

Name:

Antwoordmodel

Student number:

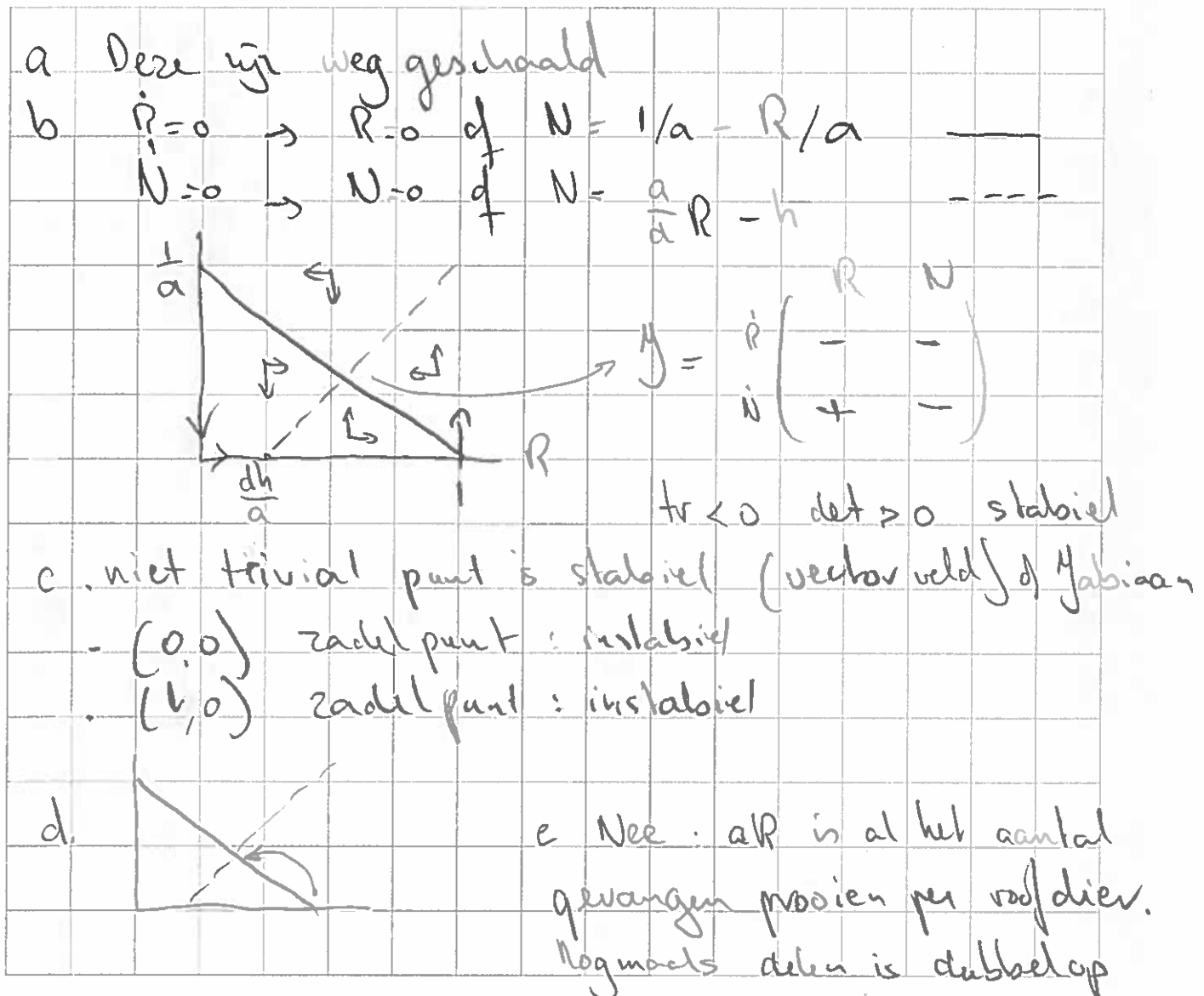
**Question 1. Delen van gevangen prooien**

