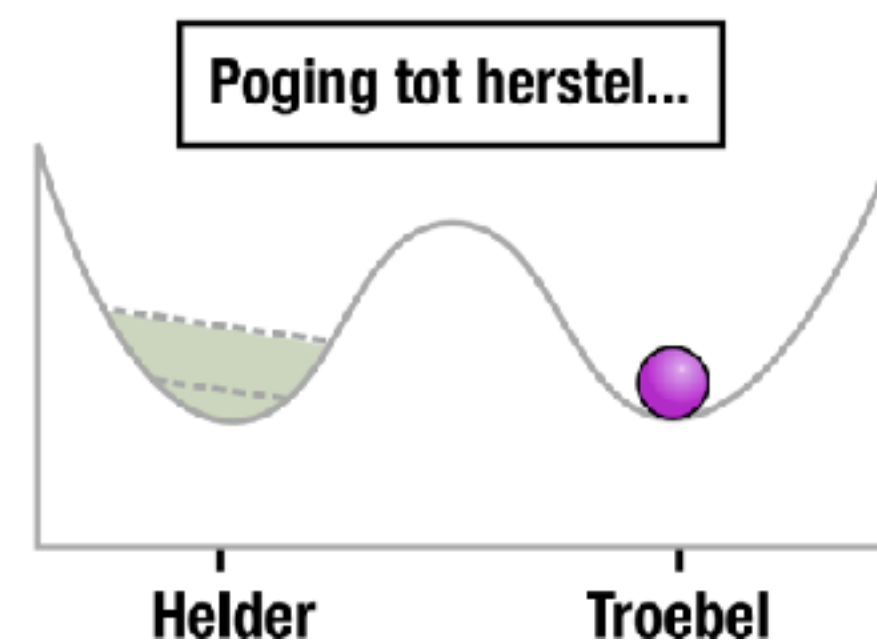
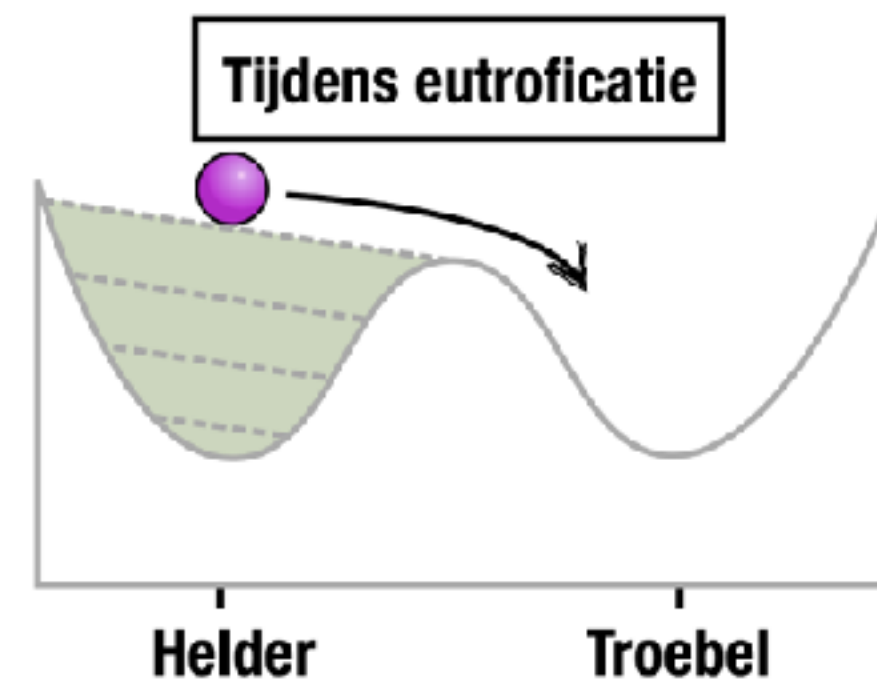
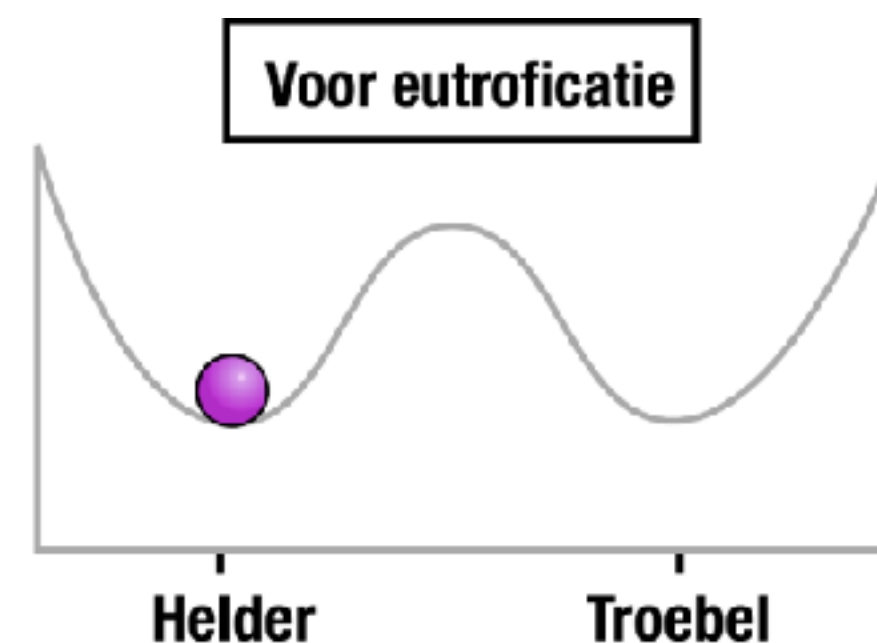
- Meerdere evenwichten, met daartussen een “tipping point” (zadelpunt!)

# Hysteresis:



- Meerdere evenwichten, met daartussen een “tipping point” (zadelpunt!)
- Daarna lastig om terug te krijgen in het “gewenste” evenwicht (en: een **stabiel** evenwicht is niet altijd een **goed** evenwicht!)

# Hysteresis:



- Meerdere evenwichten, met daartussen een “tipping point” (zadelpunt!)
- Daarna lastig om terug te krijgen in het “gewenste” evenwicht (en: een **stabiel** evenwicht is niet altijd een **goed** evenwicht!)
- Van toepassing op vele schalen: genexpressie (lac-operon), eutroficatie, klimaat...

# Even terug naar het eerste voorbeeld

## Even terug naar het eerste voorbeeld

$$\frac{dM}{dt} = \frac{eG}{G+h} - dM$$

$$\frac{dE}{dt} = vM - \delta E$$

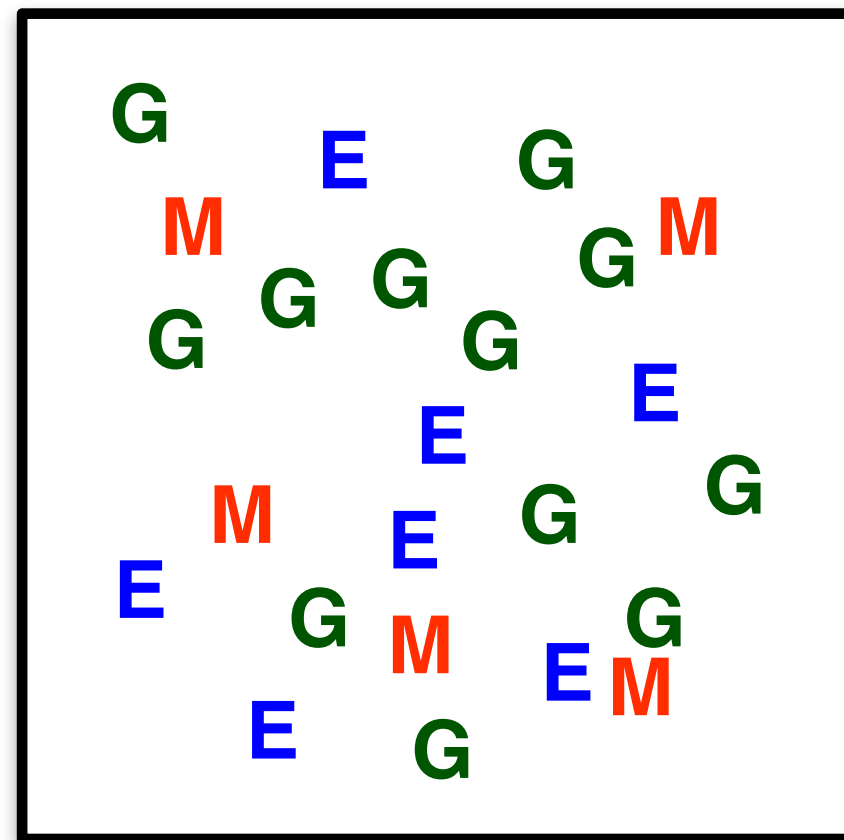
$$\frac{dG}{dt} = pE - \kappa G$$

# Even terug naar het eerste voorbeeld

$$\frac{dM}{dt} = \frac{eG}{G+h} - dM$$

$$\frac{dE}{dt} = vM - \delta E$$

$$\frac{dG}{dt} = pE - \kappa G$$



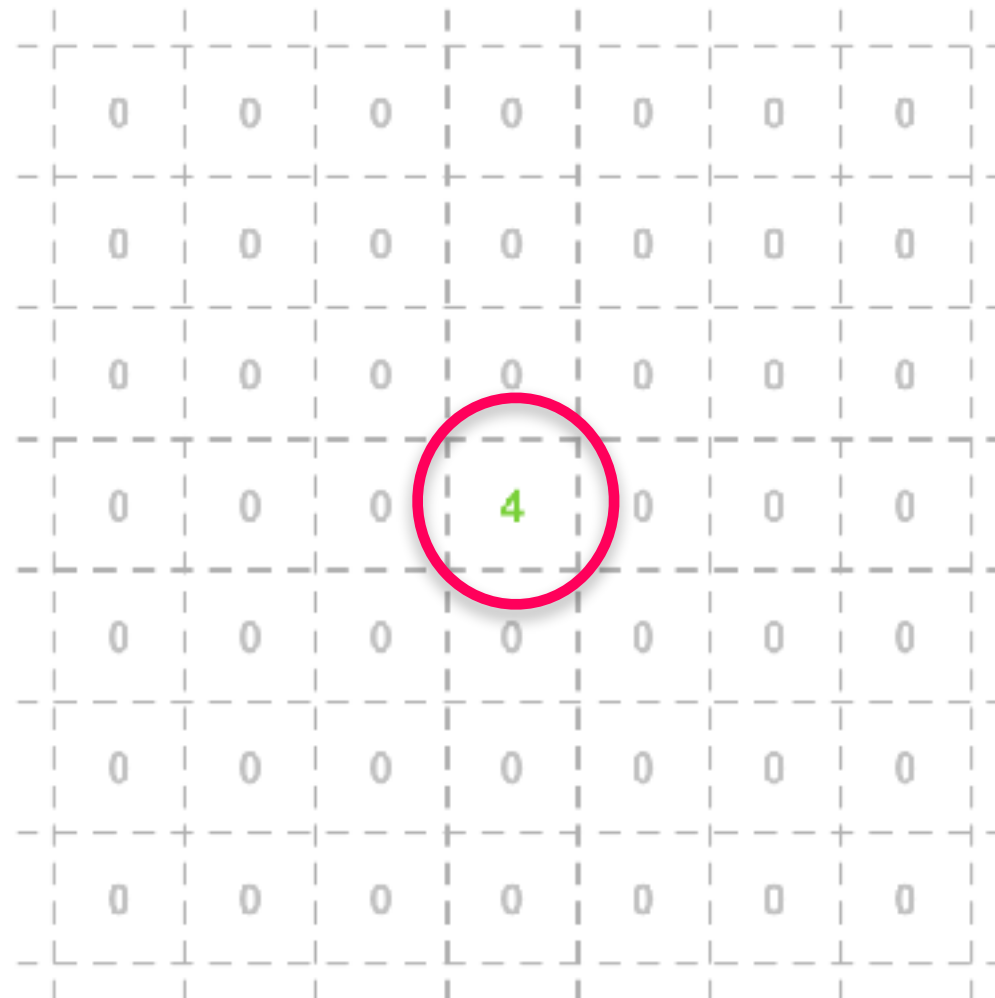
# Diffusie tussen hokjes

Stap 0

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

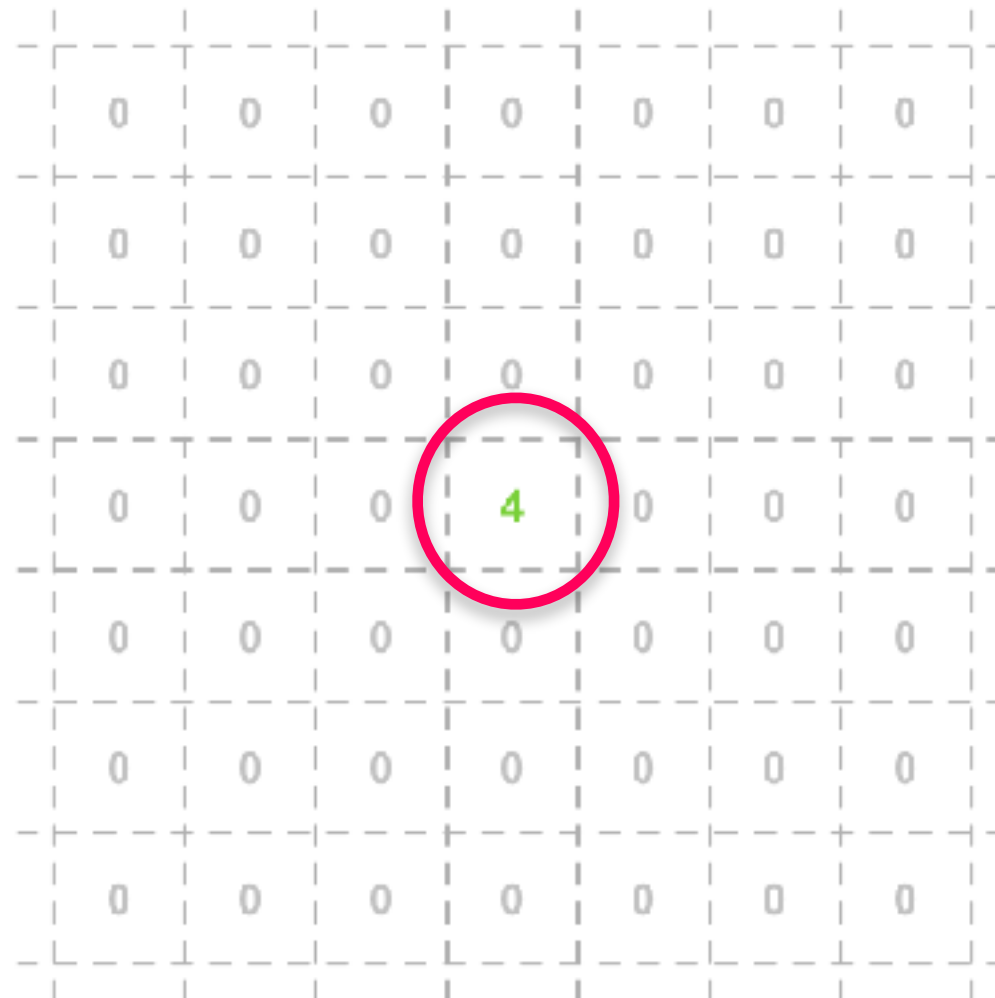
# Diffusie tussen hokjes

Stap 0

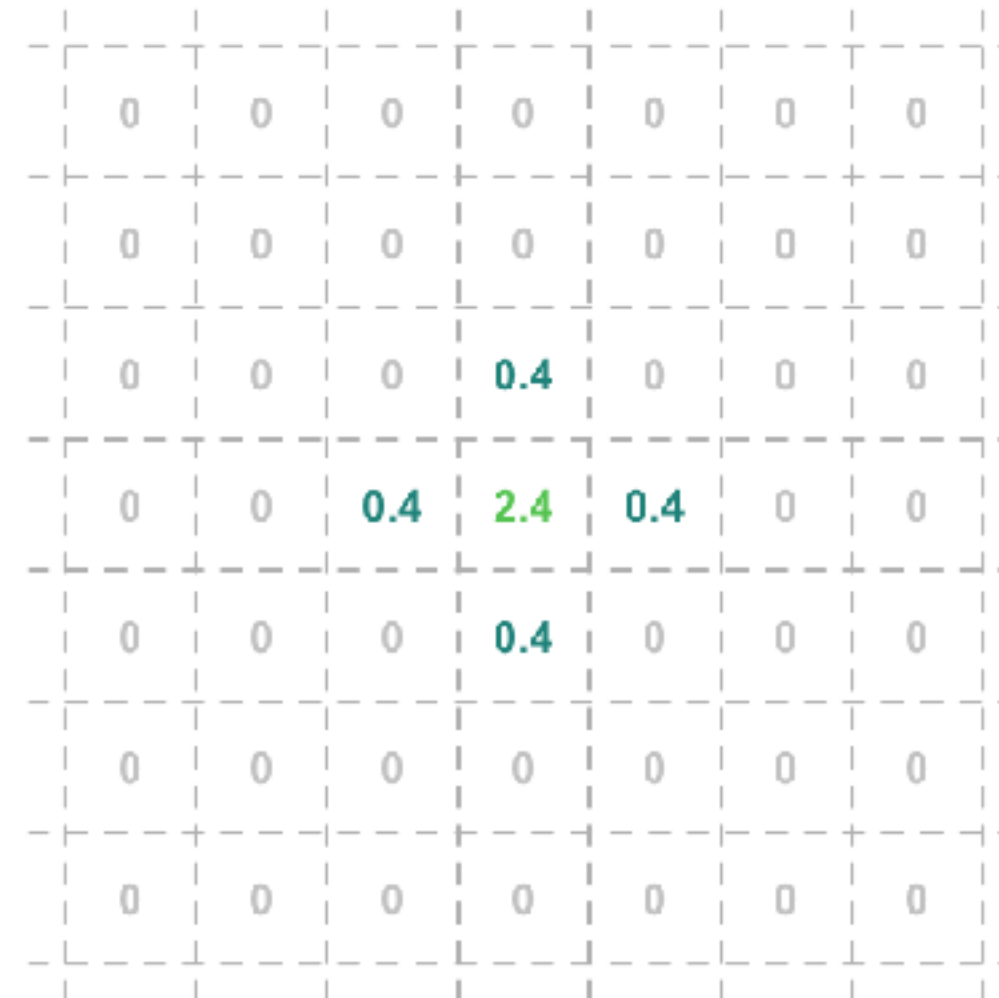


# Diffusie tussen hokjes

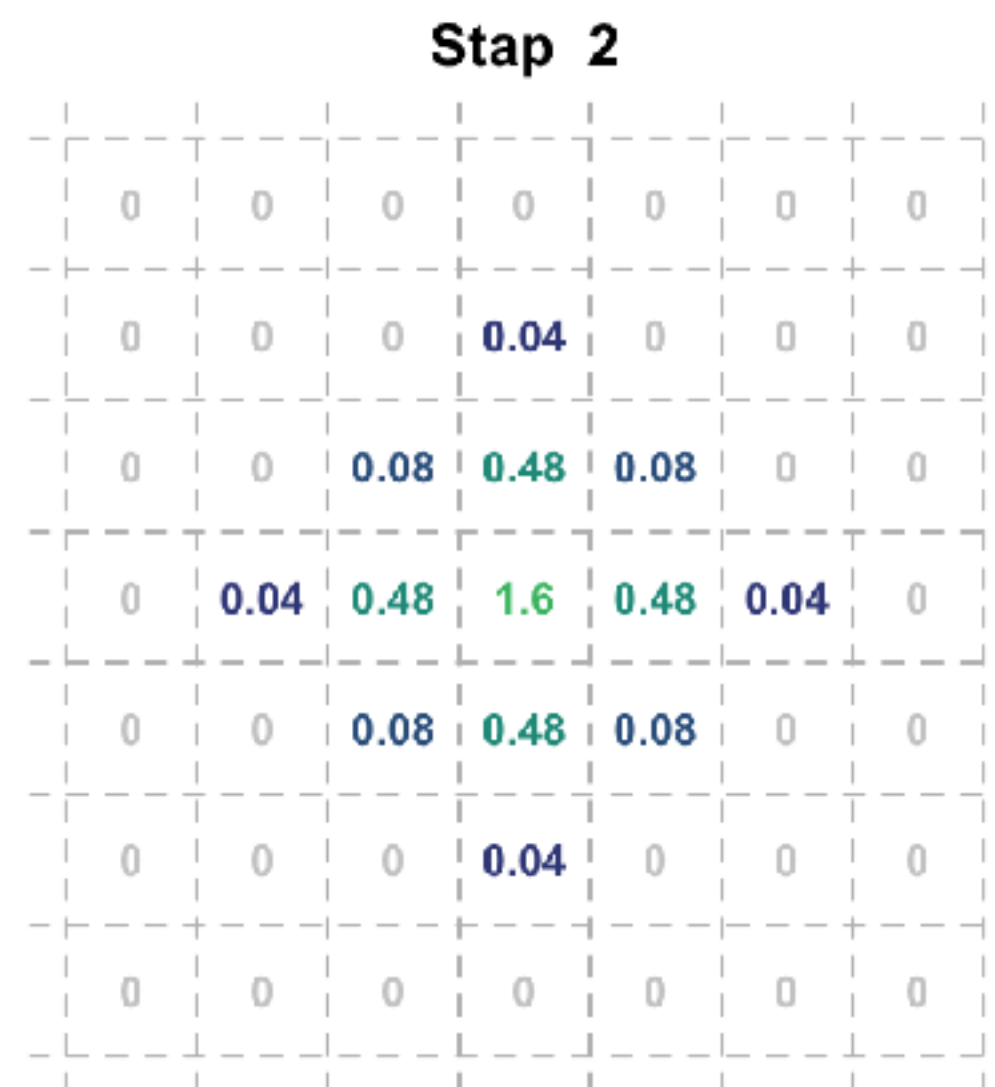
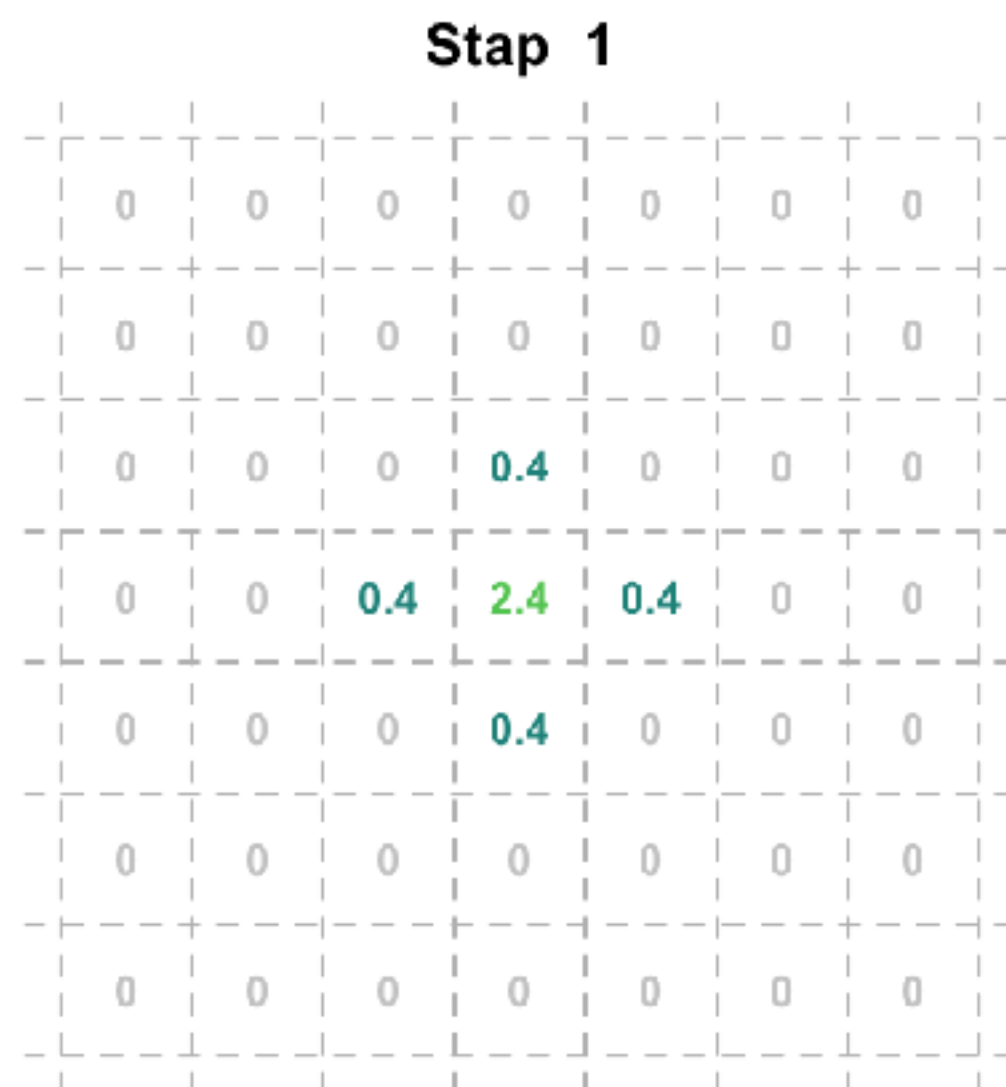
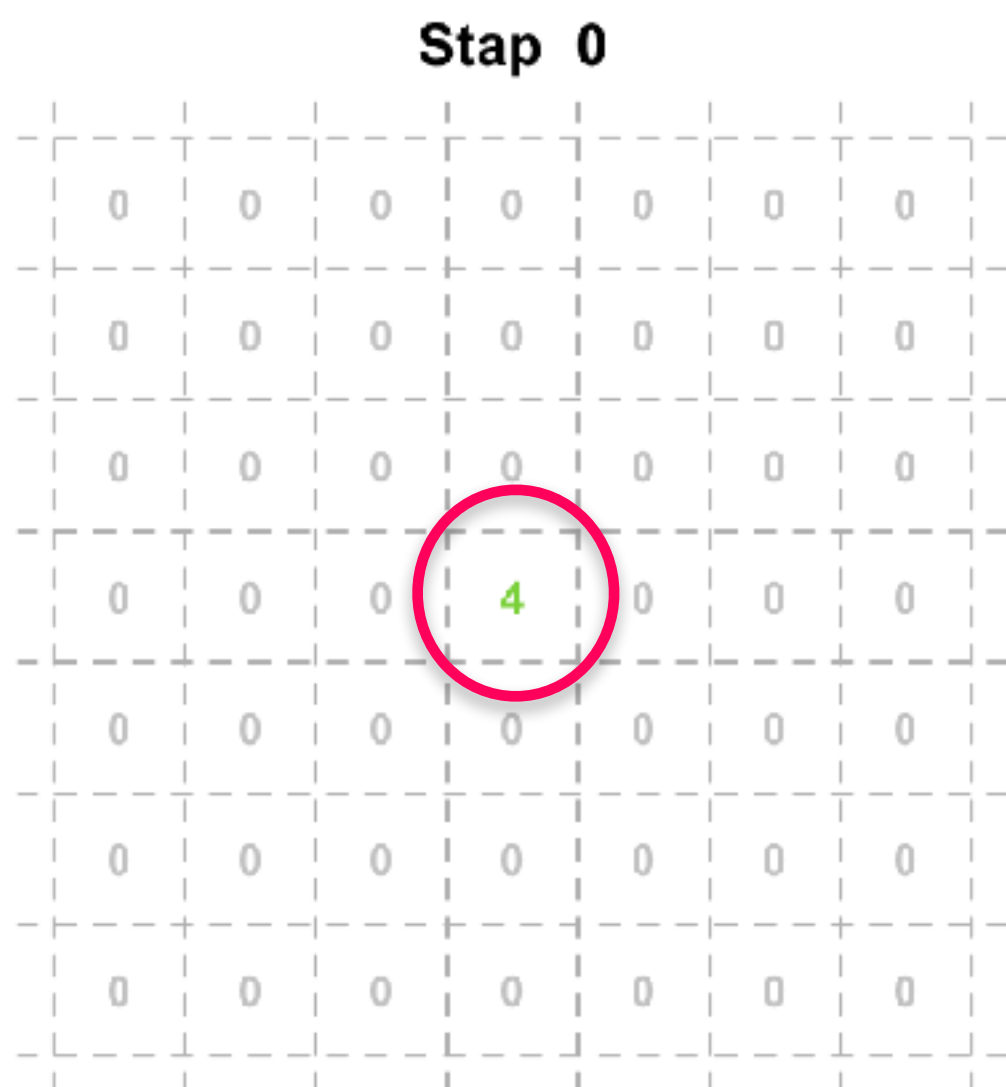
Stap 0



Stap 1



# Diffusie tussen hokjes



# Diffusie tussen hokjes

Stap 0

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Stap 1

|   |   |     |     |     |   |   |   |
|---|---|-----|-----|-----|---|---|---|
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0.4 | 0   | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.4 | 2.4 | 0.4 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0.4 | 0   | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |

Stap 2

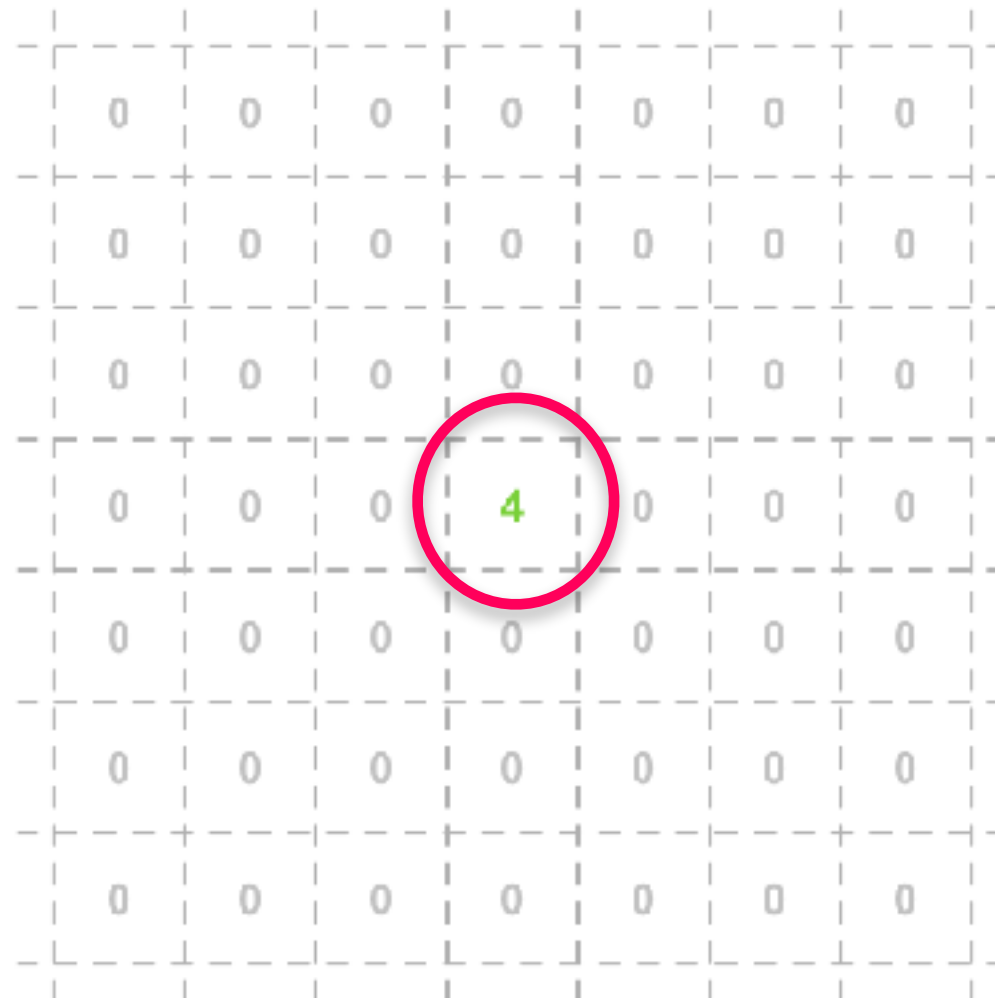
|   |      |      |      |      |      |   |   |
|---|------|------|------|------|------|---|---|
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0.04 | 0    | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0.08 | 0.48 | 0.08 | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0.04 | 0.48 | 1.6  | 0.48 | 0.04 | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0.08 | 0.48 | 0.08 | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0.04 | 0    | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 |

Stap 3

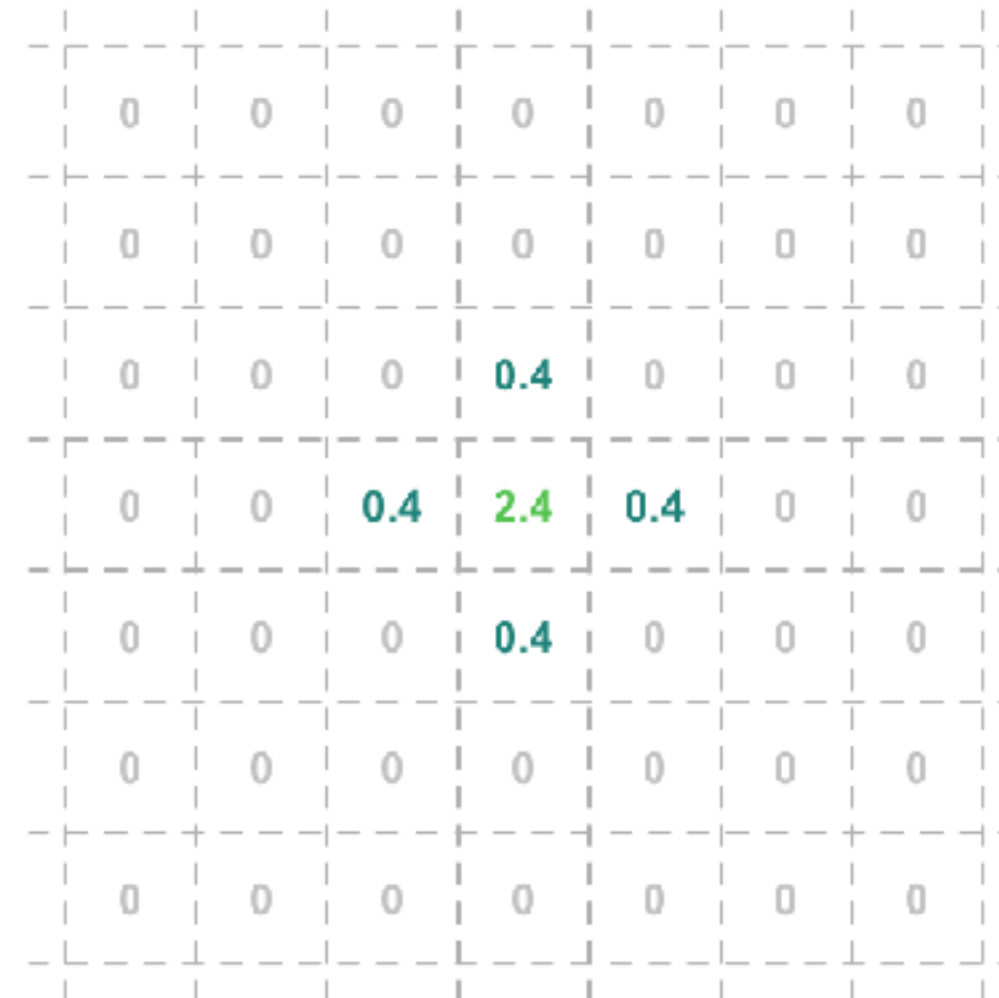
|   |      |      |      |      |      |   |   |
|---|------|------|------|------|------|---|---|
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0.01 | 0.07 | 0.01 | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0.01 | 0.14 | 0.47 | 0.14 | 0.01 | 0 | 0 |
| 0 | 0.07 | 0.47 | 1.15 | 0.47 | 0.07 | 0 | 0 |
| 0 | 0.01 | 0.14 | 0.47 | 0.14 | 0.01 | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0.01 | 0.07 | 0.01 | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 |