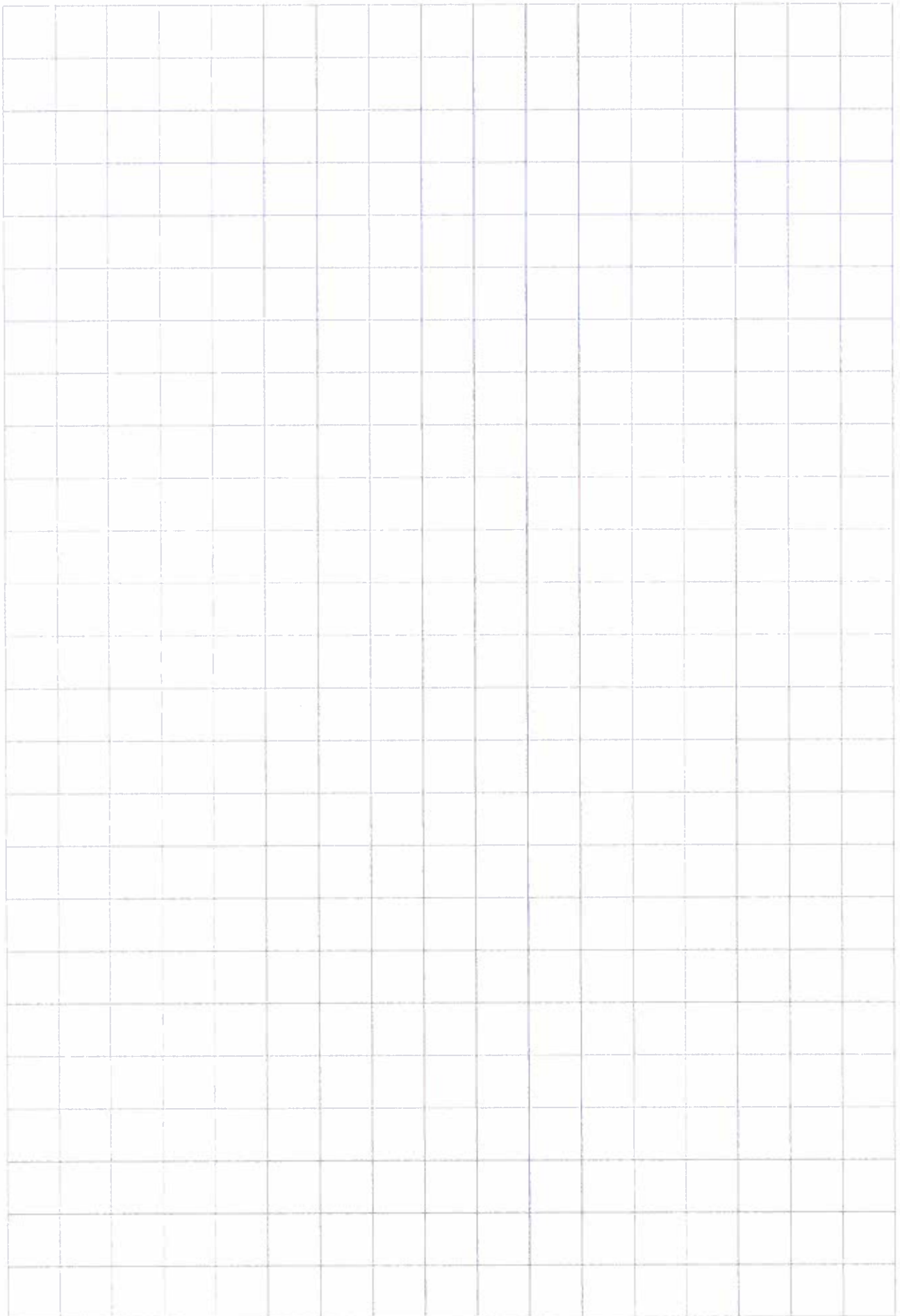
Eén van de studenten van deze cursus stelde ooit voor het Lotka Volterra model te verbeteren omdat roofdieren de gevangen prooien met elkaar moeten delen. Hij schreef de volgende vergelijking voor de prooien ( $R$ ) en de roofdieren ( $N$ ):

$$\frac{dR}{dt} = R(1 - R) - aRN \quad \text{en} \quad \frac{dN}{dt} = \frac{aRN}{h + N} - dN,$$

waar  $h = 1/c$  de normale conversiefactor is voor de overgang tussen trofische niveaus (inderdaad, als  $N \rightarrow 0$  dan gaat de  $\frac{aRN}{h+N}$  term naar  $\frac{aRN}{h} = caRN$ ).