# Diffusie tussen hokjes

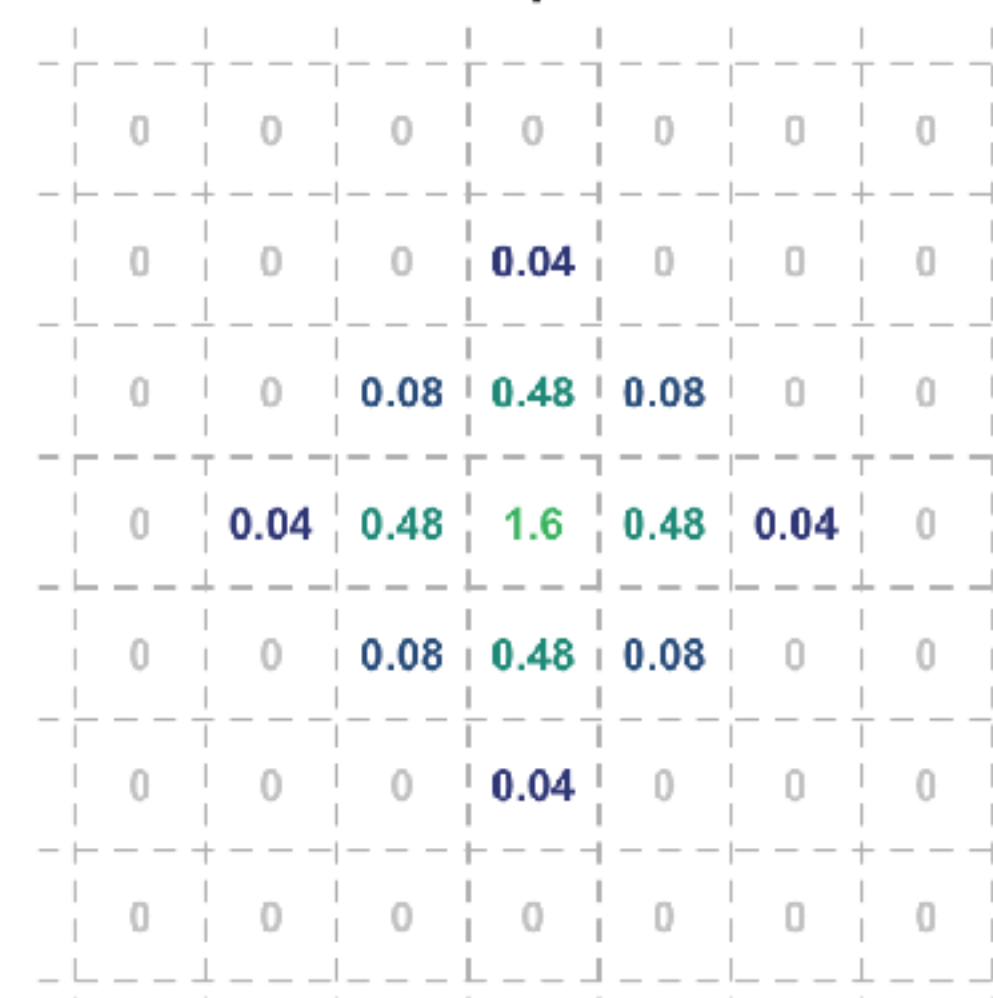
Stap 0



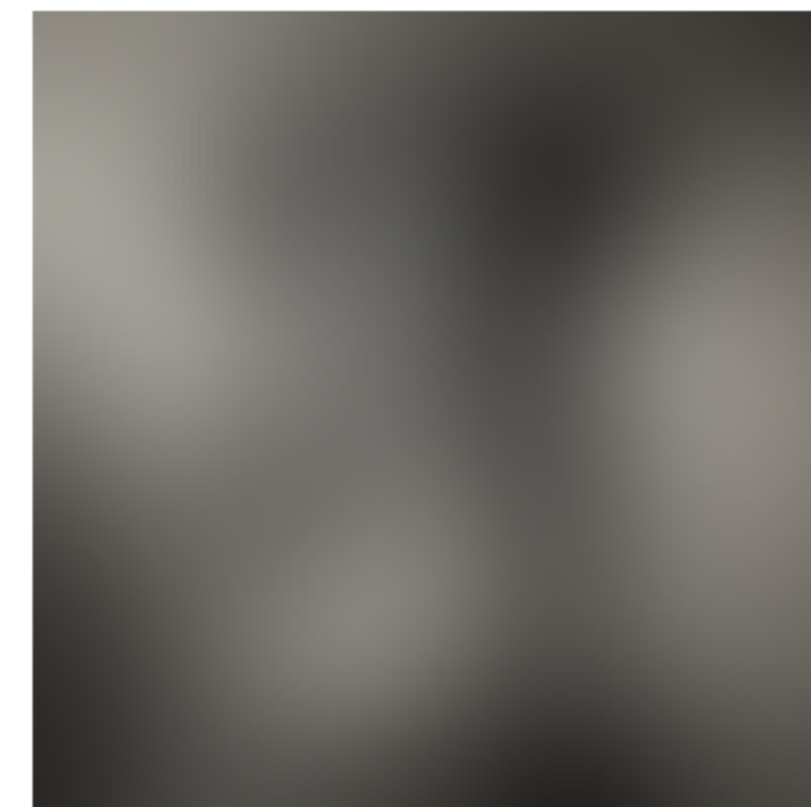
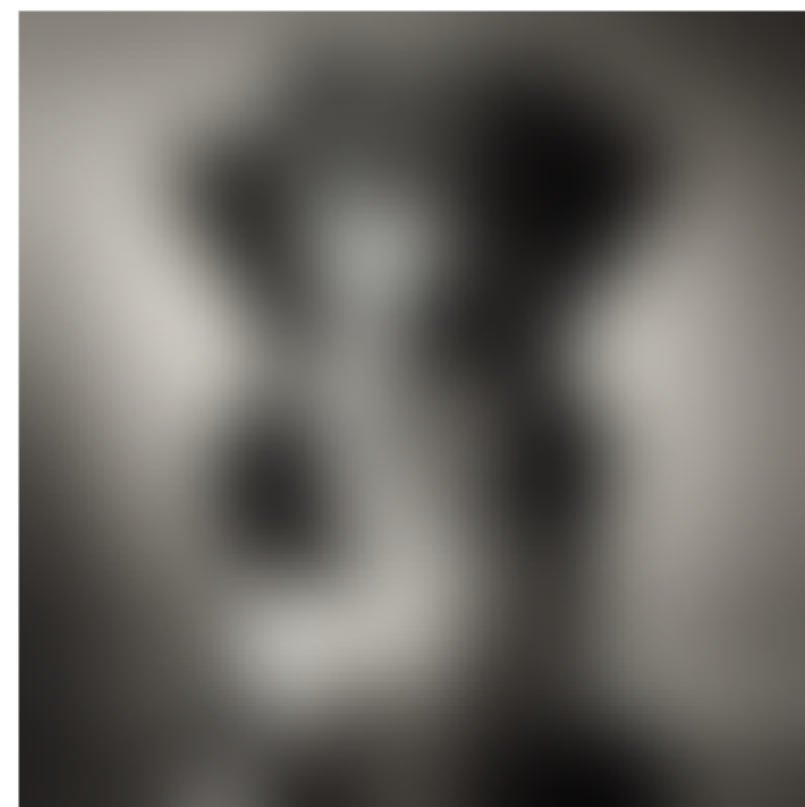
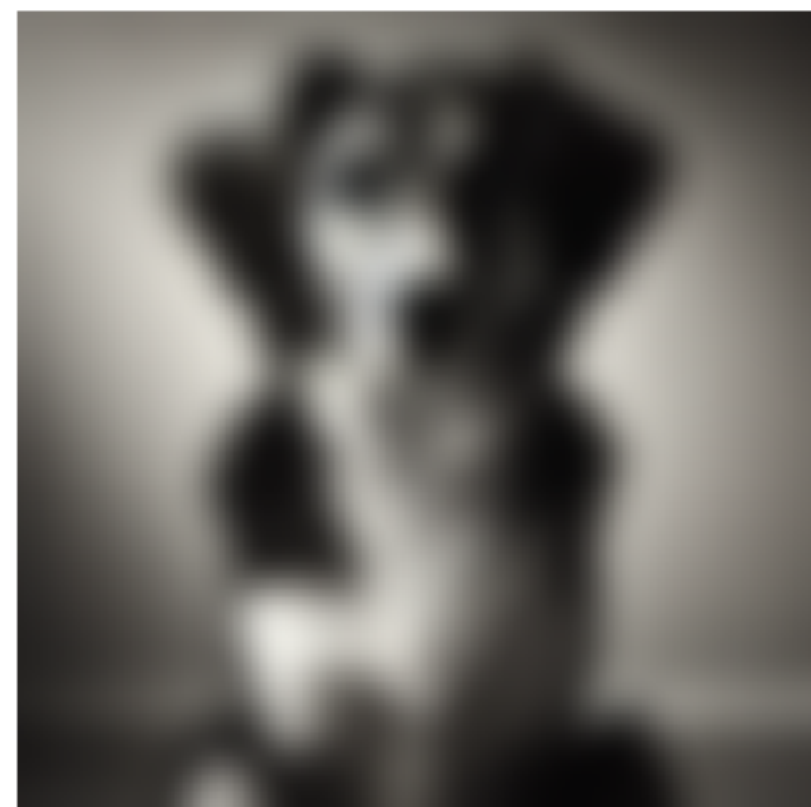
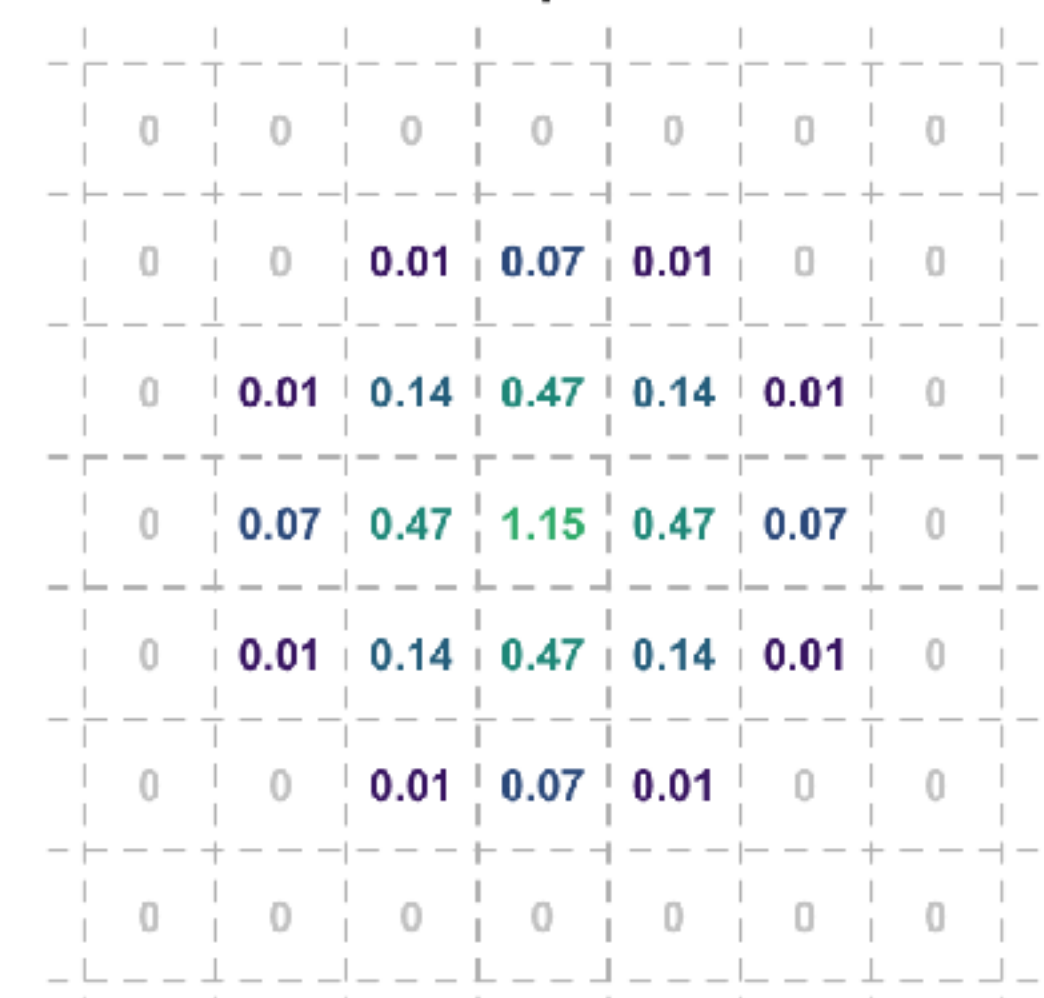
Stap 1



Stap 2



Stap 3



# De reacties van zojuist, maar nu in hokjes

$$\frac{dM}{dt} = \frac{eG}{G+h} - dM$$

$$\frac{dE}{dt} = vM - \delta E$$

$$\frac{dG}{dt} = pE - \kappa G$$



# Tot nu toe vervaagd alles alleen maar...

Stap 0

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Stap 1

|   |   |     |     |     |   |   |
|---|---|-----|-----|-----|---|---|
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0.4 | 0   | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.4 | 2.4 | 0.4 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0.4 | 0   | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0   | 0   | 0   | 0 | 0 |

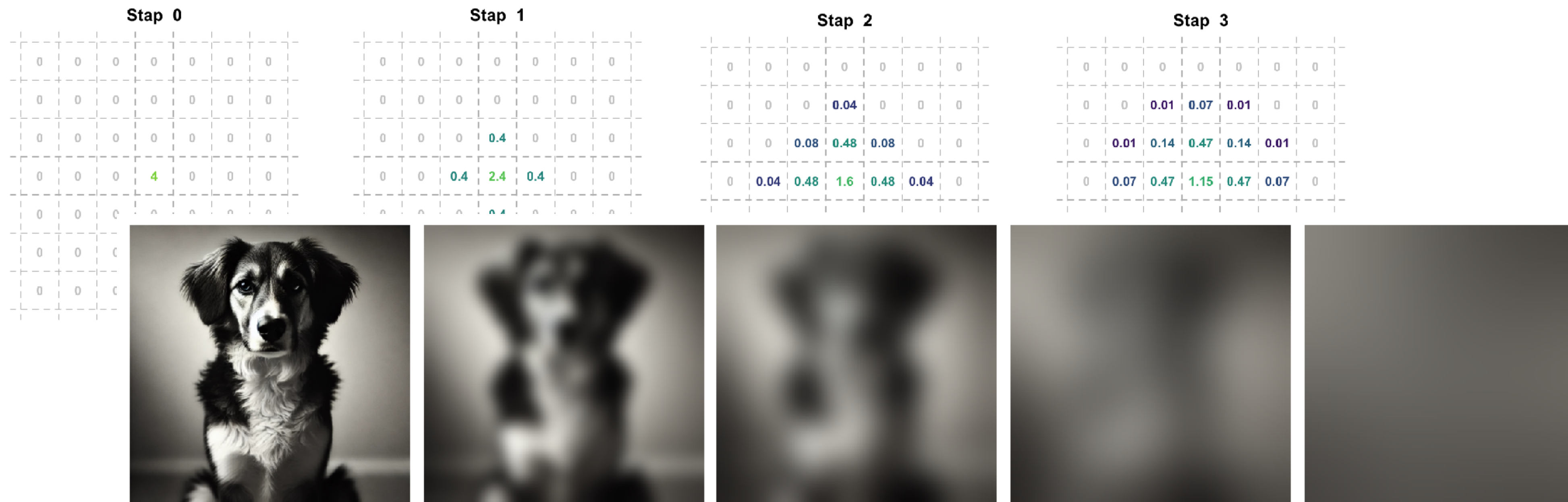
Stap 2

|   |      |      |      |      |      |   |
|---|------|------|------|------|------|---|
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0.04 | 0    | 0    | 0 |
| 0 | 0    | 0.08 | 0.48 | 0.08 | 0    | 0 |
| 0 | 0.04 | 0.48 | 1.6  | 0.48 | 0.04 | 0 |
| 0 | 0    | 0.08 | 0.48 | 0.08 | 0    | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0.04 | 0    | 0    | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |

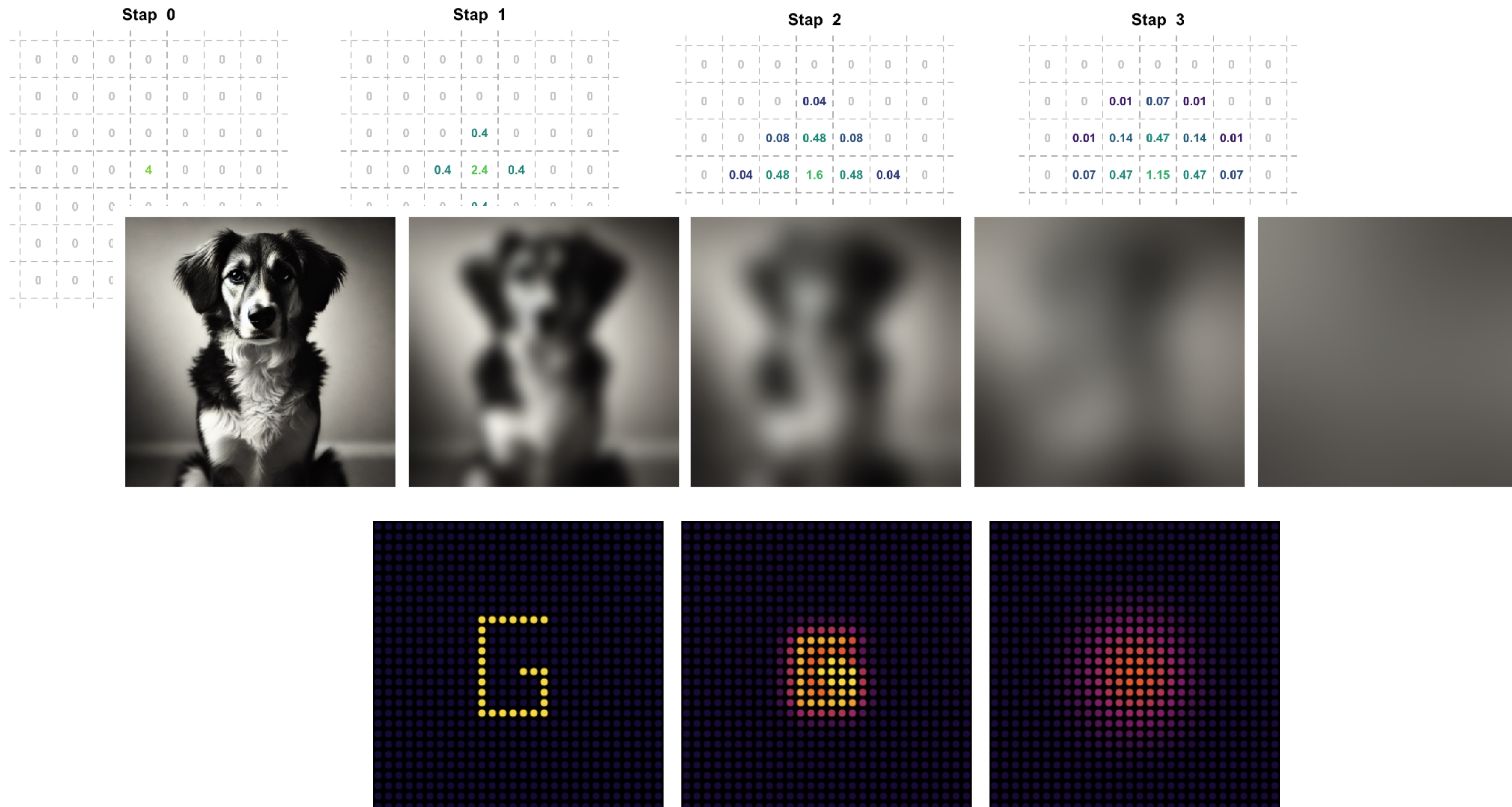
Stap 3

|   |      |      |      |      |      |   |
|---|------|------|------|------|------|---|
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |
| 0 | 0    | 0.01 | 0.07 | 0.01 | 0    | 0 |
| 0 | 0.01 | 0.14 | 0.47 | 0.14 | 0.01 | 0 |
| 0 | 0.07 | 0.47 | 1.15 | 0.47 | 0.07 | 0 |
| 0 | 0.01 | 0.14 | 0.47 | 0.14 | 0.01 | 0 |
| 0 | 0    | 0.01 | 0.07 | 0.01 | 0    | 0 |
| 0 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 |

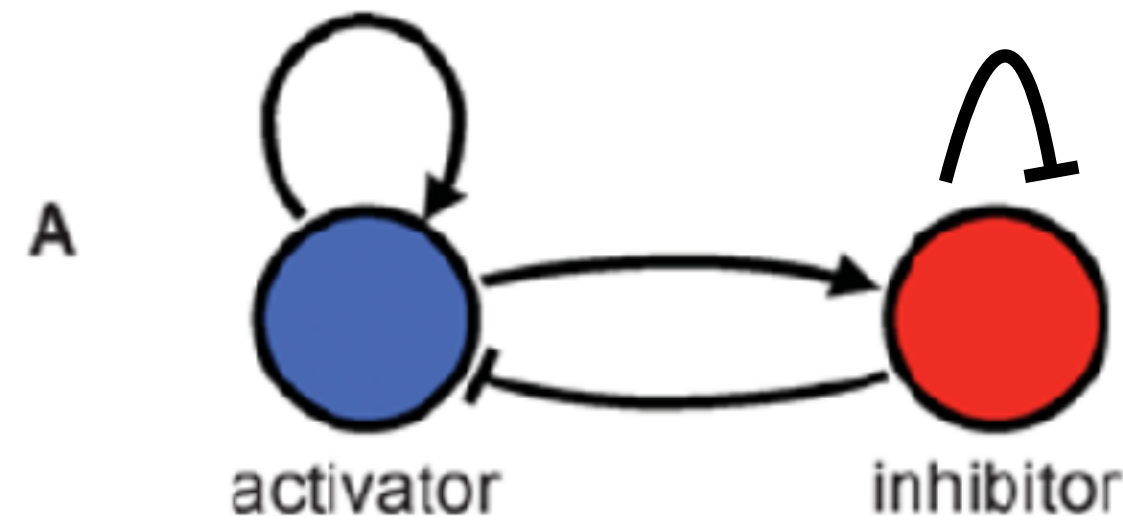
# Tot nu toe vervaagd alles alleen maar...