- Waarom heeft hij geen parameters voor de carrying capacity en groeisnelheid voor de prooi?
- Teken de isoclines voor de situatie dat beide soorten voorkomen.
- Bepaal de stabiliteit van alle evenwichtspunten.
- Teken een trajectorie voor de situatie dat een paar roofdieren in een stabiele prooipopulatie terechtgekomen zijn.
- Is dit nieuwe model inderdaad een verbetering?





Name:

Student number:

**Question 2. De Beverton Holt map**

Op het college hebben voor een seizoenmatige vlinderpopulatie een map afgeleid uit een differentiaalvergelijking voor sterfte tijdens het seizoen dat de vlinders actief zijn. We schreven  $dn/dt = -dn(1 + n/k)$  voor de dagelijkse sterfte van de vlinders tijdens het seizoen en vonden het Beverton Holt model,  $N_{j+1} = \frac{rN_j}{1+N_j/h}$ , voor de map over de jaren ( $j$ ).

- Wat is de interpretatie en dimensie van de parameters van het continue model?
- Wat is de interpretatie en dimensie van de parameters van de map?
- Wat is evenwichtsdichtheid van het continue model?
- Wat is evenwichtsdichtheid van de map?
- Zijn deze evenwichten stabiel? Met uitleg graag!

a d sterfte, per dag  
k dichtheid waan sterfte verdubbeld, vlinders

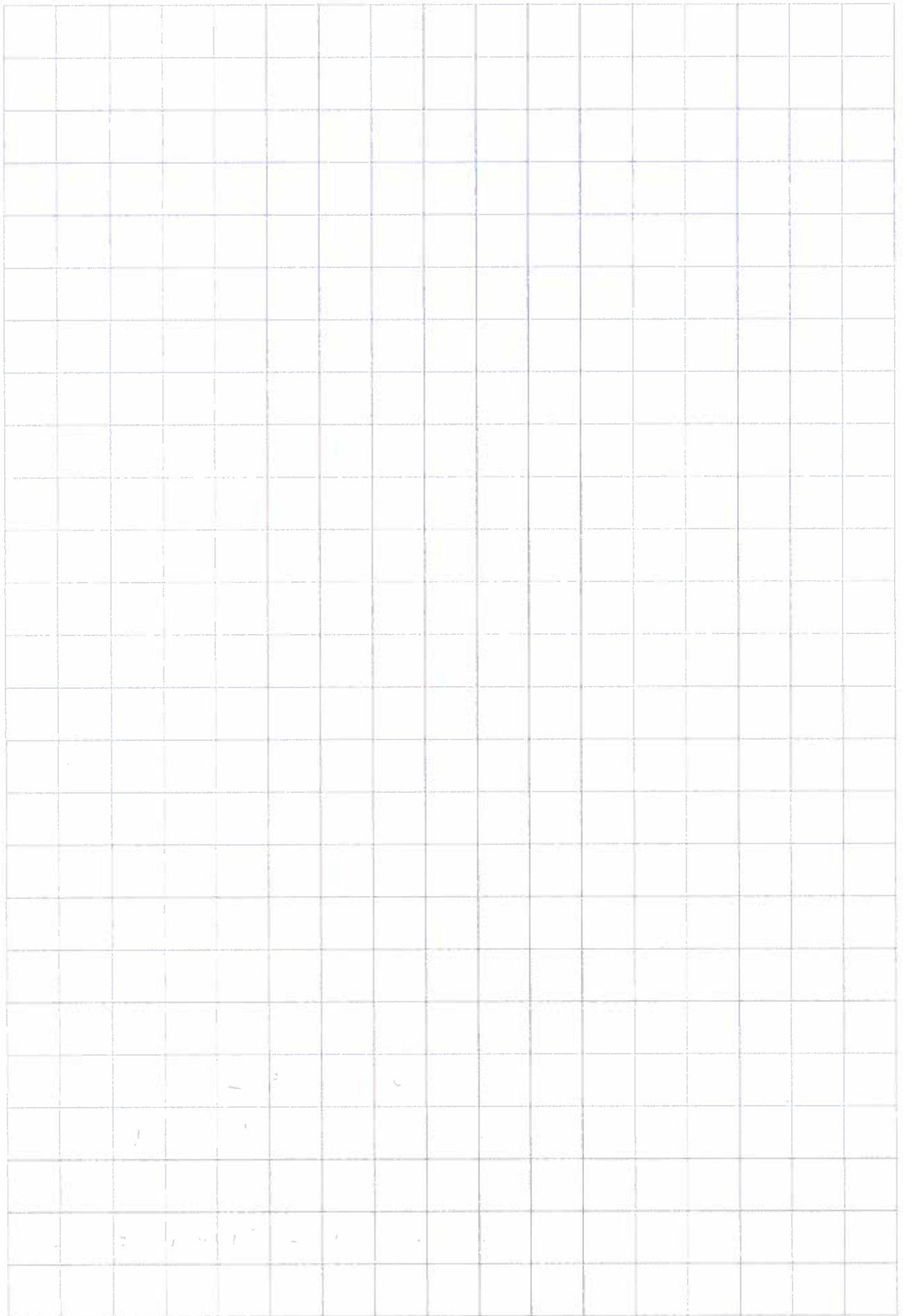
b r groei factor, dimensieloos  
h dichtheid waan groeisnel. half maximaal is, vlinders