# Tot nu toe vervaagd alles alleen maar...



# Activators en inhibitors



$$\frac{dA}{dt} = A(k_A A - k_I I - dA^2)$$

$$\frac{dI}{dt} = I(k_A A - k_I I - dI)$$



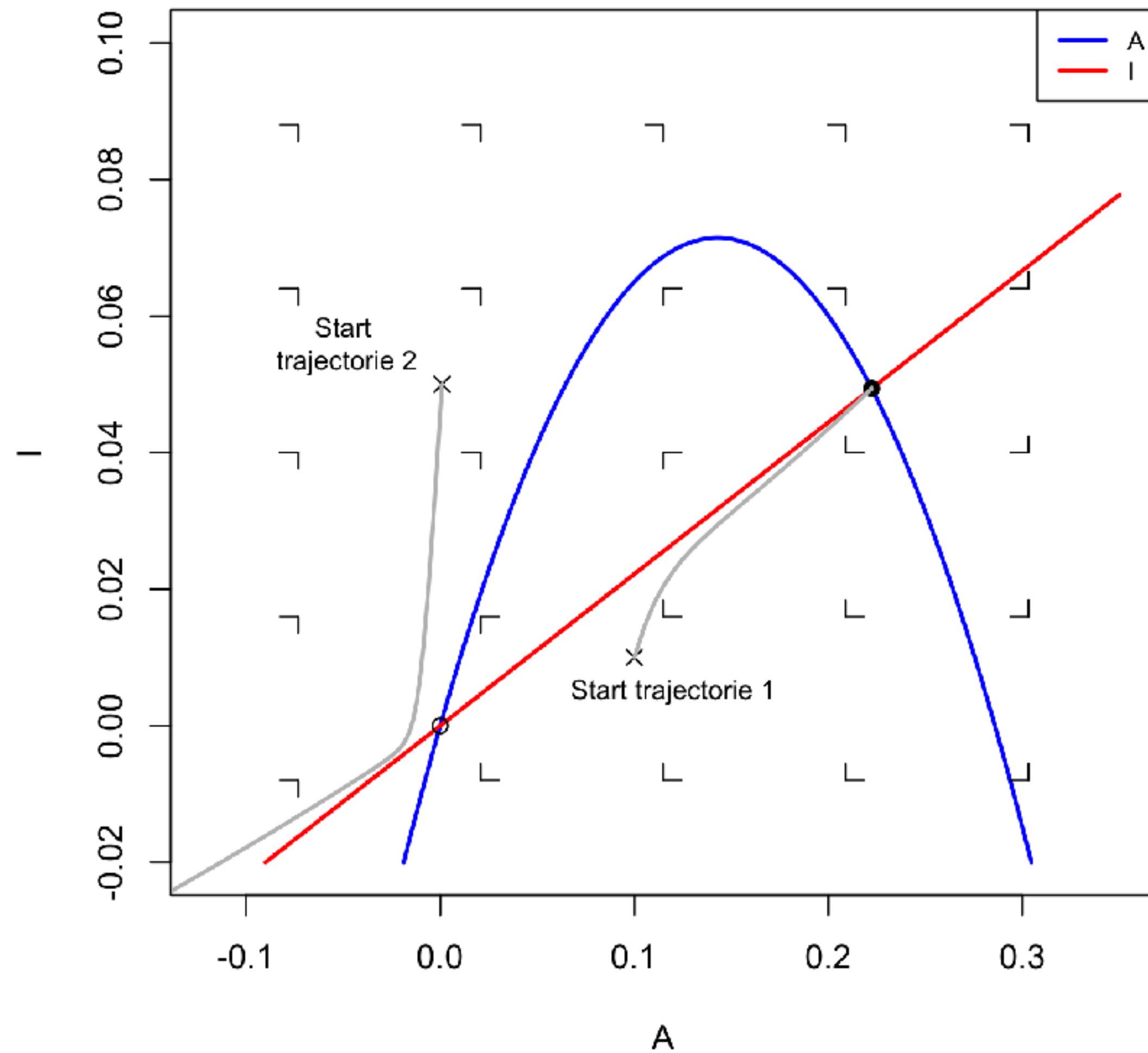
# *Activators en inhibitors*

# *Activators en inhibitors*

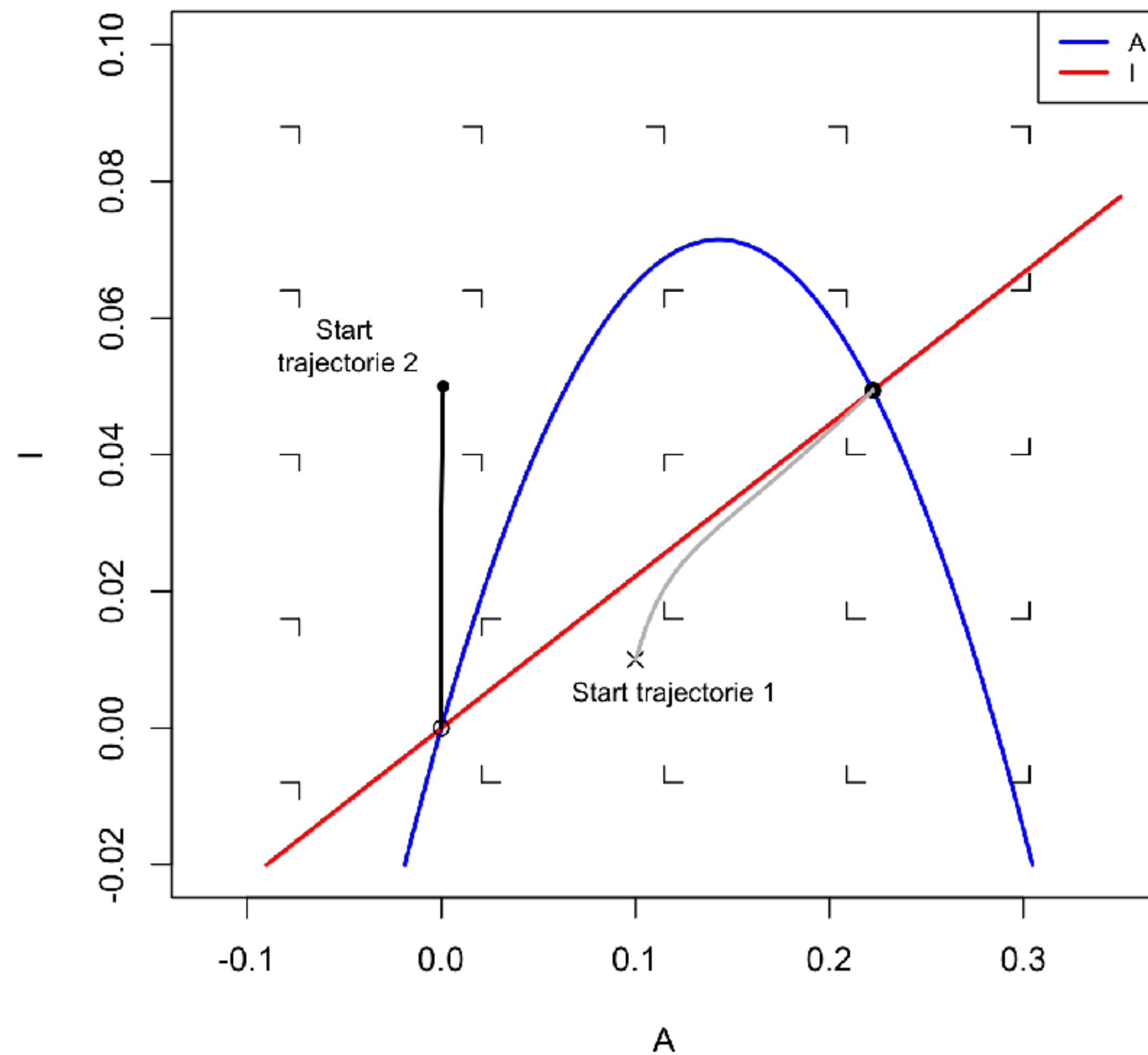
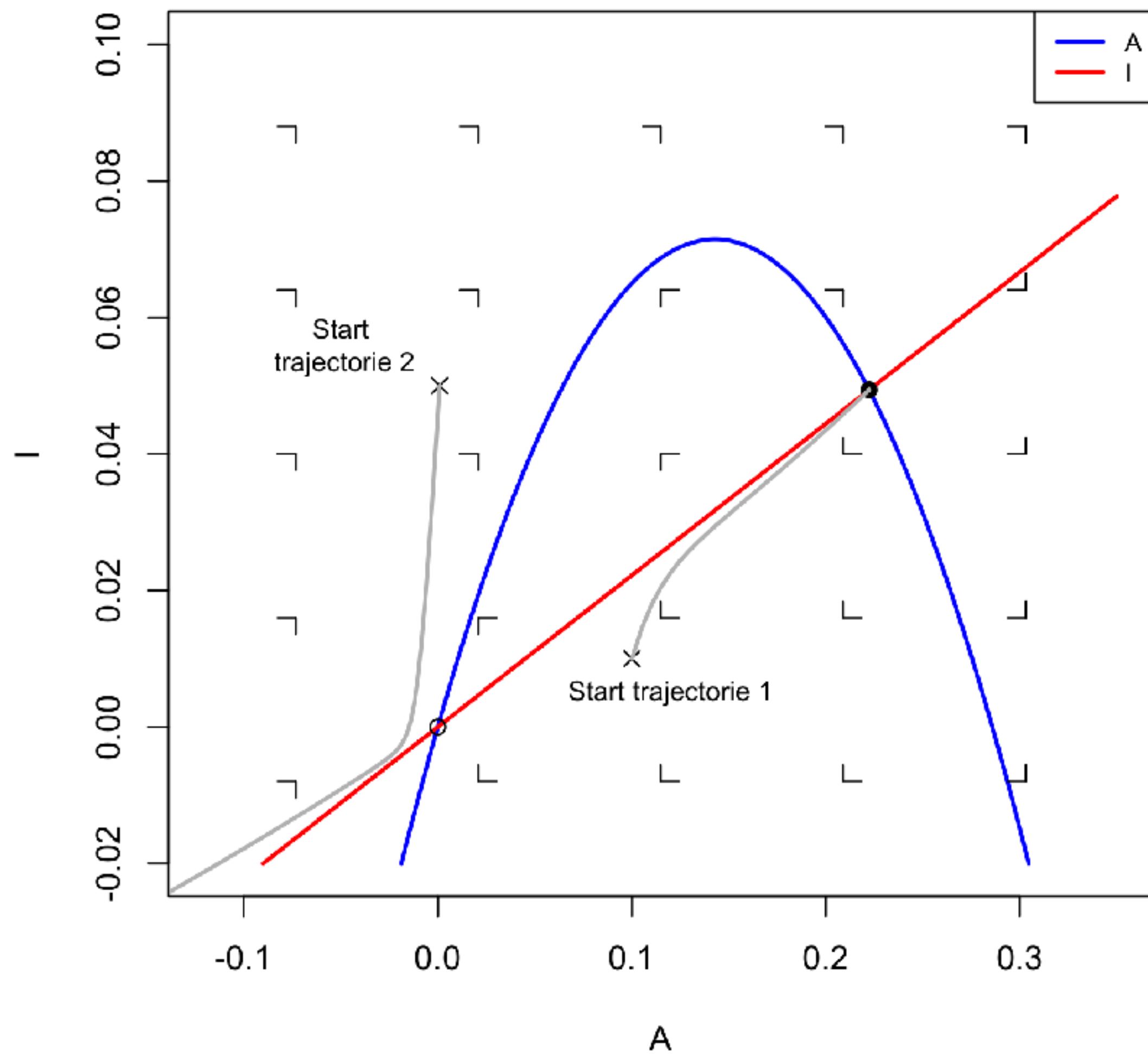


# *Activators en inhibitors*

# Activators en inhibitors

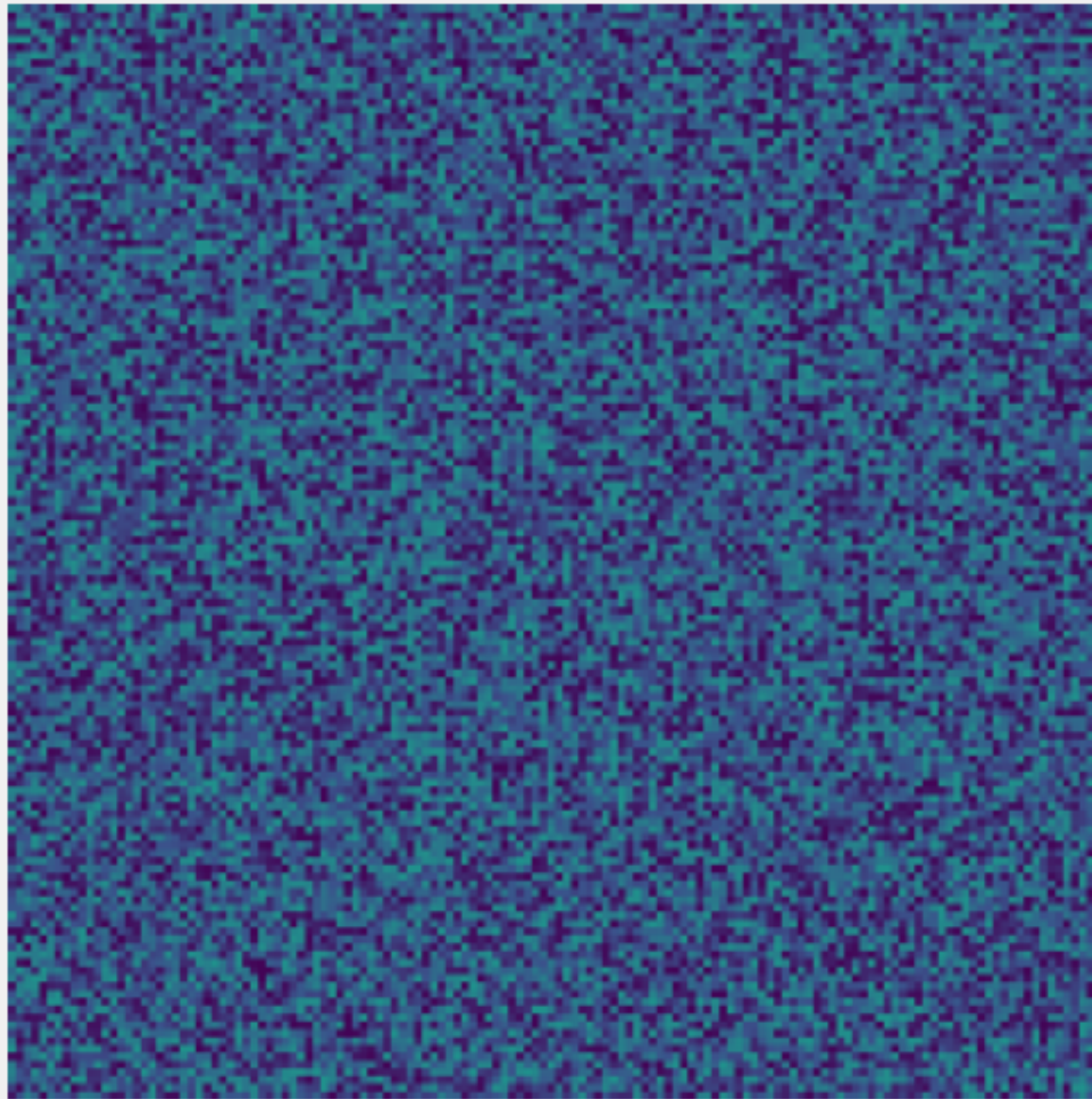


# Activators en inhibitors



# *Activators en inhibitors*

# *Activators en inhibitors*



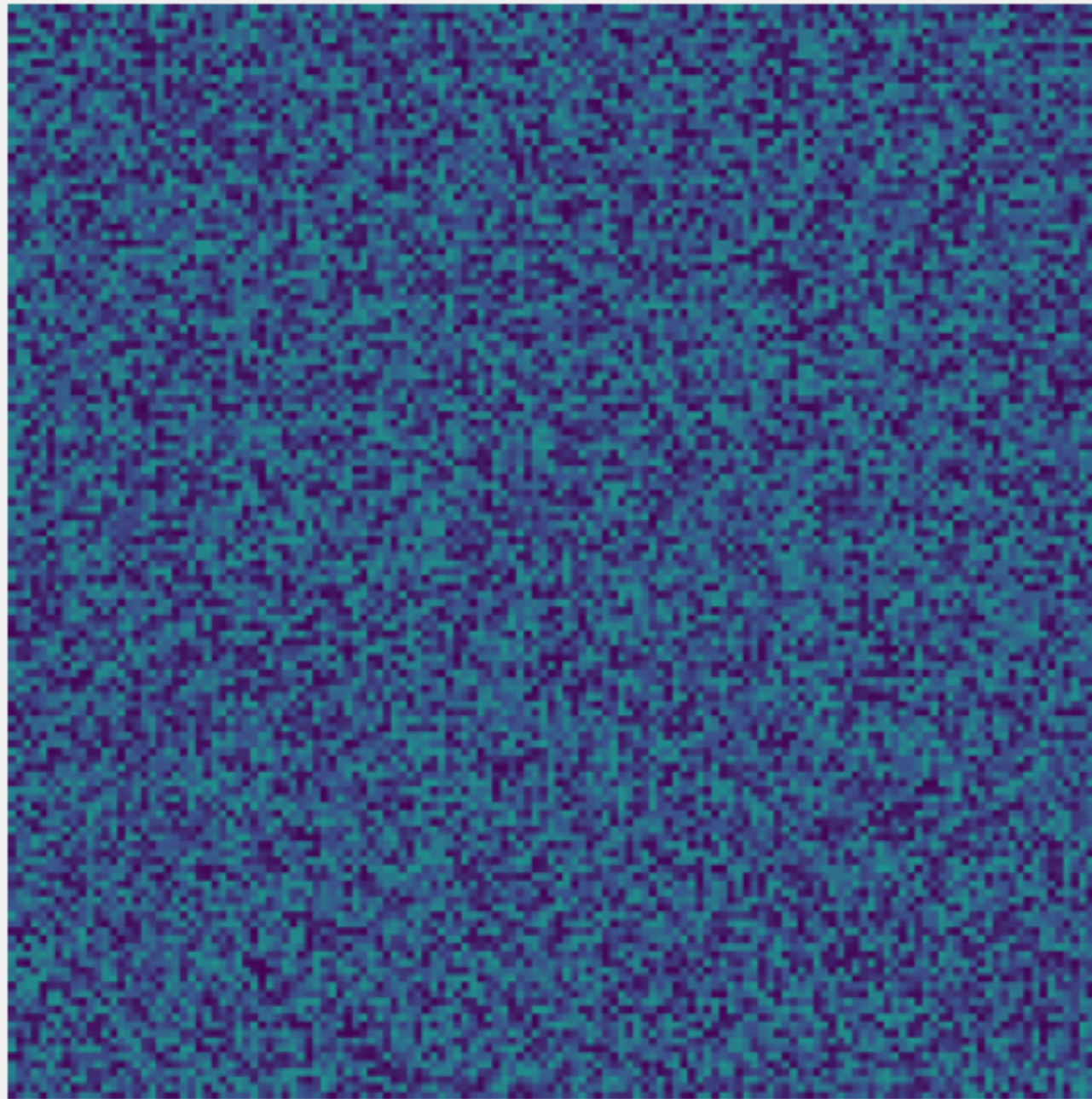
Activator concentratie



Inhibitor concentratie



# *Activators en inhibitors*



Activator concentratie

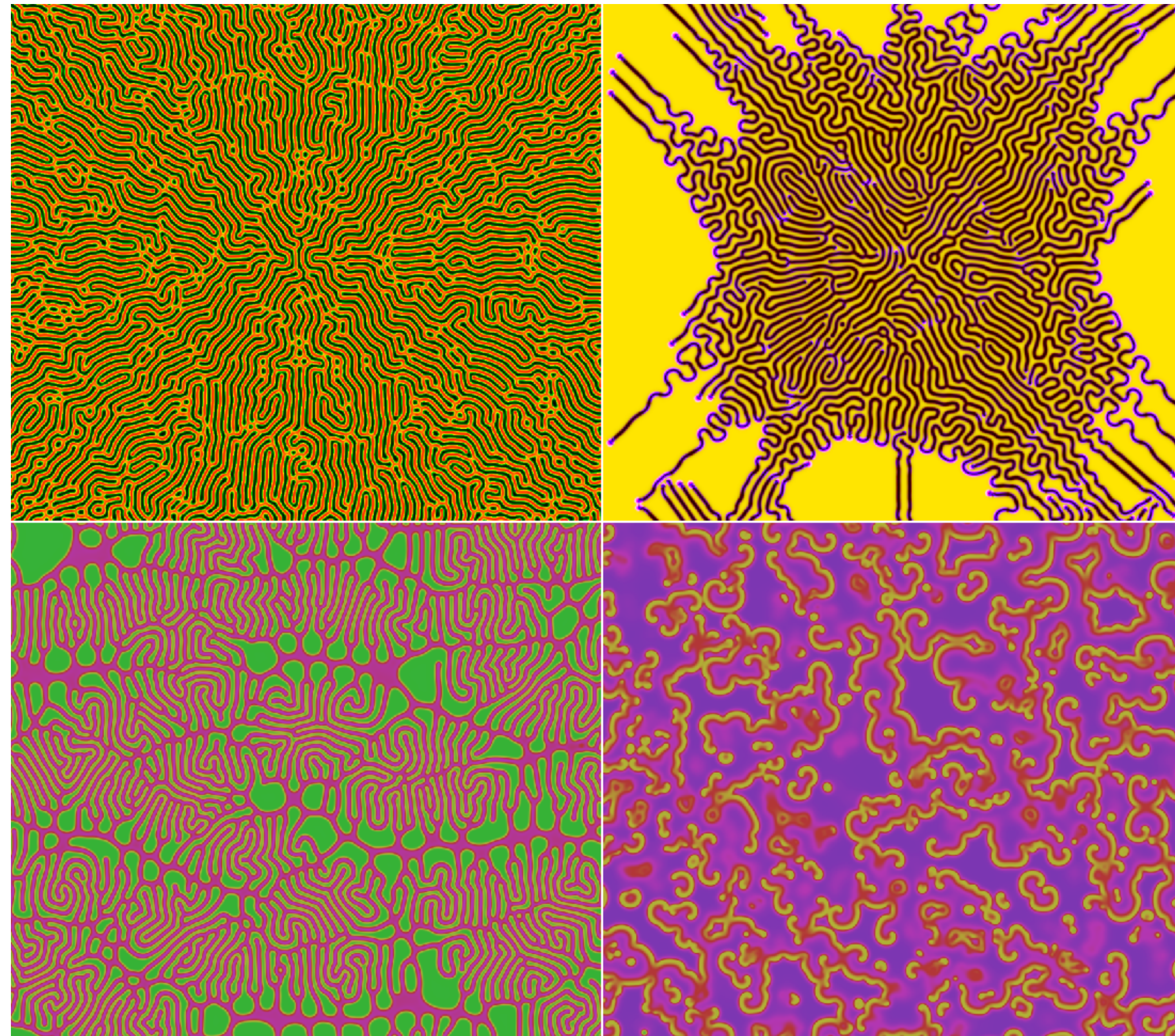


Inhibitor concentratie



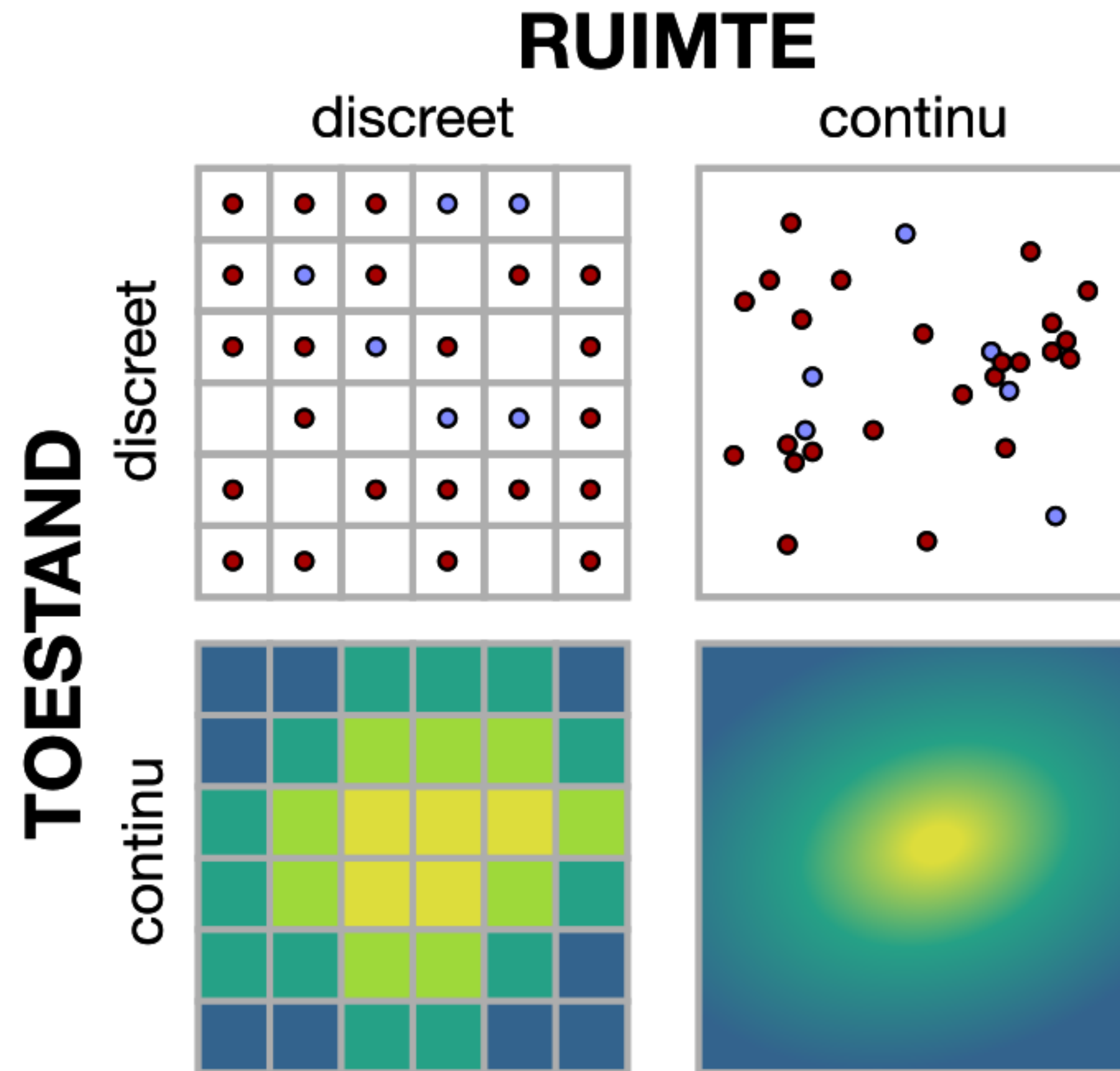
**Cacatoo simulation**

# Reactie-diffusie *playground*

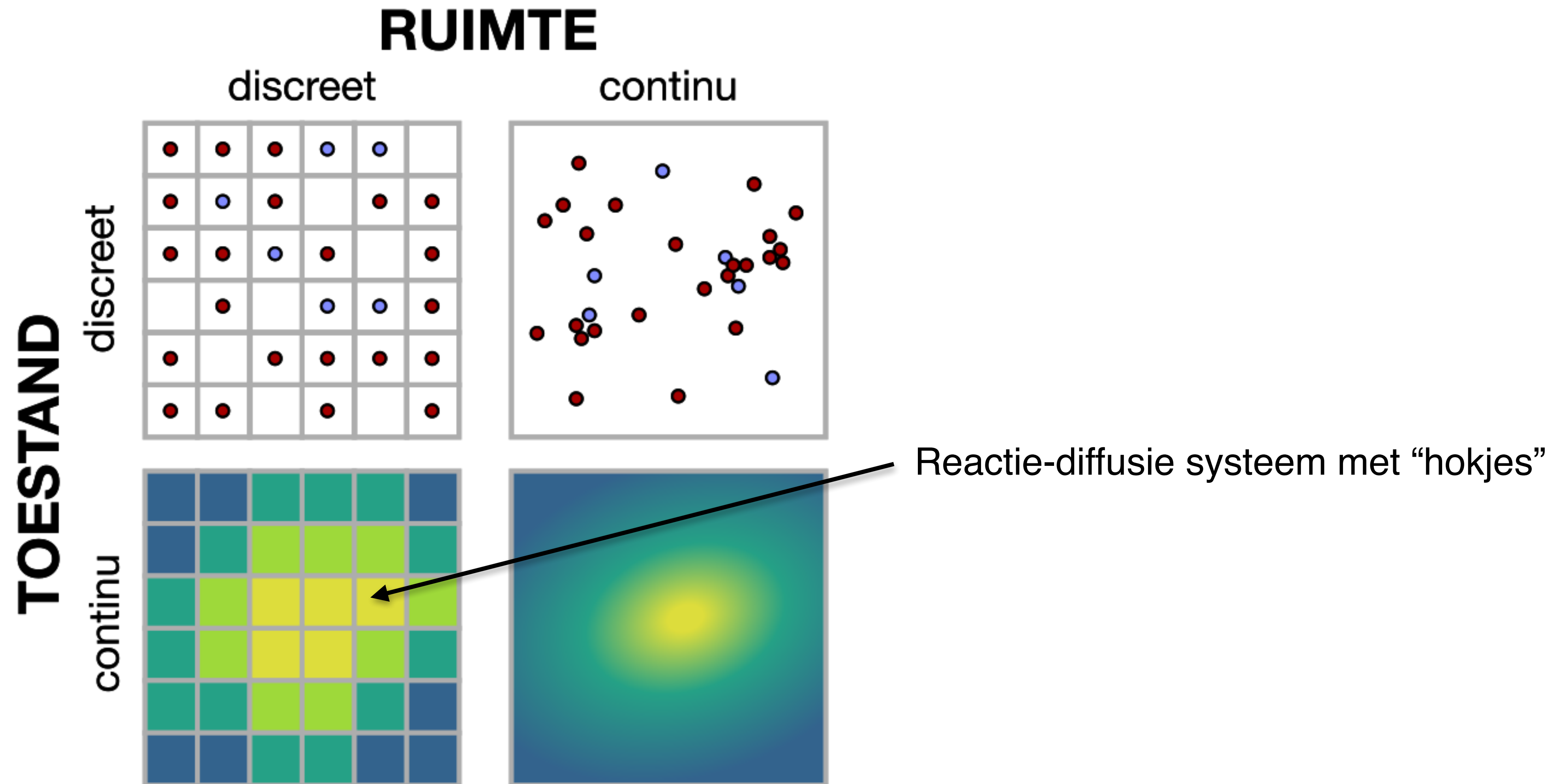


<https://jasonwebb.github.io/reaction-diffusion-playground/app.html>

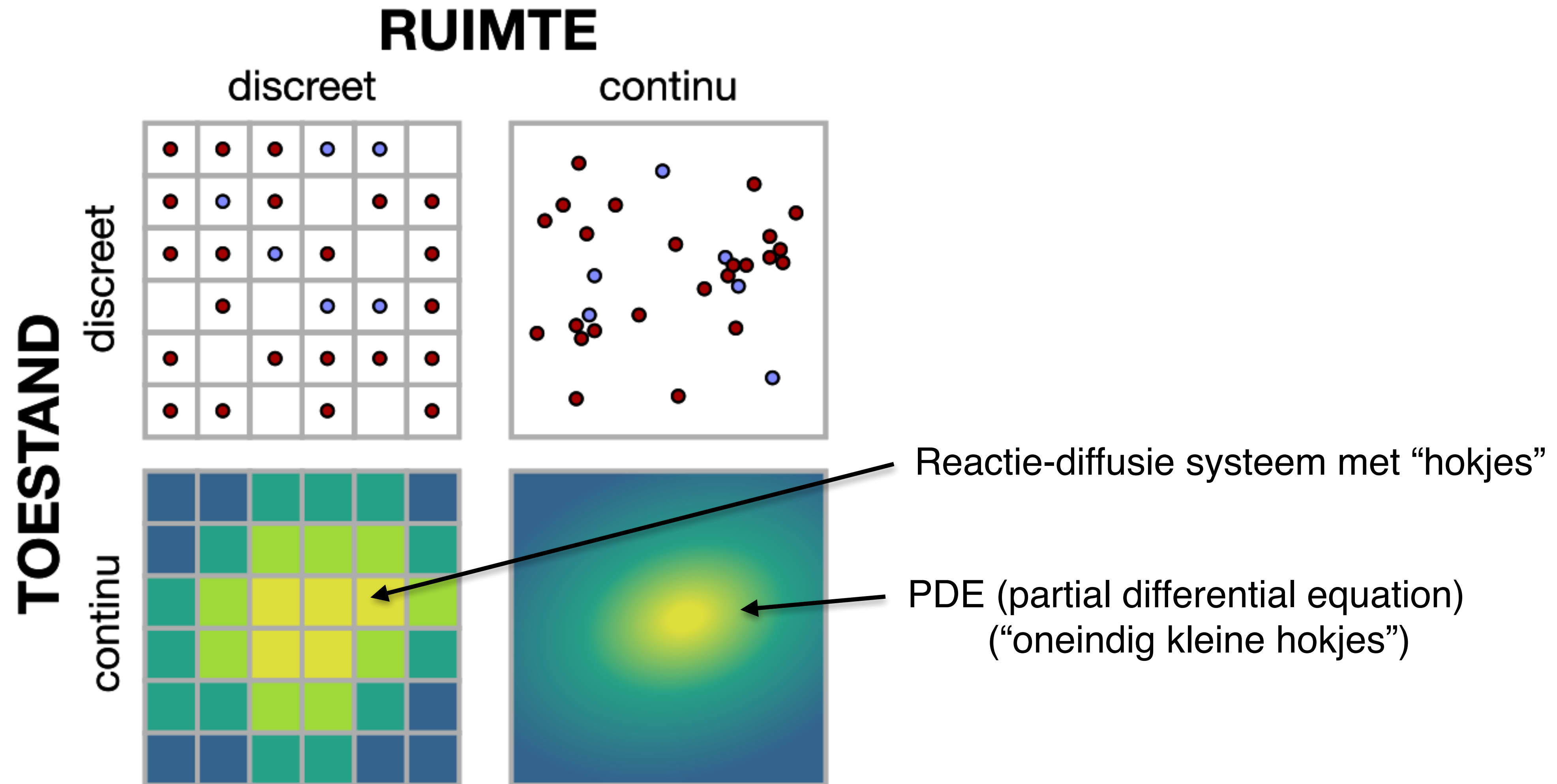
# PDEs (partial differential equations)



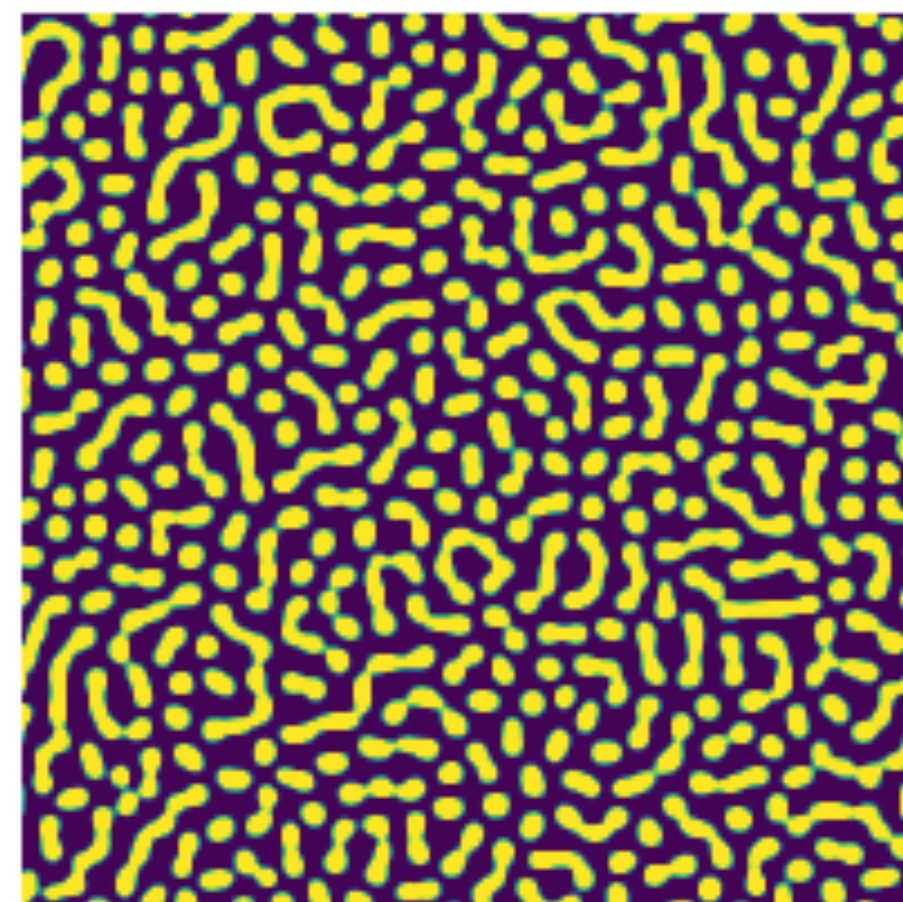
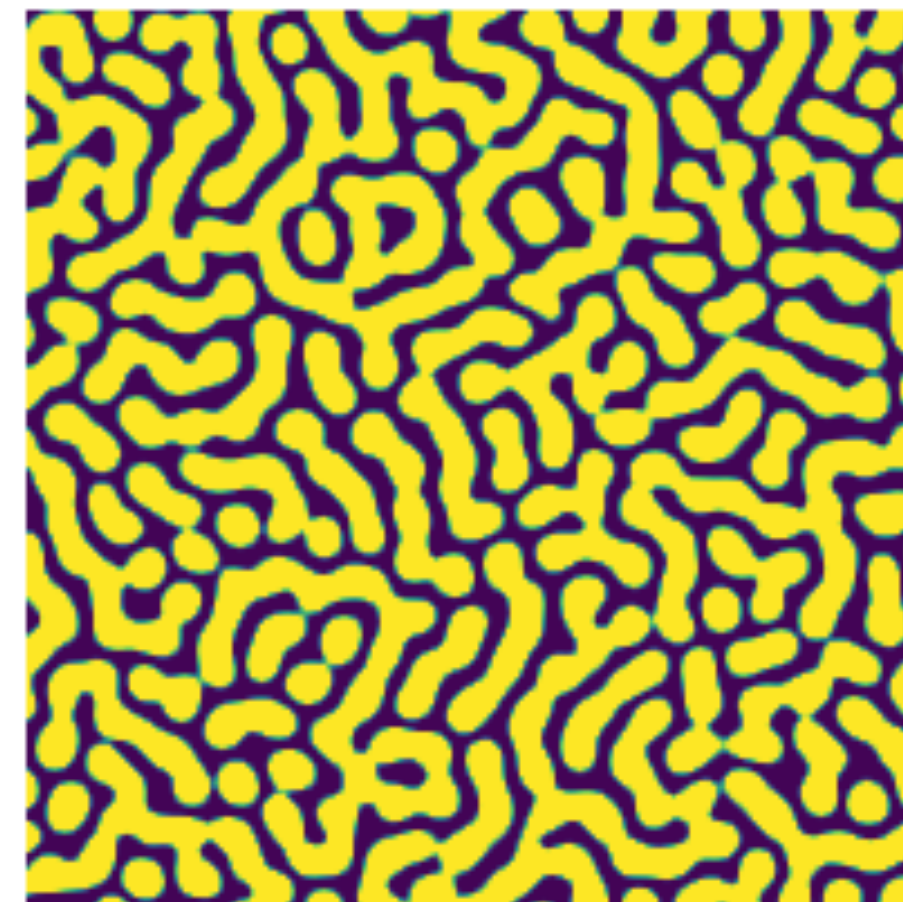
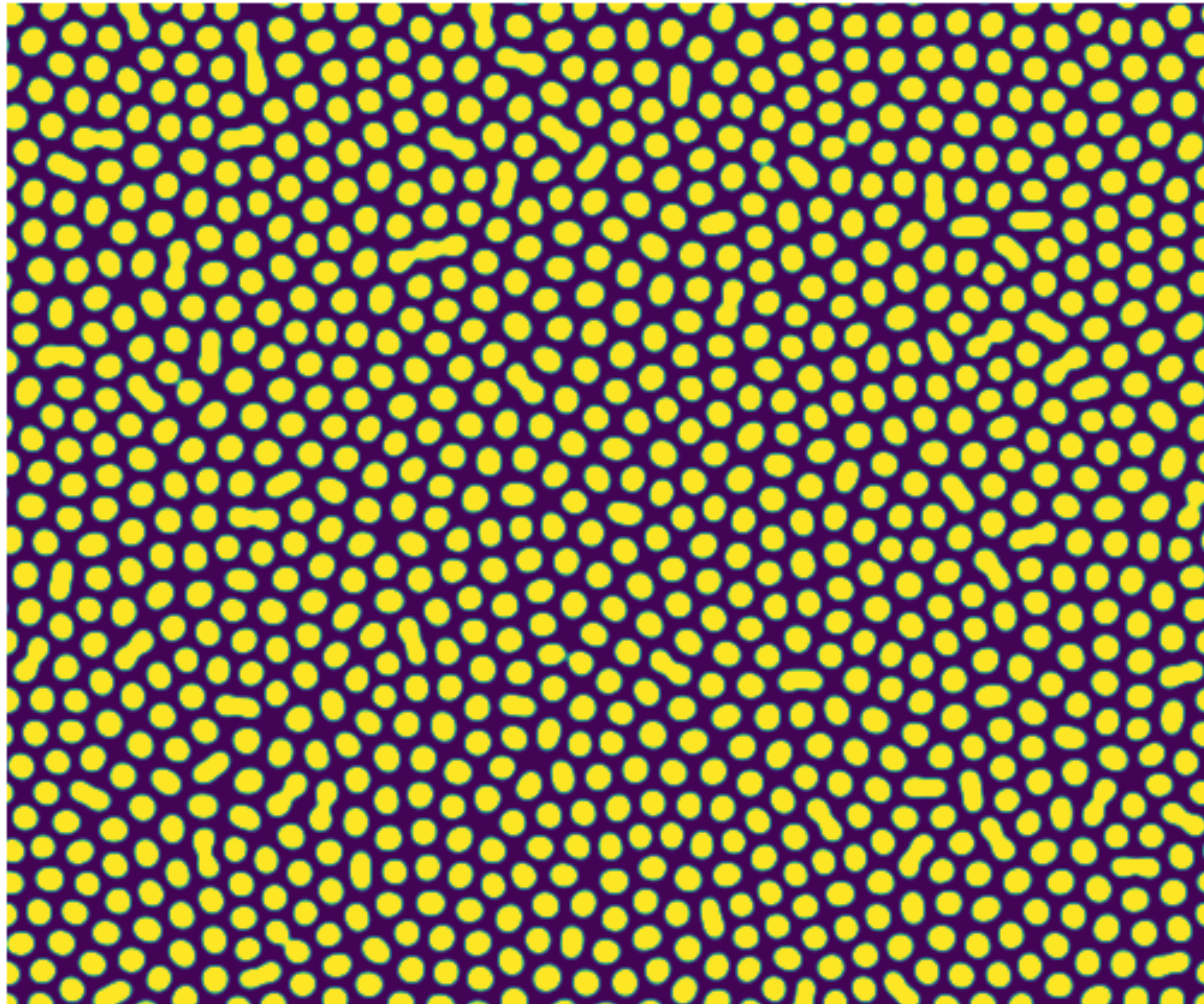
# PDEs (partial differential equations)