c  $\bar{n} = 0$

d  $N = \frac{rN}{1+N/h} \rightarrow \bar{N} = h(r-1)$

e  $\bar{n} = 0$  is stabiel want populatie steeft alleen maar  
 $\bar{N}$  is stabiel omdat  $\lambda < 1$

d  $\frac{dN}{dN} = \frac{r}{1+N/h} - \frac{rN/h}{(1+N/h)^2}$   
val in  $N = h(r-1)$   
 $\lambda = \frac{r}{r} - \frac{r(r-1)}{r^2} = \frac{1}{r}$   
 $-1 < \frac{1}{r} < 1 \rightarrow$  altijd stabiel



Name:

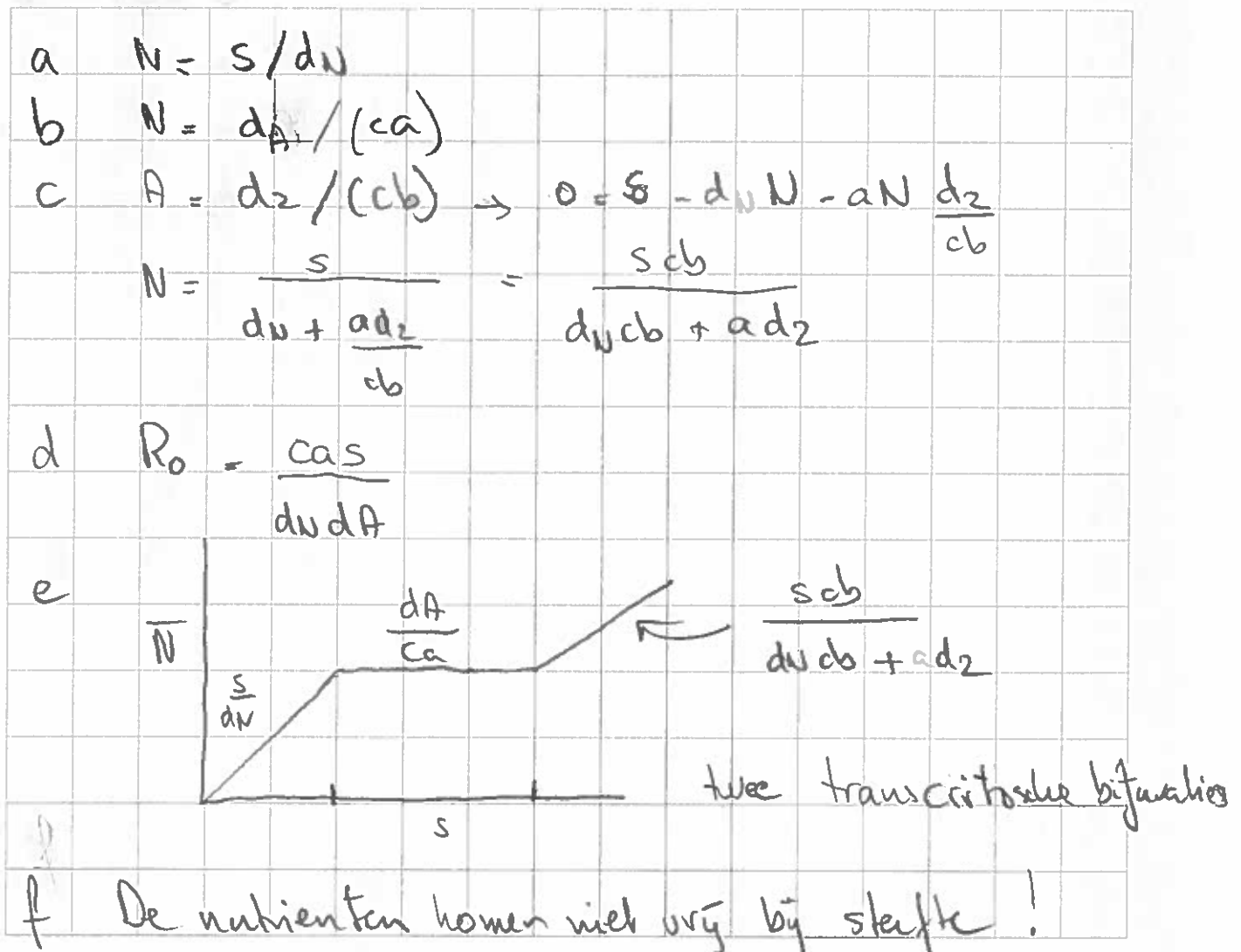
Student number:

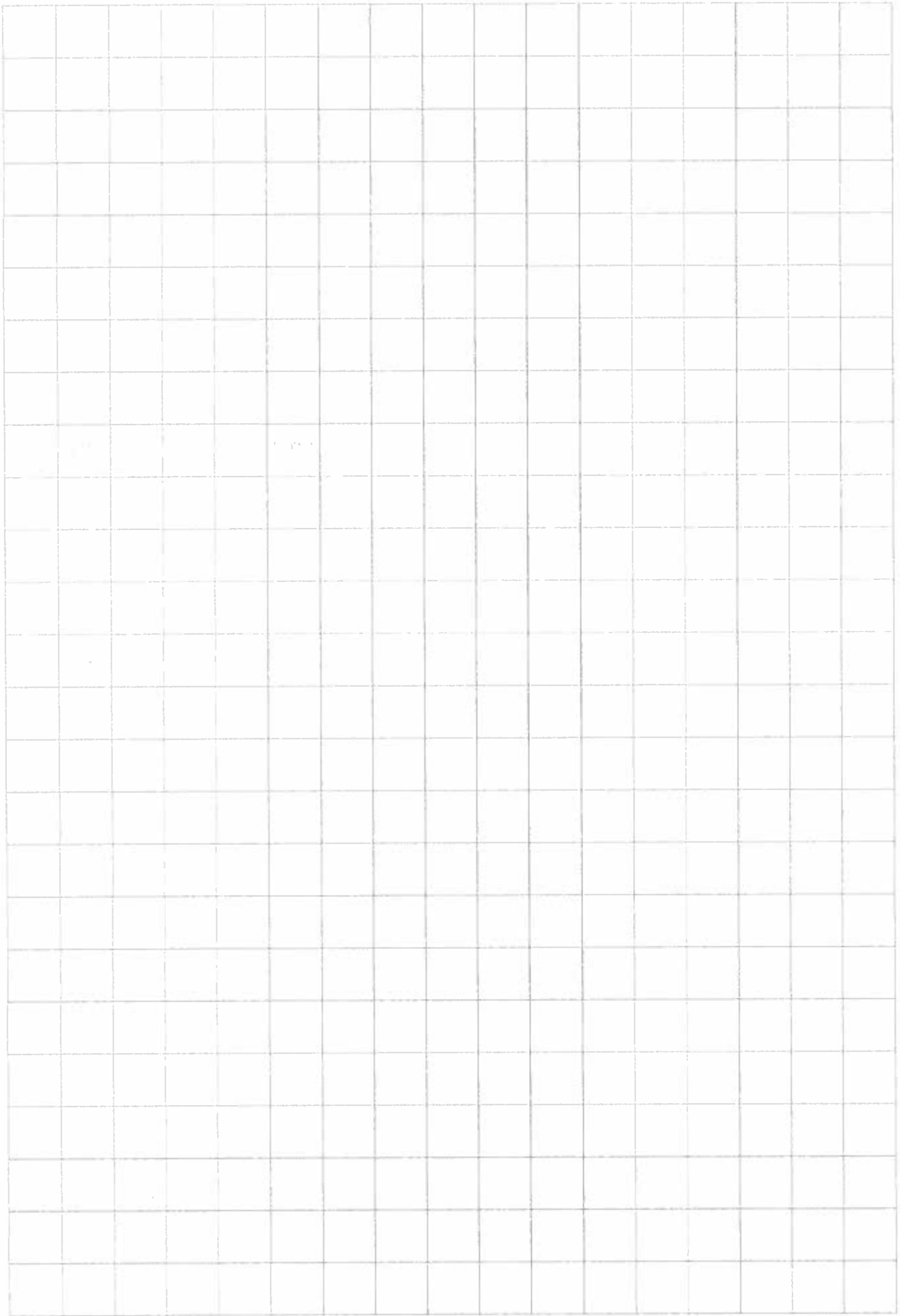
**Question 3. Voedselketen**

Beschouw een eenvoudige voedselketen in een vennetje. De groei van de algen ( $A$ ) wordt gelimiteerd door de beschikbaarheid van nutriënten ( $N$ ) en de algen worden gegeten door zooplankton ( $Z$ ). De nutriënten waaien binnen vanuit de landbouwgebieden in de omgeving ( $s$ ), en verdwijnen in het sediment ( $d_N$ ). De rest van de voedselketen kun je afleiden uit de volgende vergelijking:

$$\frac{dN}{dt} = s - d_N N - aNA, \quad \frac{dA}{dt} = caNA - d_A A - bAZ \quad \text{en} \quad \frac{dZ}{dt} = cbAZ - d_Z Z.$$

- Wat is het evenwicht van de nutriënten als er geen algen zijn?
- Wat is het evenwicht van de nutriënten als er wel algen zijn maar geen zooplankton?
- Wat is het evenwicht van de nutriënten als zowel de algen als het zooplankton in evenwicht aanwezig zijn?
- Wat is de fitness,  $R_0$ , van de algen?
- Schets een bifurcatiediagram voor het evenwicht van de nutriënten als functie van de parameter  $s$ , en benoem alle bifurcaties die je ziet optreden.
- Voor de noodzakelijke eenvoud maakt dit model maakt een nogal sterke aanname. Welke?





Name:

Student number:

Question 4. Stel een model op: let op er staat een tweede vraag op de achterkant.

**5A: Bacteriën**

Beschrijf de groei van een populatie bacteriën in een goed gemengd medium (dat niet ververst wordt). Het medium bevat  $K \mu\text{g}$  van een essentiële bouwsteen die in de bacteriën opgenomen wordt. Bij sterfte van een bacterie komt deze bouwsteen weer vrij. De bacteriën produceren een toxische stof waar ze uiteindelijk dood aan gaan. Deze stof vervalst en wordt niet opgenomen.

Schrijf een natuurlijk model voor de bacteriën en de toxische stof (en licht dit kort toe).

$$F = K - B$$

F: vrije bouwstenen

$$\frac{dB}{dt} = b B \overbrace{(K-B)}^F - dB - eBT$$

↑ extra sterfte

$$\frac{dT}{dt} = pB - \delta T$$

productie en verval stof

$$d) \frac{dB}{dt} = \frac{bBF}{K+F} - dB - eBT$$

**5B: Meeuwen op Terschelling**

Neem aan dat er een grote meeuwenkolonie is op Terschelling en maak een model voor deze populatie. In de kolonie is maar een beperkt aantal, zeg  $K$ , broedplaatsen beschikbaar, en er is felle concurrentie tussen de meeuwen om zo'n plekje te bemachtigen. De meeuwen die in geen broedplaats hebben gevonden zijn wel aanwezig in de kolonie en bedreigen de broedpaartjes die dat wel hebben. De succesvolle broedpaartjes moeten hun nest daarom verdedigen. Dus, hoe meer meeuwen er zijn hoe minder vluchten een broedpaartje per dag kan maken om voedsel te halen. Bij hoge dichtheden verlaagt dit de kans dat de jongen overleven.

Schrijf een natuurlijk model voor de meeuwen (en licht dit kort toe).

$$\frac{dM}{dt} = b \frac{K M}{h + M} \cdot \frac{1}{1 + M/c} - dM$$

of

$$\frac{dM}{dt} = b \min(M, K) \cdot \left(1 - \frac{M}{c}\right) - dM$$

Het geboortegif is maximaal proportioneel aan  $K$   
en neemt af met de meeuwen