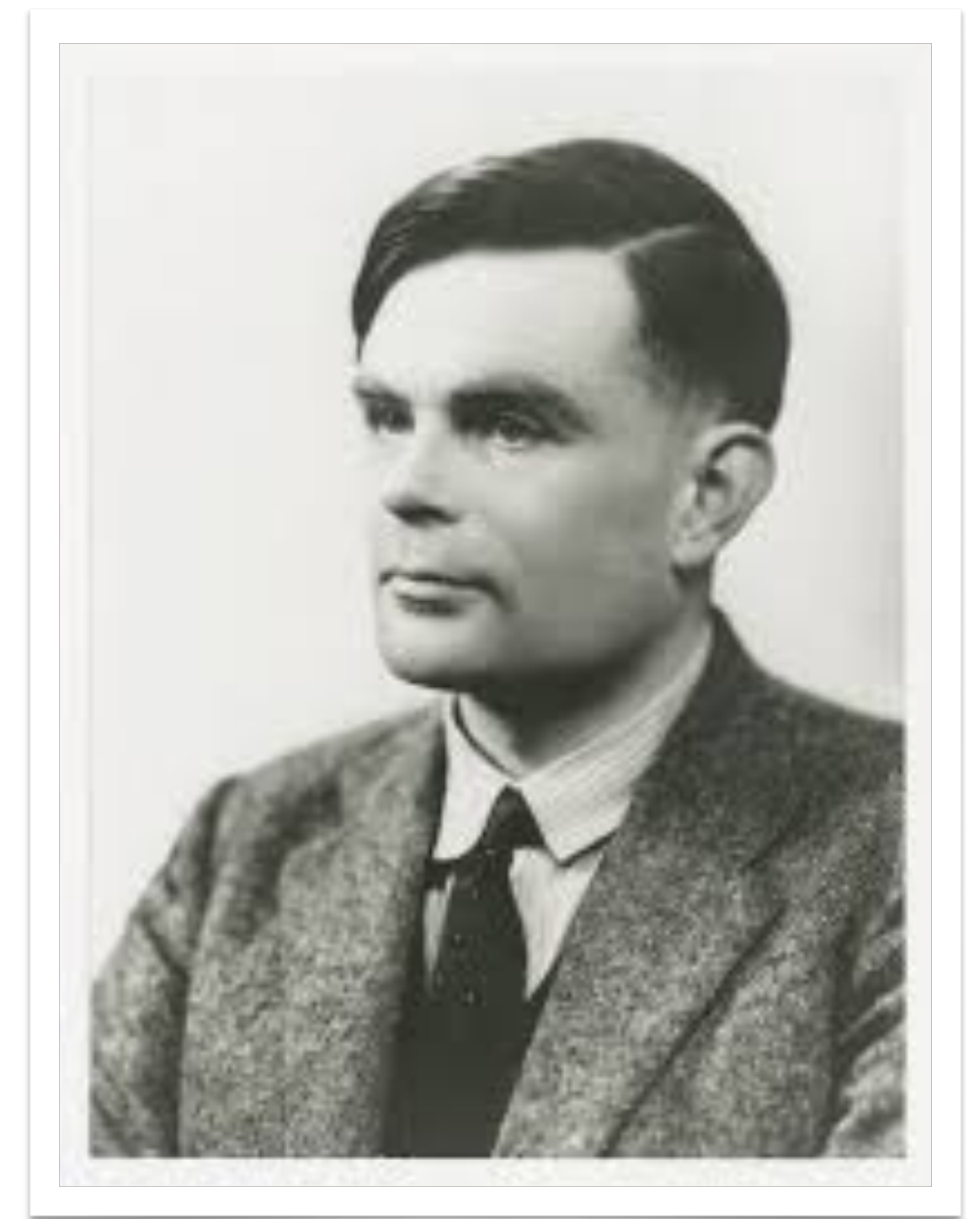
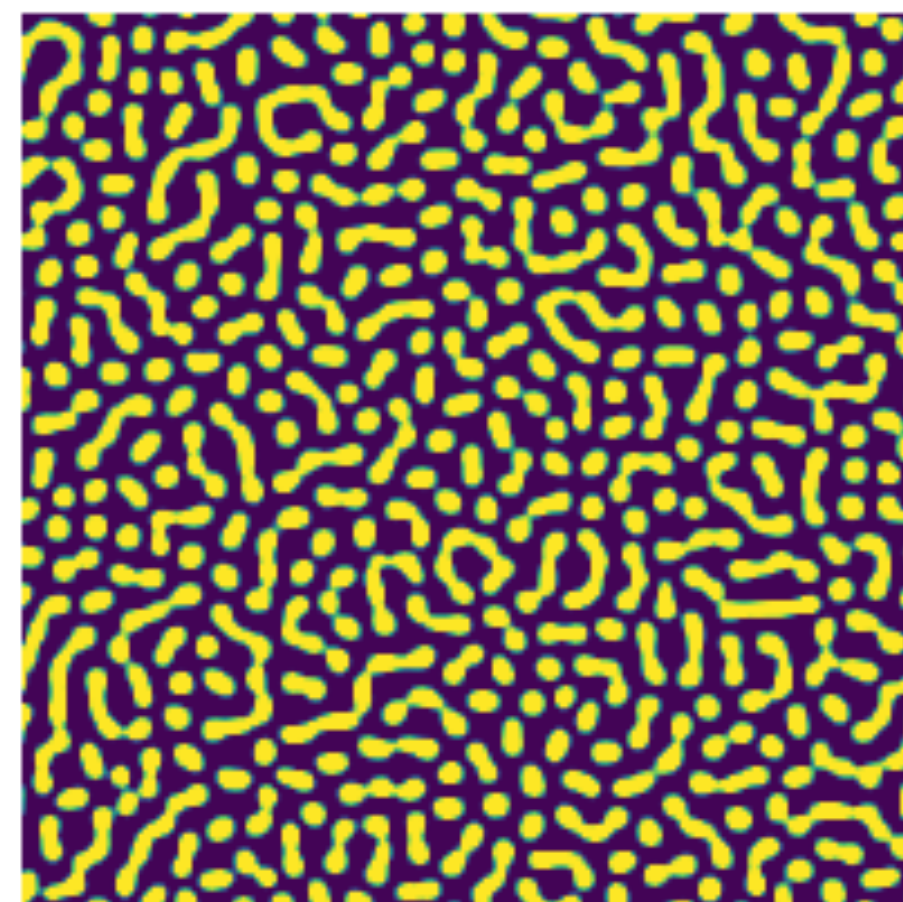
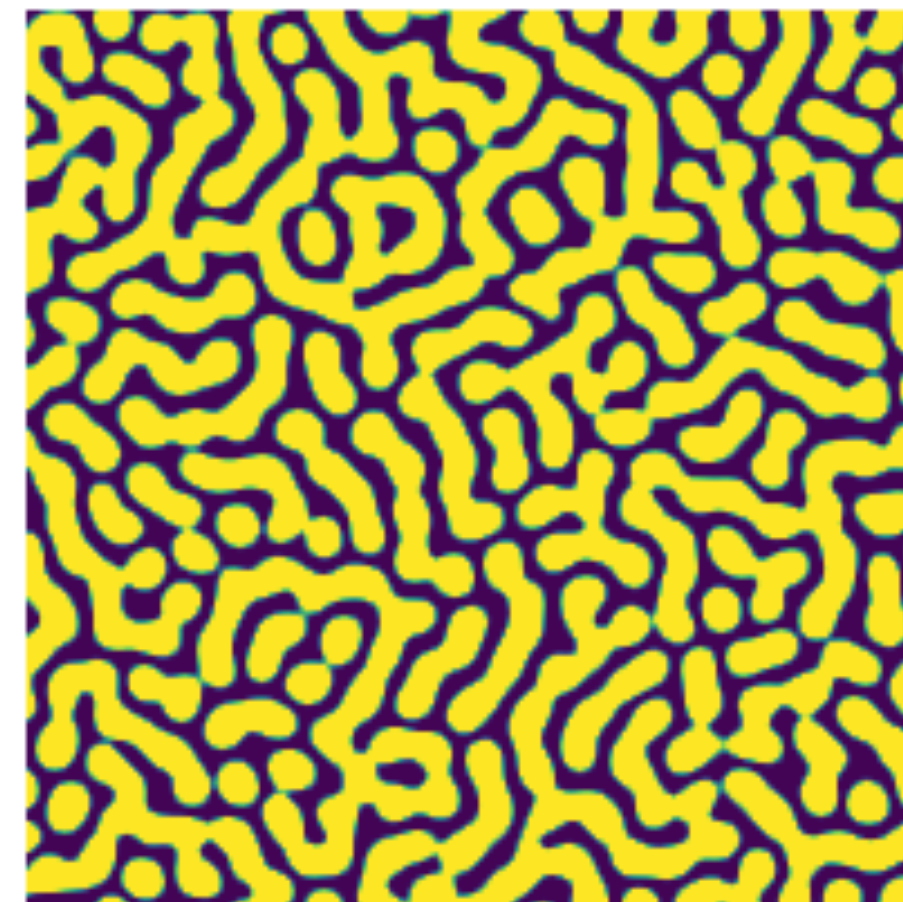
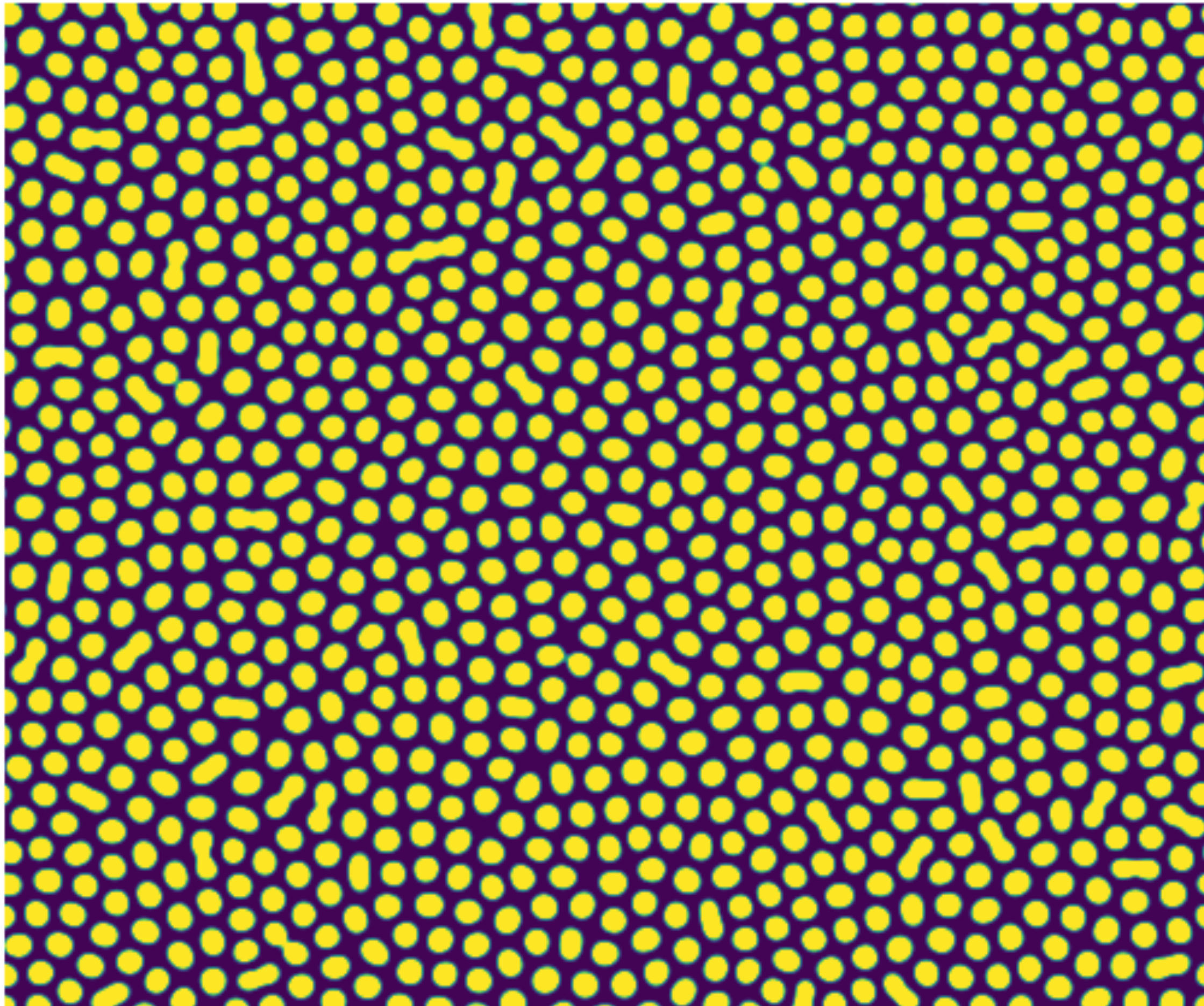
# PDEs (partial differential equations)



# Turing patronen

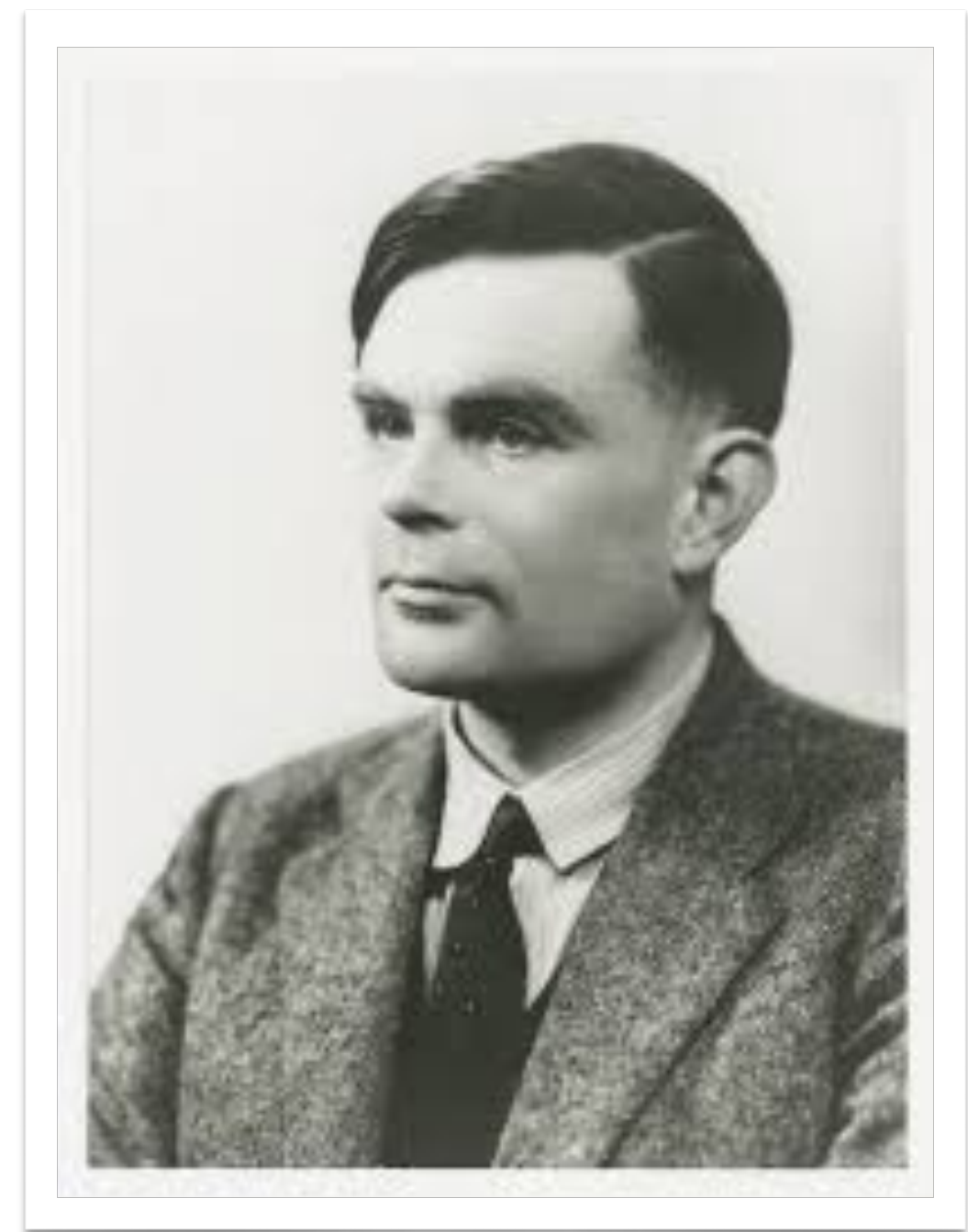
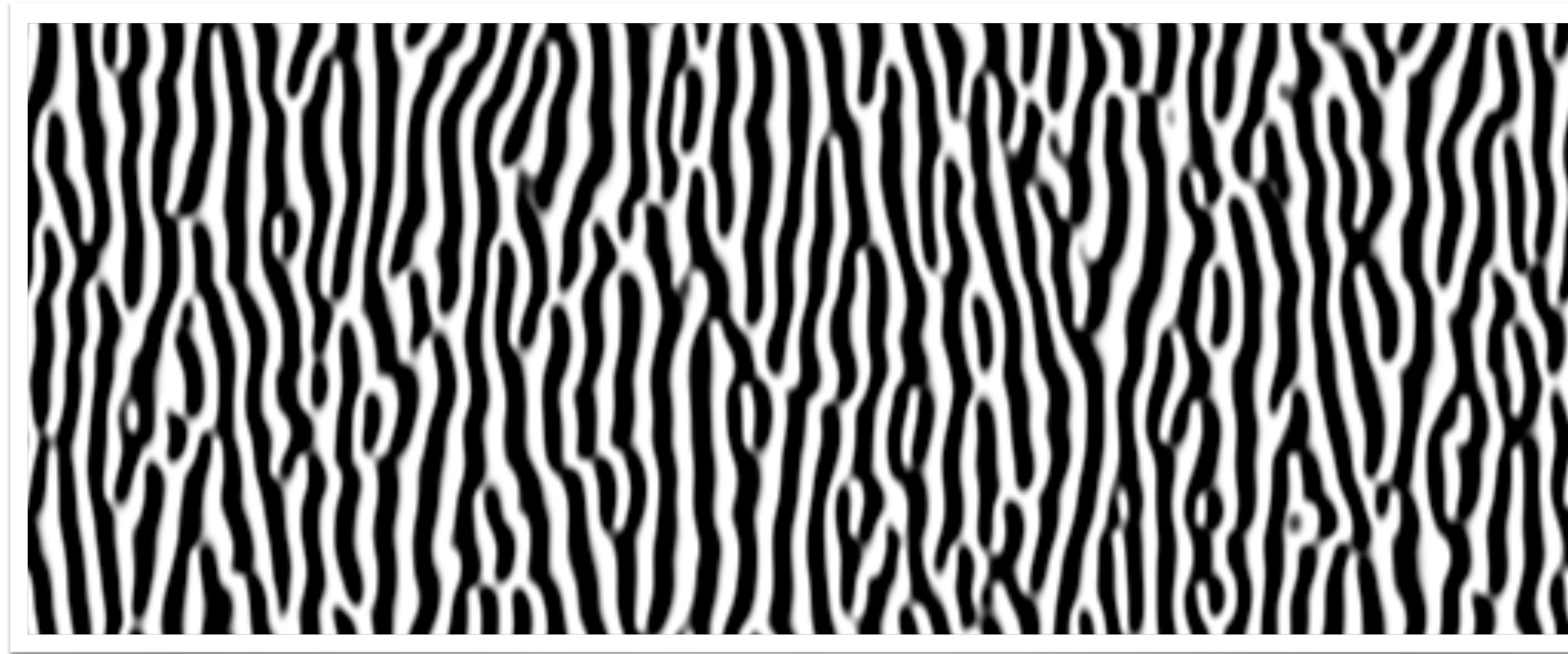


# Turing patronen



Alan Turing (1912 – 1954)

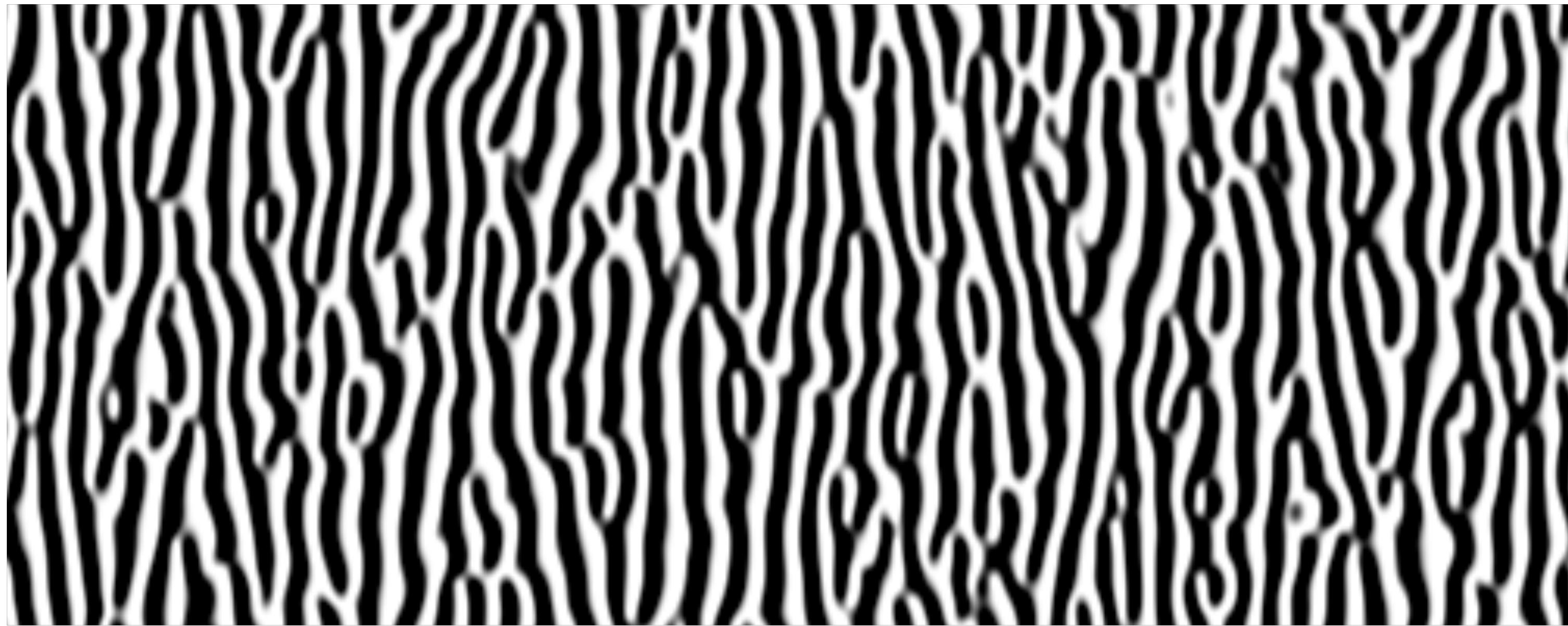
# Turing patronen



Alan Turing (1912 – 1954)

# Turing patronen

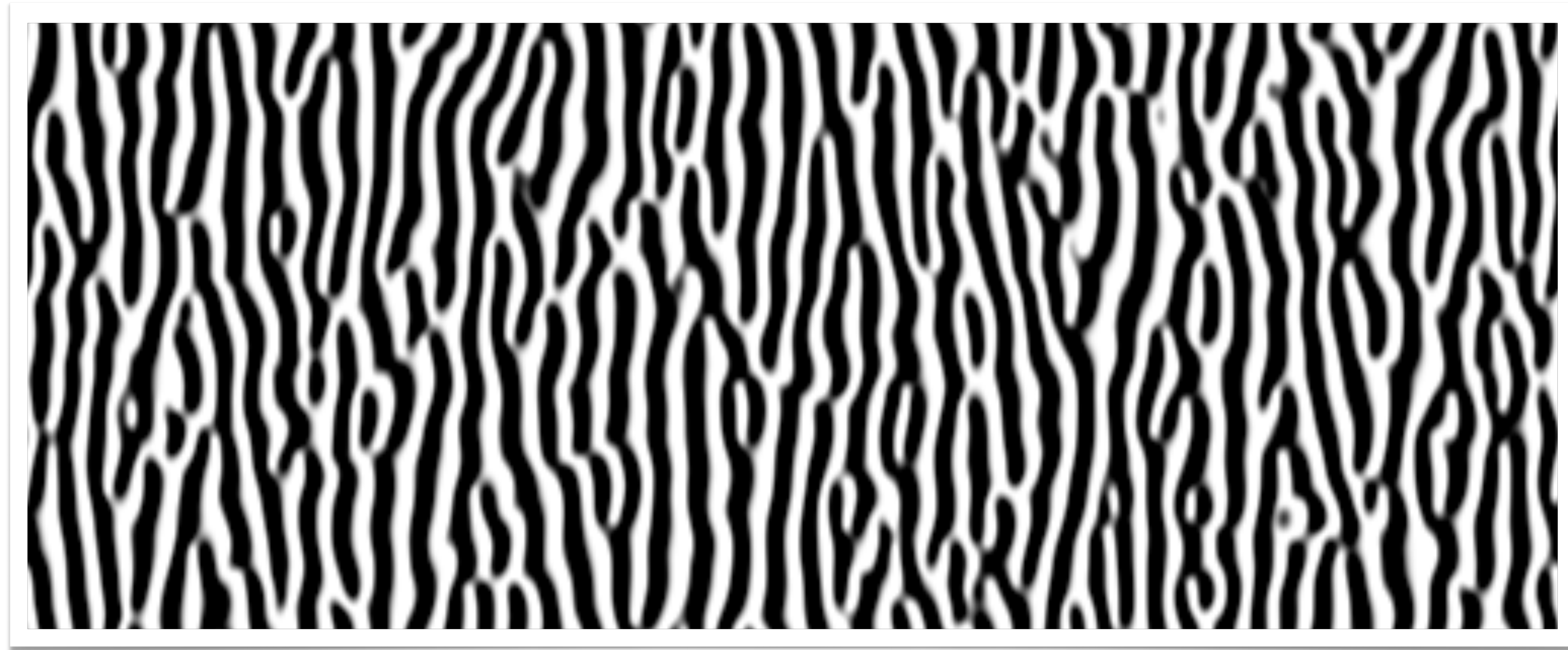
The stripes are easy...



Alan Turing (1912 – 1954)

# Turing patronen

The stripes are easy...

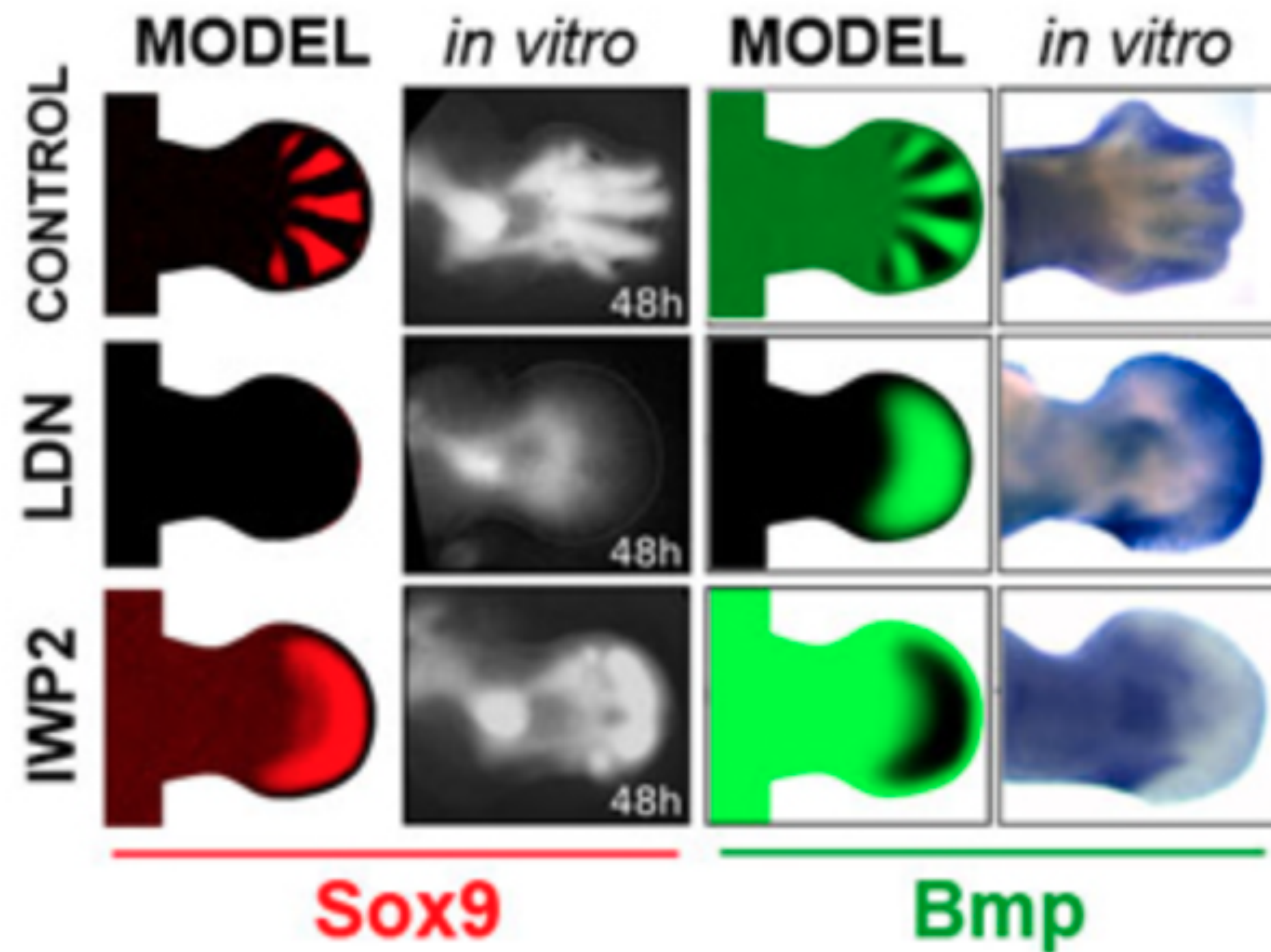


...but what about the horse part?



Alan Turing (1912 – 1954)

# Turing patronen vinden we overal



Onderzoek van Sharpe et al. over hoe de aanleg van vingers tijdens de ontwikkeling wordt bepaald door een Turing-mechanisme



Ook van struikgewas heeft men wel eens het vermoeden dat het door Turing mechanismen wordt aangelegd.



**MAAR!**

**MAAR!**

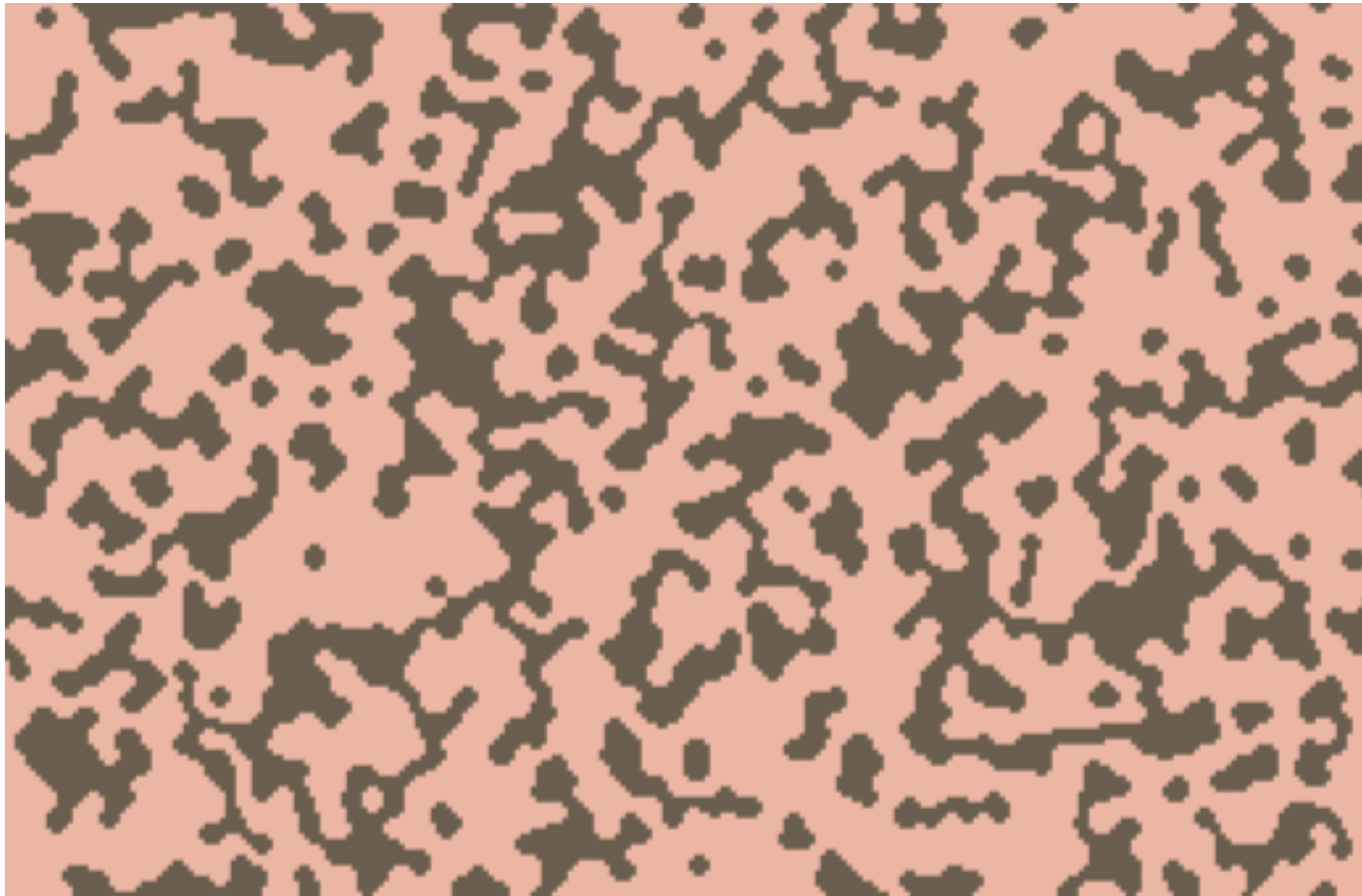


**Cacatoo simulation**

# MAAR!



**Cacatoo simulation**

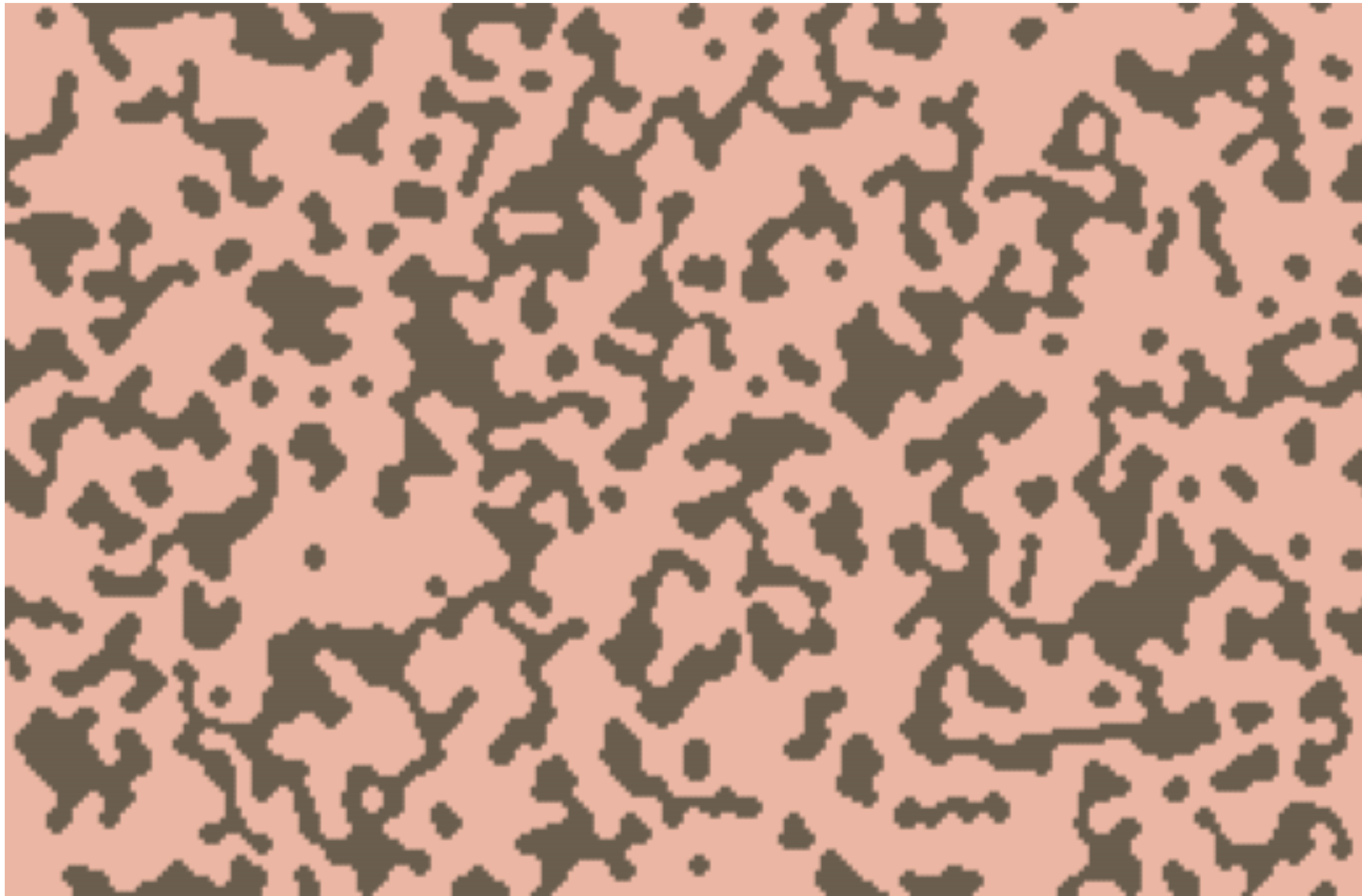


Vergelijkbaar vlekken-patroon: geen Turing mechanisme!

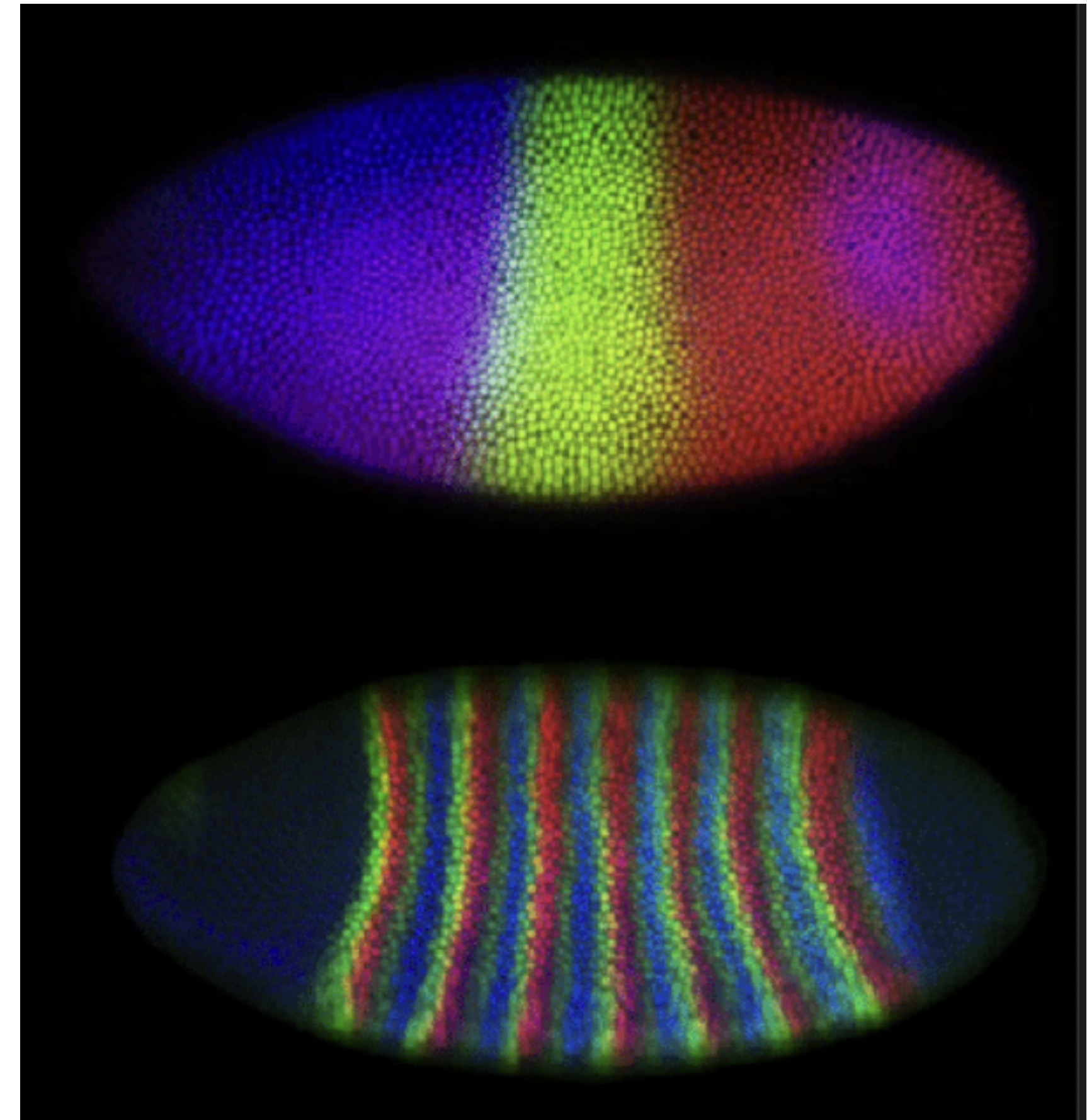
# MAAR!



## Cacatoo simulation



Vergelijkbaar vlekken-patroon: geen Turing mechanisme!



Vergelijkbaar strepenpatroon: geen Turing mechanisme!

# Lokale interacties en ruimtelijke structuur

# Lokale interacties en ruimtelijke structuur

- De meeste biologische processen vinden lokaal plaats: groei, reproductie, signalen, *etc.*

# Lokale interacties en ruimtelijke structuur

- De meeste biologische processen vinden lokaal plaats: groei, reproductie, signalen, *etc.*
- Toch neemt het merendeel van de modellen aan dat “het systeem” goed gemengd is

# Lokale interacties en ruimtelijke structuur

- De meeste biologische processen vinden lokaal plaats: groei, reproductie, signalen, *etc.*
- Toch neemt het merendeel van de modellen aan dat “het systeem” goed gemengd is
- Zelfs de oceaan is niet goed gemengd...

# Lokale interacties en ruimtelijke structuur

- De meeste biologische processen vinden lokaal plaats: groei, reproductie, signalen, *etc.*
- Toch neemt het merendeel van de modellen aan dat “het systeem” goed gemengd is
- Zelfs de oceaan is niet goed gemengd...
- Deze aanname past eigenlijk vooral heel goed op experimentele systemen: die kunnen we goed mengen!

# Lokale interacties en ruimtelijke structuur

- De meeste biologische processen vinden lokaal plaats: groei, reproductie, signalen, *etc.*
- Toch neemt het merendeel van de modellen aan dat “het systeem” goed gemengd is
- Zelfs de oceaan is niet goed gemengd...
- Deze aanname past eigenlijk vooral heel goed op experimentele systemen: die kunnen we goed mengen!



Paulien Hogeweg  
(Theoretical Biology and Bioinformatics)

# Lokale interacties en ruimtelijke structuur

- De meeste biologische processen vinden lokaal plaats: groei, reproductie, signalen, *etc.*
- Toch neemt het merendeel van de modellen aan dat “het systeem” goed gemengd is
- Zelfs de oceaan is niet goed gemengd...
- Deze aanname past eigenlijk vooral heel goed op experimentele systemen: die kunnen we goed mengen!

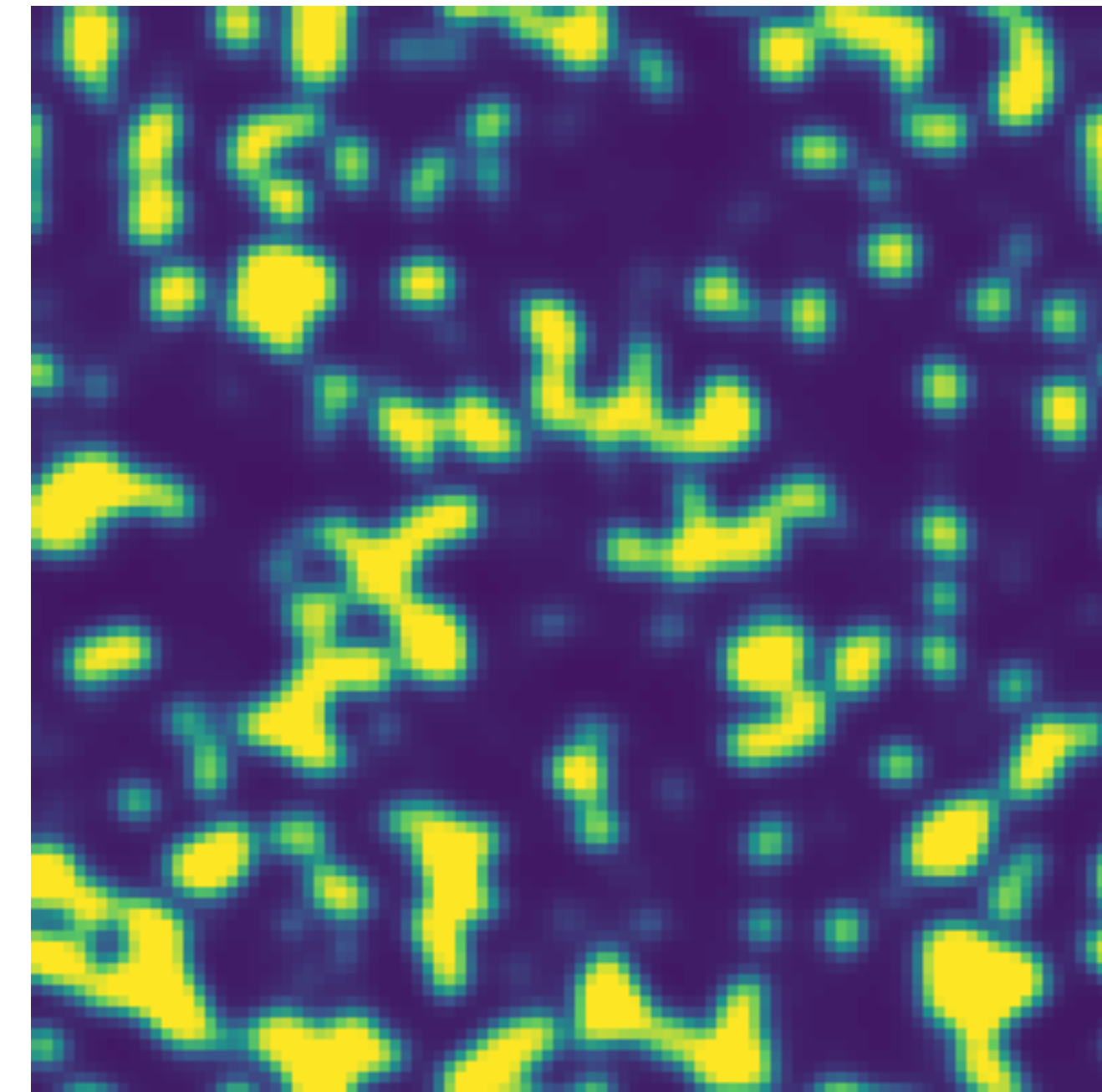
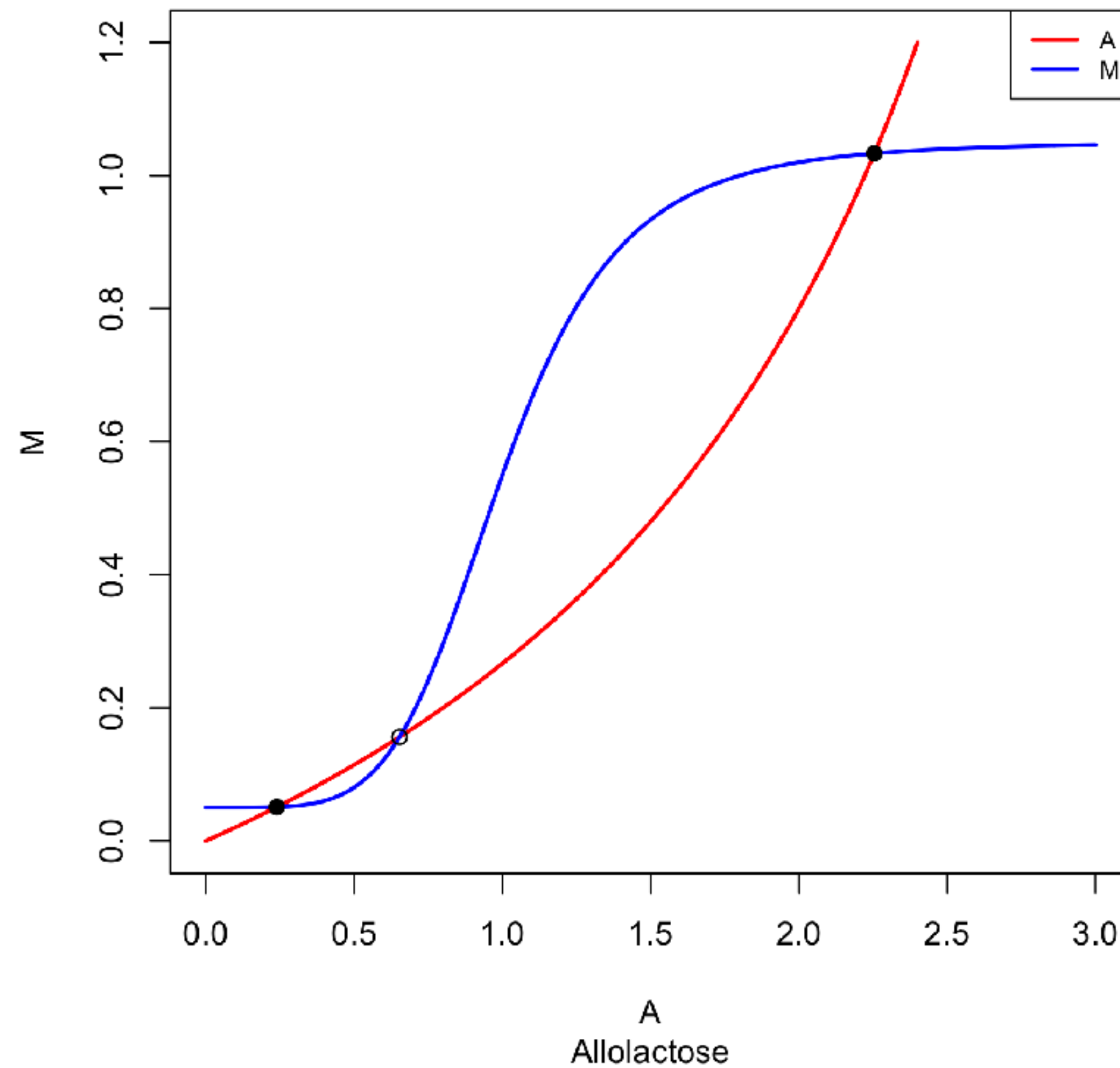
In biology, patterns are the default!



Paulien Hogeweg  
(Theoretical Biology and Bioinformatics)

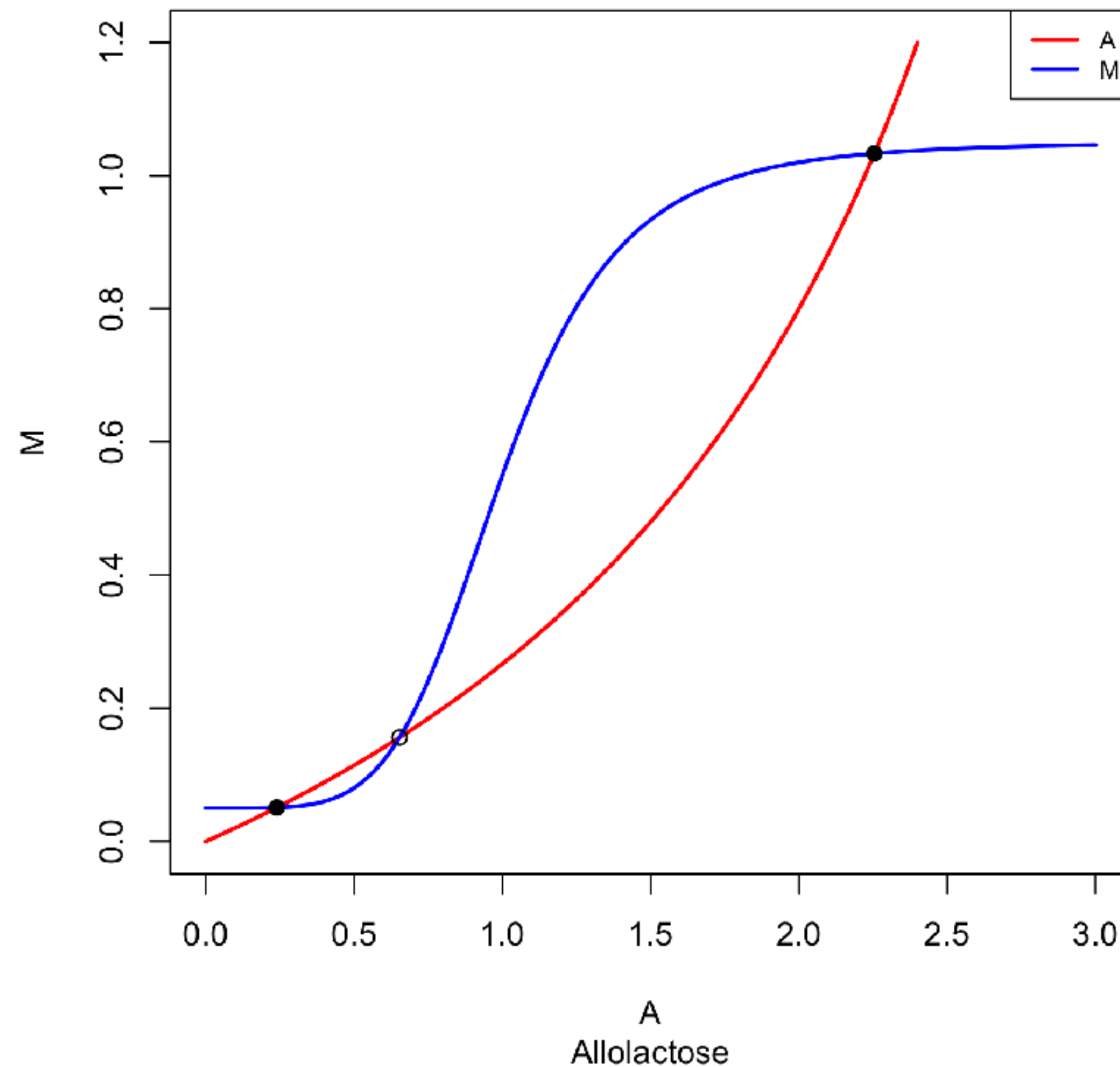
# En dat Lac-operon dan?

(a)

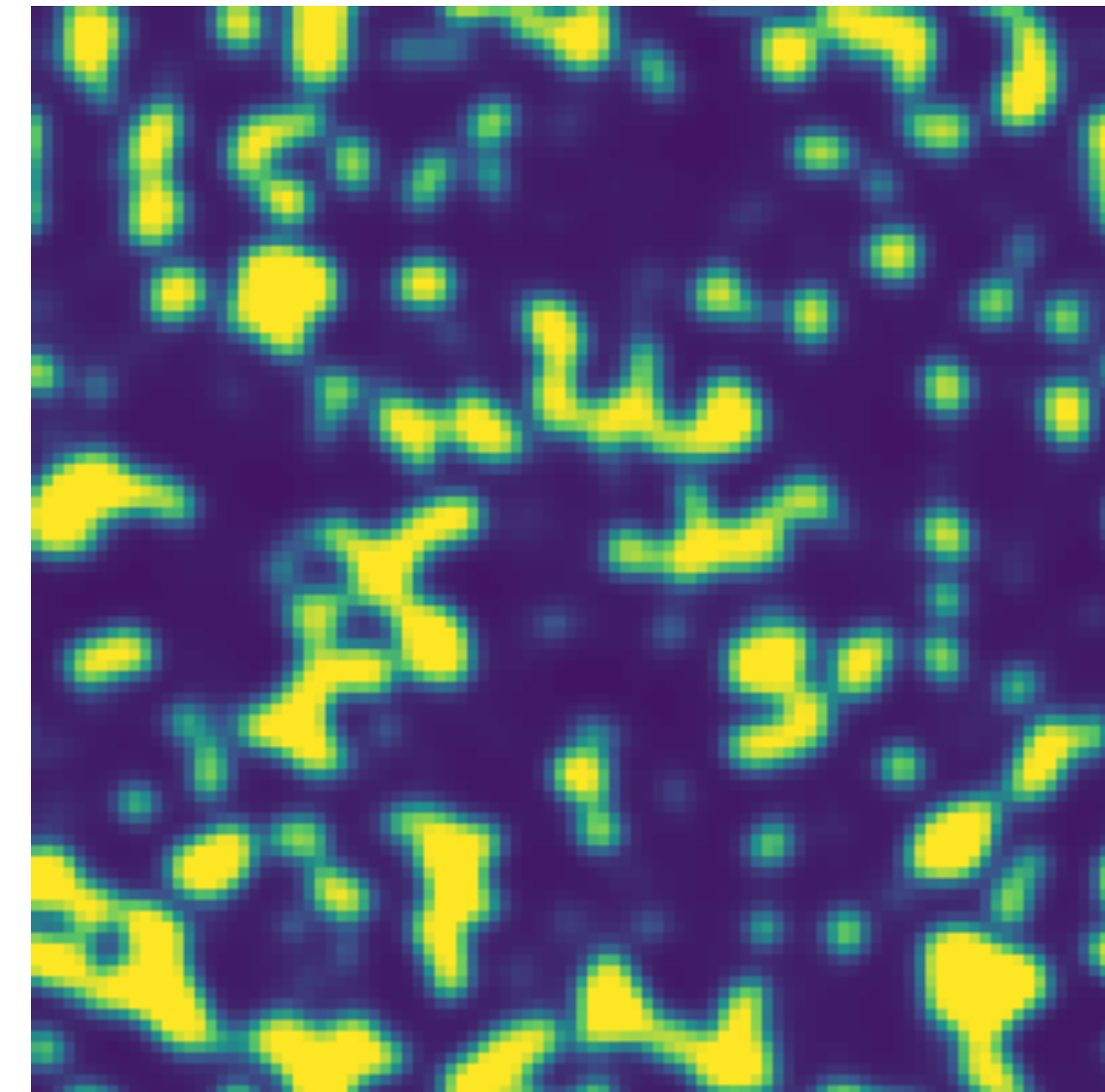


# En dat Lac-operon dan?

(a)



**Cacatoo simulation**







- Omdat **reactievergelijkingen** vaak snelheden omschrijven, kun je deze eenvoudig omzetten tot ODEs



- Omdat **reactievergelijkingen** vaak snelheden omschrijven, kun je deze eenvoudig omzetten tot **ODEs**
- **Hysteresis**: zadelpunten in een faseruimte kunnen “tipping points” opleveren. Door hysteresis kan het moeilijk zijn om van het ene naar het andere evenwicht te komen.



- Omdat **reactievergelijkingen** vaak snelheden omschrijven, kun je deze eenvoudig omzetten tot **ODEs**
- **Hysteresis**: zadelpunten in een faseruimte kunnen “tipping points” opleveren. Door hysteresis kan het moeilijk zijn om van het ene naar het andere evenwicht te komen.
- Hysteresis zien we in verschillende biologische systemen: gen-expressie, overbegrazing, eutroficatie, uitdroging door klimaatverandering, *etc.*



- Omdat **reactievergelijkingen** vaak snelheden omschrijven, kun je deze eenvoudig **omzetten tot ODEs**
- **Hysteresis**: zadelpunten in een faseruimte kunnen “tipping points” opleveren. Door hysteresis kan het moeilijk zijn om van het ene naar het andere evenwicht te komen.
- Hysteresis zien we in verschillende biologische systemen: gen-expressie, overbegrazing, eutroficatie, uitdroging door klimaatverandering, *etc.*
- Diffusie werkt patronen vaak tegen, zoals je zou verwachten.

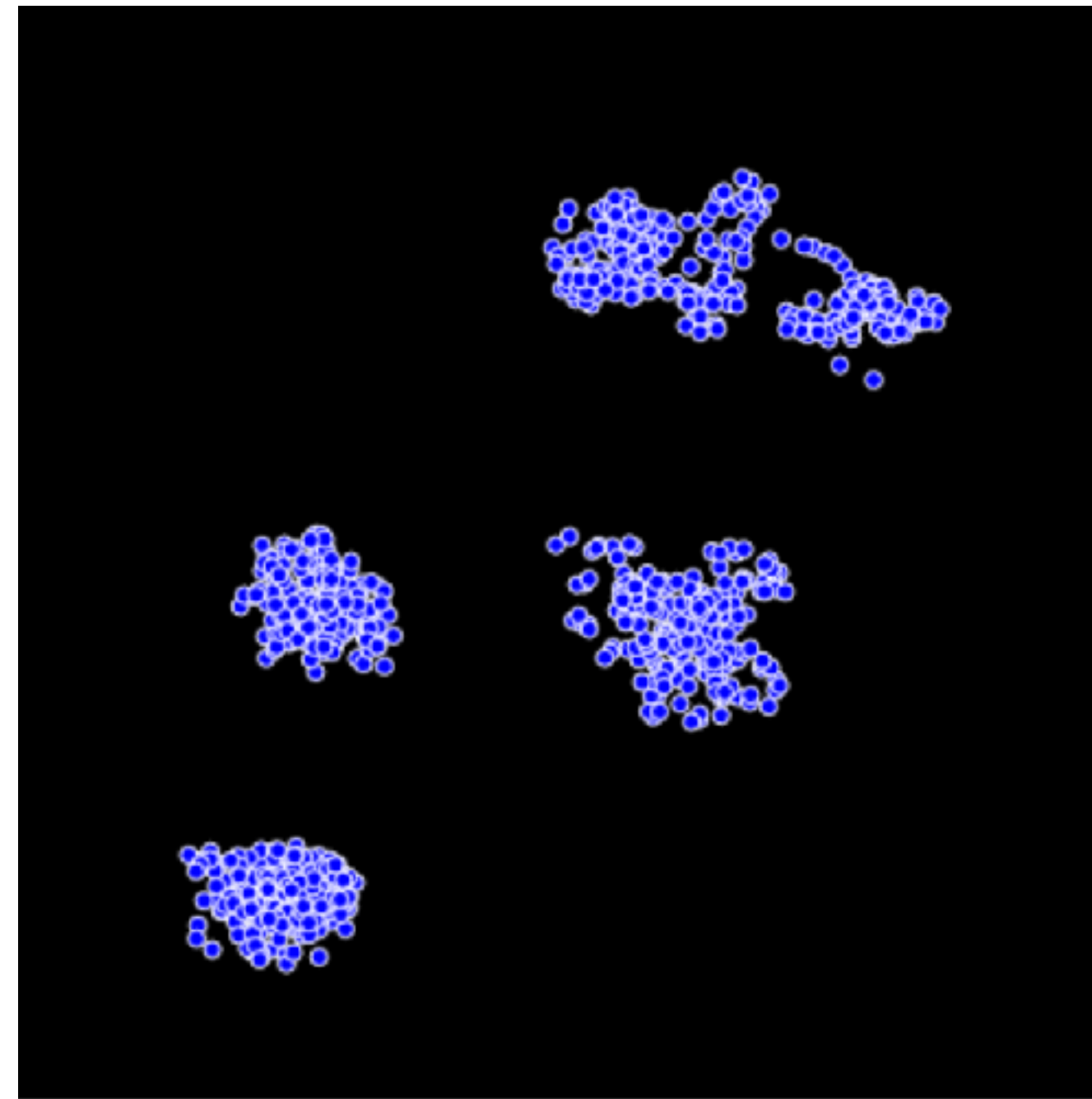


- Omdat **reactievergelijkingen** vaak snelheden omschrijven, kun je deze eenvoudig omzetten tot ODEs
- **Hysterese**: zadelpunten in een faseruimte kunnen “tipping points” opleveren. Door hysterese kan het moeilijk zijn om van het ene naar het andere evenwicht te komen.
- Hysterese zien we in verschillende biologische systemen: gen-expressie, overbegrazing, eutroficatie, uitdroging door klimaatverandering, *etc.*
- Diffusie werkt patronen vaak tegen, zoals je zou verwachten.
- Maar: **Turing patronen** hebben juist diffusie nodig!



- Omdat **reactievergelijkingen** vaak snelheden omschrijven, kun je deze eenvoudig omzetten tot **ODEs**
- **Hysteresis**: zadelpunten in een faseruimte kunnen “tipping points” opleveren. Door hysteresis kan het moeilijk zijn om van het ene naar het andere evenwicht te komen.
- Hysteresis zien we in verschillende biologische systemen: gen-expressie, overbegrazing, eutroficatie, uitdroging door klimaatverandering, *etc.*
- Diffusie werkt patronen vaak tegen, zoals je zou verwachten.
- Maar: **Turing patronen** hebben juist diffusie nodig!
- Reactie-diffusie systemen (ookwel: PDEs) kunnen nog veel meer patronen opleveren. Morgen gaan we zien we dat dit enorme medische consequenties heeft!

**Werkcollege = 17.1 t/m 17.3**



**Daarna mini-project!**